1) A4 na výšku
<u>KP</u>: O[6;7], $\omega=135^\circ$, q=1/2

Je dán kosý kruhový válec s podstavnou kružnicí k o středu S[5;10;0] a poloměru r=4 v půdorysně $\pi(x,y)$. Bod $\overline{S}$[0;2;8] je střed druhé podstavy. Válec zobrazte (sestrojte tečny elips daného směru a všechny body dotyku). Dále je dána přímka p=QR, Q[10;0;8], R[−2;12;1]. Zobrazte průnik přímky a válce, stanovte viditelnost.

2) A4 na výšku
<u>KP</u>: O[10;10], $\omega=135^\circ$, q=4/5,

Je dán kosý kruhový válec s podstavnou kružnicí k o středu S[0;6;6] a poloměru r=4 v bokorysně $\mu(y,z)$. Bod $\overline{S}$[8;0;12] je střed druhé podstavy. Válec zobrazte (sestrojte tečny kružnic daného směru a všechny body dotyku). Dále je dána přímka p=QR, Q[0;1,5;2], R[5;1,5;8,5]. Zobrazte průnik přímky p a válce, stanovte viditelnost.

3) A4 na výšku
<u>VP</u>: O[13;15,5], osa z svislá, $\omega=\angle(z,y)=150^\circ$

Je dán kosý kruhový válec s podstavnou kružnicí k o středu S[2;8;7] a poloměru r=5 v rovině α rovnoběžné s nárysnou $\nu(x,z)$. Bod $\overline{S}$[7;−2;2] je střed druhé podstavy. Válec zobrazte (sestrojte tečny elips daného směru a všechny body dotyku). Dále je dána přímka p=QR, Q[11;4;17], R[0;5,5;3]. Zobrazte průnik přímky p a válce, stanovte viditelnost.

4) A4 na výšku
<u>KP</u>: O[5;12], $\omega=135^\circ$, q=2/3

Je dán kosý šestiboký hranol s pravidelnou podstavou ABCDEF v půdorysně $\pi(x,y)$. A[0;5;0], B[0;10;0], $x_C>0$. Bod $\overline{A}$[−3;5;8] je vrchol druhé podstavy. Dále je dána přímka p=QR, Q[2,5;0;12], R[6,5;16,5;2]. Zobrazte průnik přímky p s hranolem, stanovte viditelnost.

5) A4 na výšku

KP: $O[7;7]$, $\omega=210^\circ$, $q=3/4$, PODHLED!

Je dán pravidelný pětiboký hranol s podstavou o středu $S[6;5;5]$ a vrcholu $A[4;5;1,5]$ v rovině α rovnoběžné s nárysnou $\nu=(x,z)$. Výška hranolu je 8. Označíme-li $\overline{A}$ vrchol druhé podstavy, je $y_{\overline{A}} > 0$. Dále je dána přímka $p=QR$, $Q[-3;0;16]$, $R[6;10,5;3,5]$. Zobrazte průnik přímky p s hranolem, stanovte viditelnost.

6) A4 na výšku

VP: $O[16;16]$, osa z svislá, $\omega=\angle(z,y)=150^\circ$,

Je dán kosý hranol se čtvercovou podstavou o středu $S[12;0;5]$ a vrcholu $A[12;0;9]$ v nárysně $\nu=(x,z)$. Bod $\overline{S}[6;9;9]$ je střed druhé podstavy. Dále je dána přímka $p=RQ$, $R[3,5;9;5]$, $Q[15;0;14]$. Zobrazte průnik přímky p s hranolem, stanovte viditelnost.

7) A4 na výšku

KP: $O[10;16]$, $\omega=135^\circ$, $q=1$

Je dán kosý kruhový kužel s podstavnou kružnicí k o středu $S[6;6;0]$ a poloměru $r=5,5$ v půdorysně $\pi(x,y)$. Bod $V[5;0;10]$ je vrchol kužele. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse a body dotyku). Dále je dána přímka $p=QR$, $Q[9;0;7]$, $R[3,5;7;5,5]$. Zobrazte průnik přímky p s kuželem, stanovte viditelnost.

8) A4 na výšku

VP: $O[8;19]$, osa z svislá, $\omega=\angle(z,y)=120^\circ$

Je dán rotační kužel s podstavnou kružnicí k o středu $S[8;10;7]$ a poloměru $r=5$ v rovině α rovnoběžné s nárysnou $\nu(x,z)$. Bod $V[8;-2;7]$ je vrchol kužele. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse a body dotyku). Dále je dána přímka $p=QR$, $Q[9;0;5]$, $R[4;13;7]$. Zobrazte průnik přímky p a kužele, stanovte viditelnost.

9) A4 na výšku
<u>KP</u>: O[11;7], ω=210°, q=1, PODHLED ZPRAVA!

Je dán kosý kruhový kužel s podstavnou kružnicí k o středu S[0;5;5] a poloměru r=3,5 v bokorysně μ=(y,z). Bod V[7;3;11] je vrchol kužele. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu ke kružnici a body dotyku). Dále je dána přímka p, která prochází bodem P[3;–4;8] a je rovnoběžná s osou y. Zobrazte průnik přímky p s kuželem, stanovte viditelnost.

10) A4 na výšku
<u>KP</u>: O[8;13], ω=135°, q=1/2

Je dán pravidelný šestiboký jehlan s podstavou o středu S[7;5;0] a vrcholu A[2,5;1;0] v půdorysně π(x,y). Bod V[7;5;12] je vrchol jehlanu. Dále je dána přímka p=QR, Q[0;0;4], R[10;11;6]. Zobrazte průnik přímky p a jehlanu, stanovte viditelnost.

11) A4 na výšku
<u>KP</u>: O[4;5], ω=315°, q=1; PODHLED ZLEVA!

Je dán kosý pětiboký jehlan s pravidelnou podstavou o středu S[6;0;6] a vrcholu A[3;0;2] v nárysně ν(x,z). Bod V[4;12;1] je vrchol jehlanu. Dále je dána přímka p=QR, Q[5;–5;10,5], R[8,5;6;3]. Zobrazte průnik přímky p a jehlanu, stanovte viditelnost.

12) A4 na výšku
<u>VP</u>: O[16;19], osa z svislá, $\omega=\angle(z,y)=150°$

Je dán kosý čtyřboký jehlan se čtvercovou podstavou o středu S[14;6;8] a vrcholu A[14;2;6] v rovině α rovnoběžné s bokorysnou μ(y,z). Bod V[0;4;3] je vrchol jehlanu. Dále je dána přímka p=QR, Q[14;3;14,5], R[2,5;8,5;0]. Zobrazte průnik přímky p a jehlanu, stanovte viditelnost.

13) A4 na výšku
KP: 0[10;14], $\omega=135^\circ$, $q=4/5$

Je dána koule o středu S[10;10;9] s poloměrem r=5. Dále je dána přímka p=PR, P[13;0;14], R[13;17;8]. Zobrazte průnik přímky p a koule, stanovte viditelnost.

14) A4 na výšku
KP: 0[7,5;13], $\omega=135^\circ$, $q=3/4$

Je dána koule o středu S[5;5;5,5] a poloměru r=4. Dále je dána přímka p=PR, P[10;3;2], R[0;11;12,5]. Zobrazte průnik přímky p a koule, stanovte viditelnost.

15) A4 na výšku
VP: 0[8;17], osa z svislá, $\omega=\angle(z,y)=120^\circ$

Je dána koule o středu S[4;6;5,5] a poloměru r=5,5. Dále je dána přímka p=PR, P[8;5;11], R[0;12;8]. Zobrazte průnik přímky p a koule, stanovte viditelnost.

1) A4 na výšku

<u>KP</u>: O[6;7], $\omega=135^\circ$, $q=1/2$

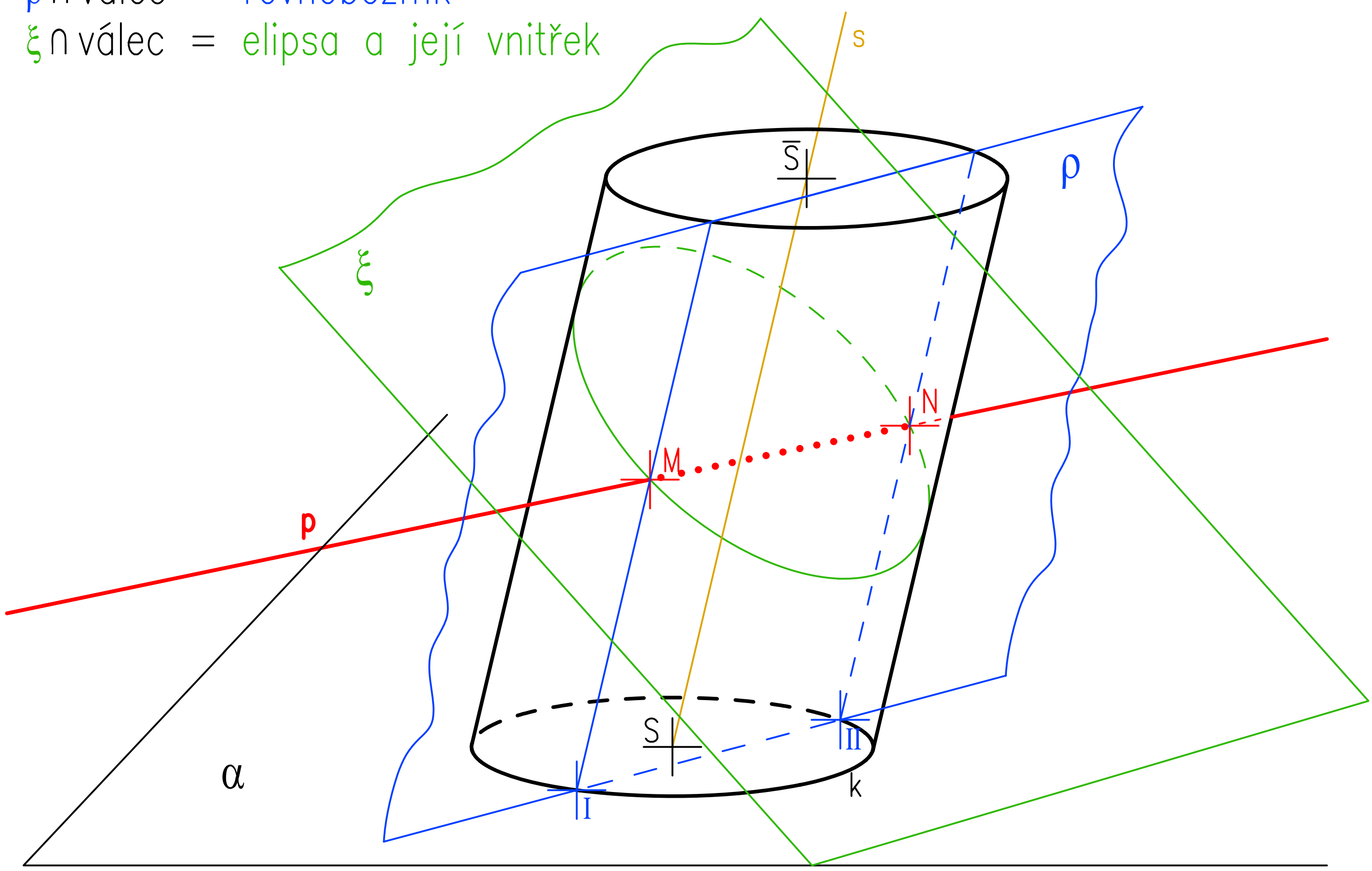
Je dán kosý kruhový válec s podstavnou kružnicí k o středu S[5;10;0] a poloměru r=4 v půdorysně $\pi(x,y)$. Bod $\overline{S}$[0;2;8] je střed druhé podstavy. Válec zobrazte (sestrojte tečny elips daného směru a všechny body dotyku). Dále je dána přímka p=QR, Q[10;0;8], R[−2;12;1]. Zobrazte průnik přímky a válce, stanovte viditelnost.

ŘEŠENÍ:

1. Pro určení průniku přímky p a válce použijeme libovolnou rovinu ρ, která obsahuje přímku p. Zobrazíme řez válce rovinou ρ, společná část řezu a přímky p je hledaný průnik. Vzhledem k tomu, že si můžeme rovinu ρ volit, pokusíme se vybrat takovou rovinu, aby řez válce touto rovinou byl co nejjednodušší. Obecně řezem válce rovinou je elipsa (nebo její část) a vnitřek této elipsy (nebo jeho část). Ovšem pokud je <u>rovina řezu rovnoběžná se střednou válce</u>, je řezem válce <u>rovnoběžník</u>.

ρ ∩ válec = rovnoběžník

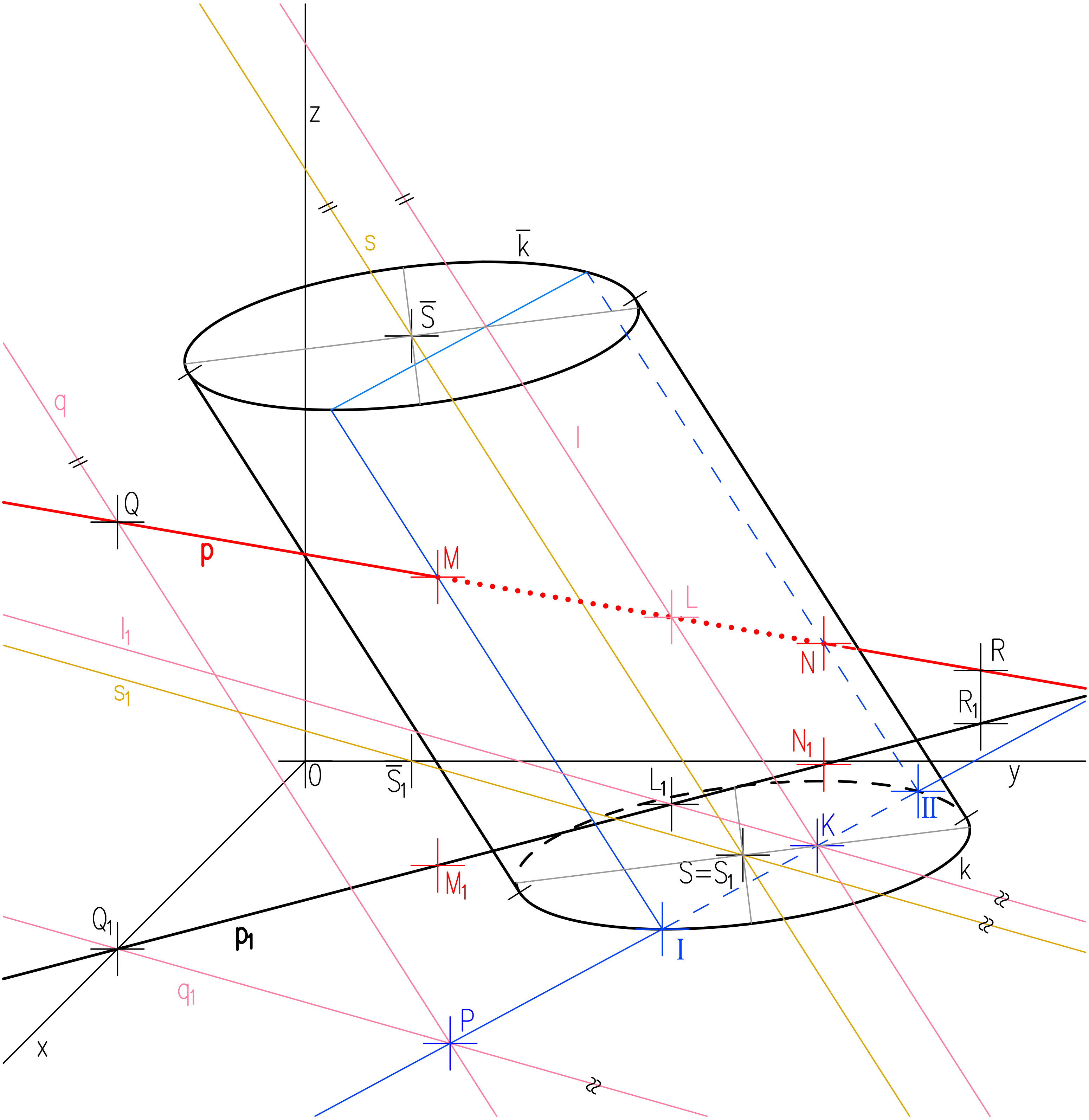
ξ ∩ válec = elipsa a její vnitřek



Dourčíme rovinu ρ tak, aby obsahovala přímku p a byla rovnoběžná se střednou $s=S\overline{S}$.
Vedeme libovolným bodem přímky p (zde bodem Q) přímku q rovnoběžnou s přímkou s.
Rovina ρ je jednoznačně určena přímkami p a q.

2. Zobrazíme řez válce rovinou ρ, víme, že je to rovnoběžník. Stačí najít průsečnici roviny ρ s rovinou podstavy, buď s rovinou kružnice k nebo s rovinou kružnice $\overline{k}$. V zadaném příkladě jsme zobrazili průsečnici $\rho \cap \pi$. Stačí najít dva body této průsečnice, zobrazujeme tedy průsečíky přímek p a q s π, ovšem pokud se vejdou na papír. Průsečík přímky p s π je mimo papír, průsečík $q \cap \pi$ označme P. Zvolme další přímku roviny ρ, zde libovolným bodem L přímky p vedeme přímku l rovnoběžnou se střednou s. Označme K průsečík $l \cap \pi$. Průsečnice roviny ρ a roviny podstavy π je přímka PK. Přímka PK protíná kružnici k v bodech I a II. Úsečka I II je částí řezu válce.

3. Zobrazíme řez válce rovinou ρ, tj. rovnoběžník i s viditelností. Přímka p protíná strany rovnoběžníku v bodech M a N, úsečka MN je hledaný průnik přímky p a válce.



2) A4 na výšku

KP: $O[10;10]$, $\omega=135°$, $q=4/5$,

Je dán kosý kruhový válec s podstavnou kružnicí k o středu S[0;6;6] a poloměru r=4 v bokorysně $\mu(y,z)$. Bod $\overline{S}$[8;0;12] je střed druhé podstavy. Válec zobrazte (sestrojte tečny kružnic daného směru a všechny body dotyku). Dále je dána přímka p=QR, Q[0;1,5;2], R[5;1,5;8,5]. Zobrazte průnik přímky p a válce, stanovte viditelnost.

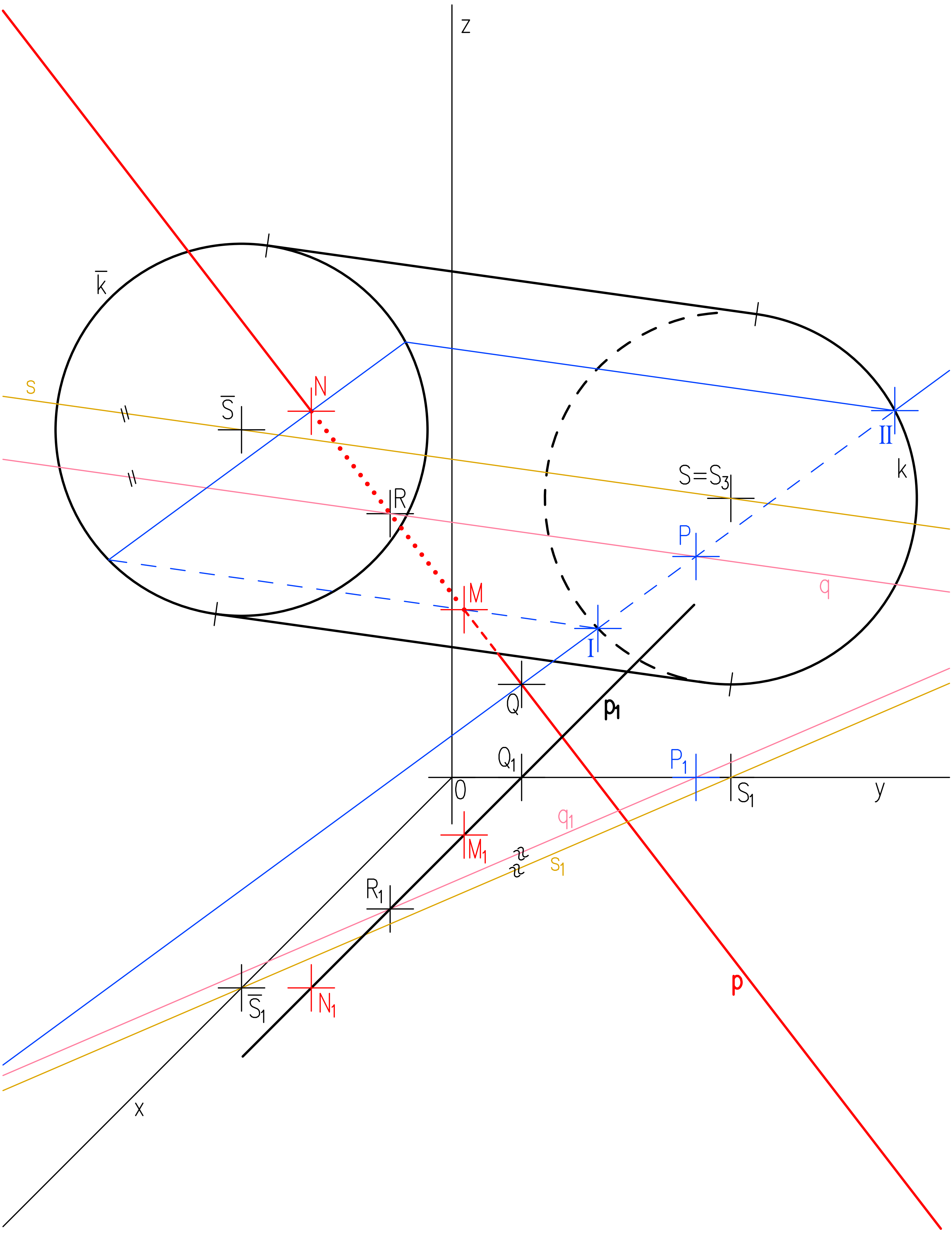
ŘEŠENÍ:

1. Dourčíme rovinu ρ tak, aby obsahovala přímku p a byla rovnoběžná se střednou $s=S\overline{S}$. Vedeme libovolným bodem přímky p (zde bodem R) přímku q rovnoběžnou s přímkou s. Rovina ρ je jednoznačně určena přímkami p a q.

2. Zobrazíme průsečnici roviny ρ a roviny podstavy μ. Přímka p protíná rovinu μ v bodě Q. Označme P průsečík q s rovinou μ. $\rho \cap \mu = PQ$, průsečnice PQ protíná kružnici k v bodech I a II. Úsečka I II je částí řezu válce rovinou ρ.

3. Zobrazíme řez válce rovinou ρ, tj. rovnoběžník i s viditelností. Přímka p protíná strany rovnoběžníka v bodech M a N. Úsečka MN je hledaný průnik přímky p a válce.

2)



3) A4 na výšku
VP: O[13;15,5], osa z svislá, $\omega=\angle(z,y)=150°$

Je dán kosý kruhový válec s podstavnou kružnicí k o středu S[2;8;7] a poloměru r=5 v rovině α rovnoběžné s nárysnou $\nu(x,z)$. Bod $\overline{S}$[7;−2;2] je střed druhé podstavy. Válec zobrazte (sestrojte tečny elips daného směru a všechny body dotyku). Dále je dána přímka p=QR, Q[11;4;17], R[0;5,5;3]. Zobrazte průnik přímky p a válce, stanovte viditelnost.

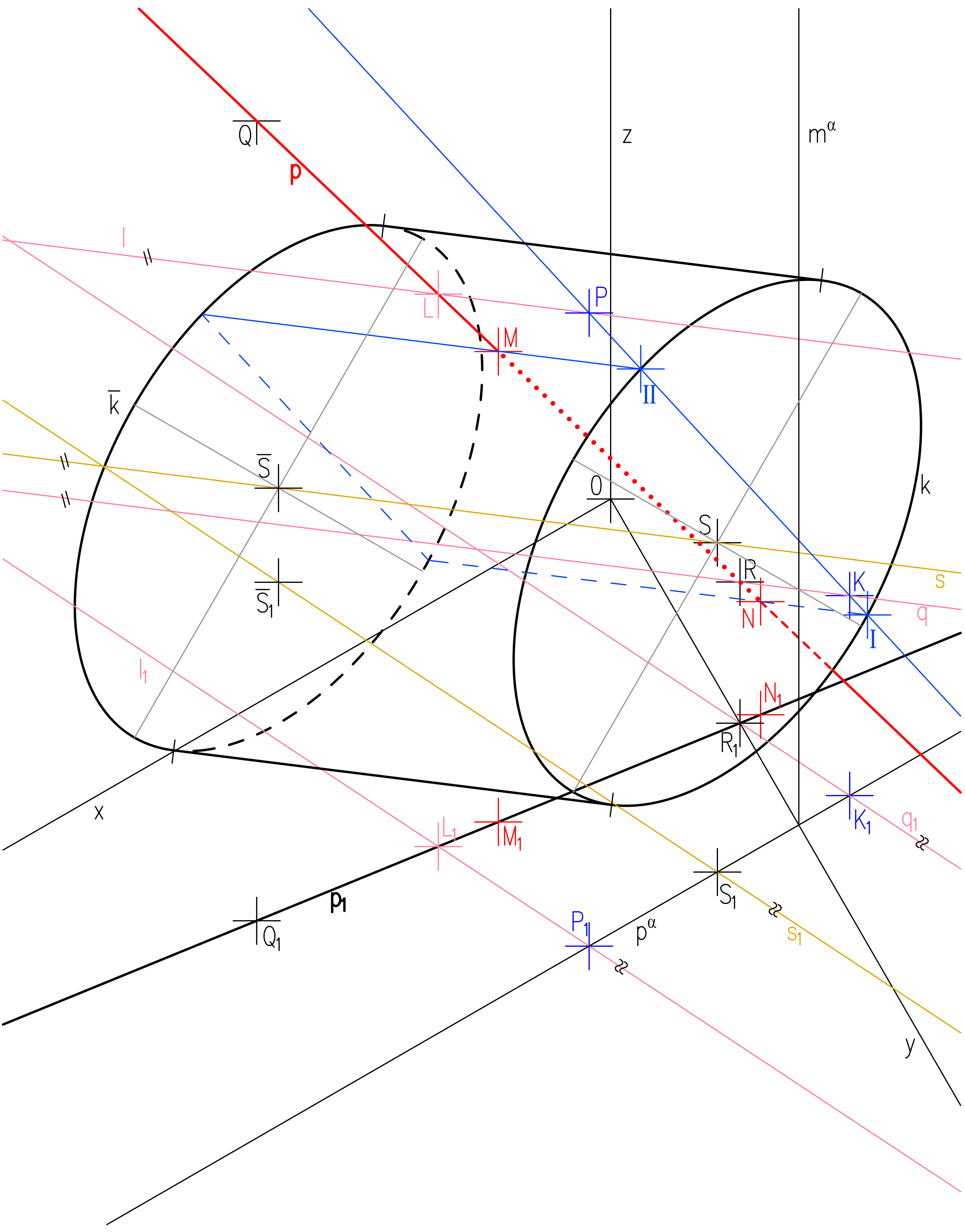
ŘEŠENÍ:

1. Dourčíme rovinu ρ tak, aby obsahovala přímku p a byla rovnoběžná se střednou $s=S\overline{S}$. Vedeme libovolným bodem přímky p (zde bodem R) přímku q rovnoběžnou s přímkou s. Rovina ρ je jednoznačně určena přímkami p a q.

2. Zobrazíme průsečnici roviny ρ a roviny podstavy α. Označme K průsečík přímky q s α.
   Zvolme další přímku roviny ρ, zde libovolmým bodem L přímky p vedeme přímku l rovnoběžnou se střednou s. Označme P průsečík l s rovinou α. Průsečnice roviny ρ a roviny podstavy α je přímka PK. Přímka PK protíná kružnici k v bodech I a II. Úsečka I II je částí řezu válce.

3. Zobrazíme řez válce rovinou ρ, tj. rovnoběžník i s viditelností. Přímka p protíná strany rovnoběžníka v bodech M a N. Úsečka MN je hledaný průnik přímky p a válce.

3)



Q̄
p
z
m^α
l
P
M
L̄
II
k̄
S̄
0
k
S
R
K
N
I
s
q
$\bar{S}_1$
l_1
N_1
R_1
x
L_1
M_1
K_1
q_1
p_1
S_1
Q_1
P_1
p^α
s_1
y

4) A4 na výšku
<u>KP</u>: $O[5;12]$, $\omega=135°$, $q=2/3$

Je dán kosý šestiboký hranol s pravidelnou podstavou ABCDEF v půdorysně $\pi(x,y)$. $A[0;5;0]$, $B[0;10;0]$, $x_C>0$. Bod $\overline{A}[-3;5;8]$ je vrchol druhé podstavy. Dále je dána přímka $p=QR$, $Q[2{,}5;0;12]$, $R[6{,}5;16{,}5;2]$. Zobrazte průnik přímky p s hranolem, stanovte viditelnost.

ŘEŠENÍ:

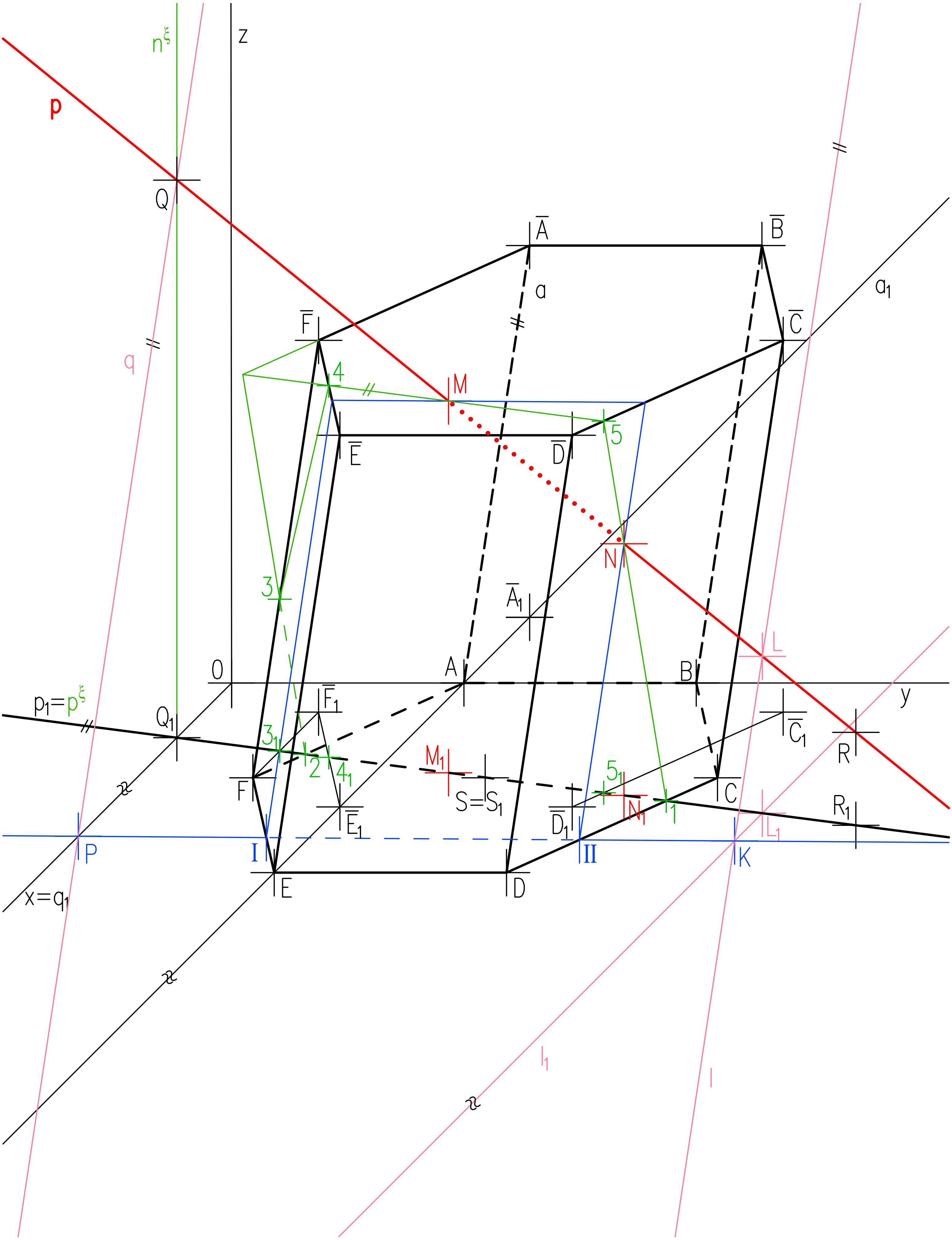
1. Pro určení průniku přímky p a hranolu použijeme libovolnou rovinu ρ, která obsahuje přímku p. Zobrazíme řez hranolu rovinou ρ, společná část řezu a přímky p je hledaný průnik. Můžeme postupovat stejně jako u válce. Dourčíme rovinu ρ tak, aby obsahovala přímku p a byla rovnoběžná s boční hranou. Vedeme libovolným bodem přímky p (zde bodem Q) přímku q rovnoběžnou s přímkou $A\overline{A}$. Rovina ρ je jednoznačně určena přímkami p a q.

2. Zobrazíme průsečnici roviny ρ a roviny podstavy π. Označme P průsečík přímky q s π. Průsečík přímky p s půdorysnou je mimo papír. Zvolíme libovolný bod L na přímce p a vedeme jím přímku l rovnoběžnou s přímkou $A\overline{A}$. Označme K průsečík přímky l s π. Průsečnice $PK=\rho\cap\pi$ protíná strany podstavného šestiúhelníka v bodech I a II. Úsečka I II je částí řezu hranolu rovinou ρ.

3. Zobrazíme řez hranolu rovinou ρ, tj. rovnoběžník i s viditelností. Přímka p protíná strany rovnoběžníka v bodech M a N, úsečka MN je hledaný průnik přímky p a hranolu.

Pozn.: Vzhledem k tomu, že řez hranolu rovinou je n–úhelník, je možno volit i jinou rovinu obsahující přímku p. V příkladě je ukázán také řez rovinou ξ, která obsahuje přímku p a je kolmá k půdorysně. Rychlejší a přesnější bývá řez výše popsanou rovinou ρ.

4)


p
n^{ξ}
z
Q
q
$\bar{A}$
$\bar{B}$
a
a_1
$\bar{F}$
$\bar{C}$
4
M
5
$\bar{E}$
$\bar{D}$
3
N
$\bar{A}_1$
L
O
A
B
y
$p_1=p^{\xi}$
Q_1
$\bar{F}_1$
$\bar{C}_1$
R
3_1
2
4_1
M_1
5_1
F
$S=S_1$
C
$\bar{E}_1$
$\bar{D}_1$
N_1
1
R_1
L_1
P
I
II
K
E
D
$x=q_1$
l_1
l

5) A4 na výšku

KP: O[7;7], $\omega=210^\circ$, q=3/4, PODHLED!

Je dán pravidelný pětiboký hranol s podstavou o středu S[6;5;5] a vrcholu A[4;5;1,5] v rovině α rovnoběžné s nárysnou $\nu=(x,z)$. Výška hranolu je 8. Označíme-li $\bar{A}$ vrchol druhé podstavy, je $y_{\bar{A}}>0$. Dále je dána přímka p=QR, Q[−3;0;16], R[6;10,5;3,5]. Zobrazte průnik přímky p s hranolem, stanovte viditelnost.

ŘEŠENÍ:

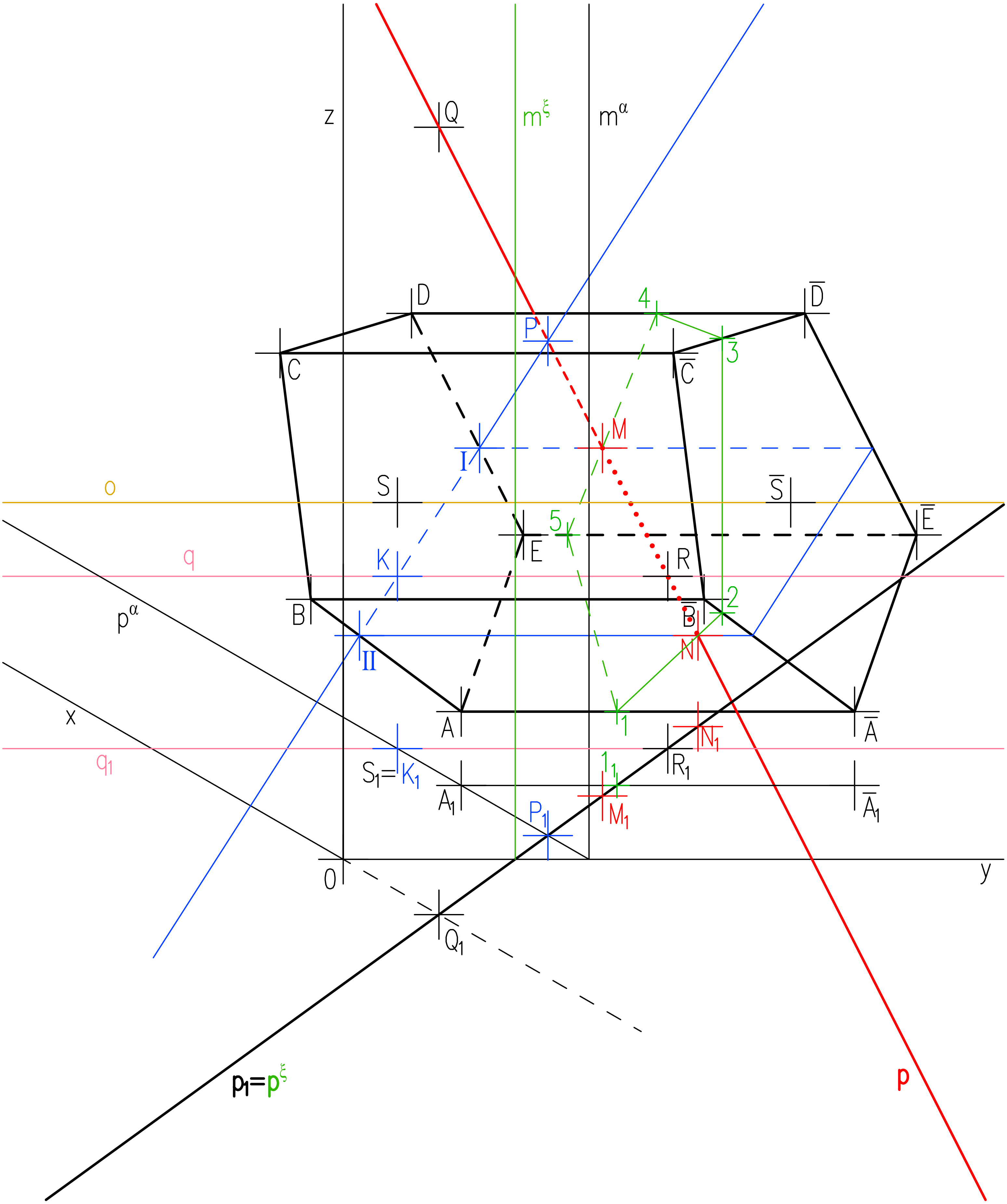
1. Dourčíme rovinu ρ tak, aby obsahovala přímku p a byla rovnoběžná s boční hranou hranolu. Vedeme libovolným bodem přímky p (zde bodem R) přímku q rovnoběžnou s přímkou $A\bar{A}$. Rovina je jednoznačně určena přímkami p a q. Vzhledem k tomu, že hranol je pravidelný, je rovina ρ kolmá k rovině podstavy α.

2. Zobrazíme průsečnici roviny ρ a roviny podstavy α. Označme P průsečík přímky p s rovinou α, označme K průsečík přímky q s rovinou α. Průsečnice $PK=\rho\cap\alpha$ protíná strany podstavného pětiúhelníku v bodech I a II. Úsečka I II je částí řezu hranolu rovinou ρ.

3. Zobrazíme řez hranolu rovinou ρ, tj. rovnoběžník i s viditelností. Přímka p protíná strany rovnoběžníka v bodech M a N, úsečka MN je hledaný průnik přímky p a hranolu.

POZN.: V příkladě je také ukázán řez hranolu rovinou ξ, která obsahuje přímku p a je kolmá k π.

5)


z
Q
m^{ξ}
m^{α}
D
$\overline{D}$
4
P
C
$\overline{C}$
3
M
I
o
S
$\overline{S}$
5
E
$\overline{E}$
q
K
R
B
$\overline{B}$
2
p^{α}
II
N
x
A
$\overline{A}$
1
N_1
q_1
$S_1=K_1$
1_1
R_1
A_1
$\overline{A}_1$
M_1
P_1
0
y
Q_1
$p_1=p^{\xi}$
p

6) A4 na výšku
<u>VP</u>: O[16;16], osa z svislá, $\omega = \angle(z,y) = 150^\circ$,

Je dán kosý hranol se čtvercovou podstavou o středu S[12;0;5] a vrcholu A[12;0;9] v nárysně $\nu=(x,z)$. Bod $\overline{S}$[6;9;9] je střed druhé podstavy. Dále je dána přímka p=RQ, R[3,5;9;5], Q[15;0;14]. Zobrazte průnik přímky p s hranolem, stanovte viditelnost.

ŘEŠENÍ:

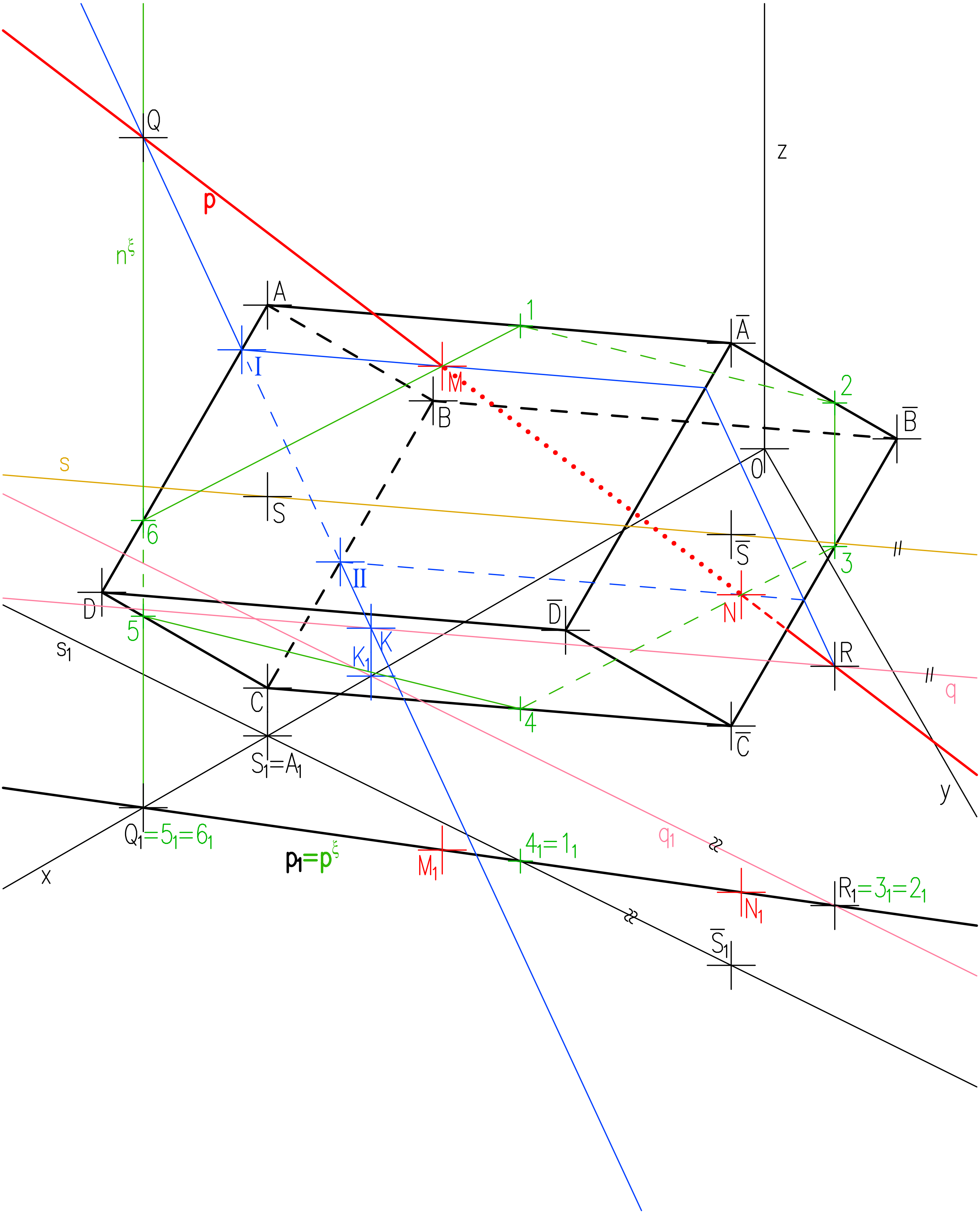
1. Dourčíme rovinu ρ tak, aby obsahovala přímku p a byla rovnoběžná s boční hranou hranolu. Vedeme libovolným bodem přímky p (zde bodem R) přímku q rovnoběžnou se střednou s. Rovina je jednoznačně určena přímkami p a q.

2. Zobrazíme průsečnici roviny ρ a roviny podstavy ν. Průsečík přímky p s nárysnou je bod Q. Označme K průsečík přímky q s nárysnou. Průsečnice $QK = \rho \cap \nu$ protíná strany podstavy v bodech I a II. Úsečka I II je částí řezu hranolu rovinou ρ.

3. Zobrazíme řez hranolu rovinou ρ, tj. rovnoběžník i s viditelností. Přímka p protíná strany rovnoběžníka v bodech M a N, úsečka MN je hledaný průnik přímky p a hranolu.

POZN.: V příkladě je také ukázán řez hranolu rovinou ξ, která obsahuje přímku p a je kolmá k π.

6)


Q
p
z
n^{ξ}
A
1
$\bar{A}$
I
M
2
B
$\bar{B}$
s
0
S
$\bar{S}$
6
3
II
N
D
$\bar{D}$
5
K
R
s_1
K_1
q
C
4
$\bar{C}$
$S_1=A_1$
y
$Q_1=5_1=6_1$
$p_1=p^{\xi}$
$4_1=1_1$
q_1
x
M_1
N_1
$R_1=3_1=2_1$
$\bar{S}_1$

7) A4 na výšku
KP: O[10;16], $\omega=135^\circ$, q=1

Je dán kosý kruhový kužel s podstavnou kružnicí k o středu S[6;6;0] a poloměru r=5,5 v půdorysně $\pi(x,y)$. Bod V[5;0;10] je vrchol kužele. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse a body dotyku). Dále je dána přímka p=QR, Q[9;0;7], R[3,5;7;5,5]. Zobrazte průnik přímky p s kuželem, stanovte viditelnost.

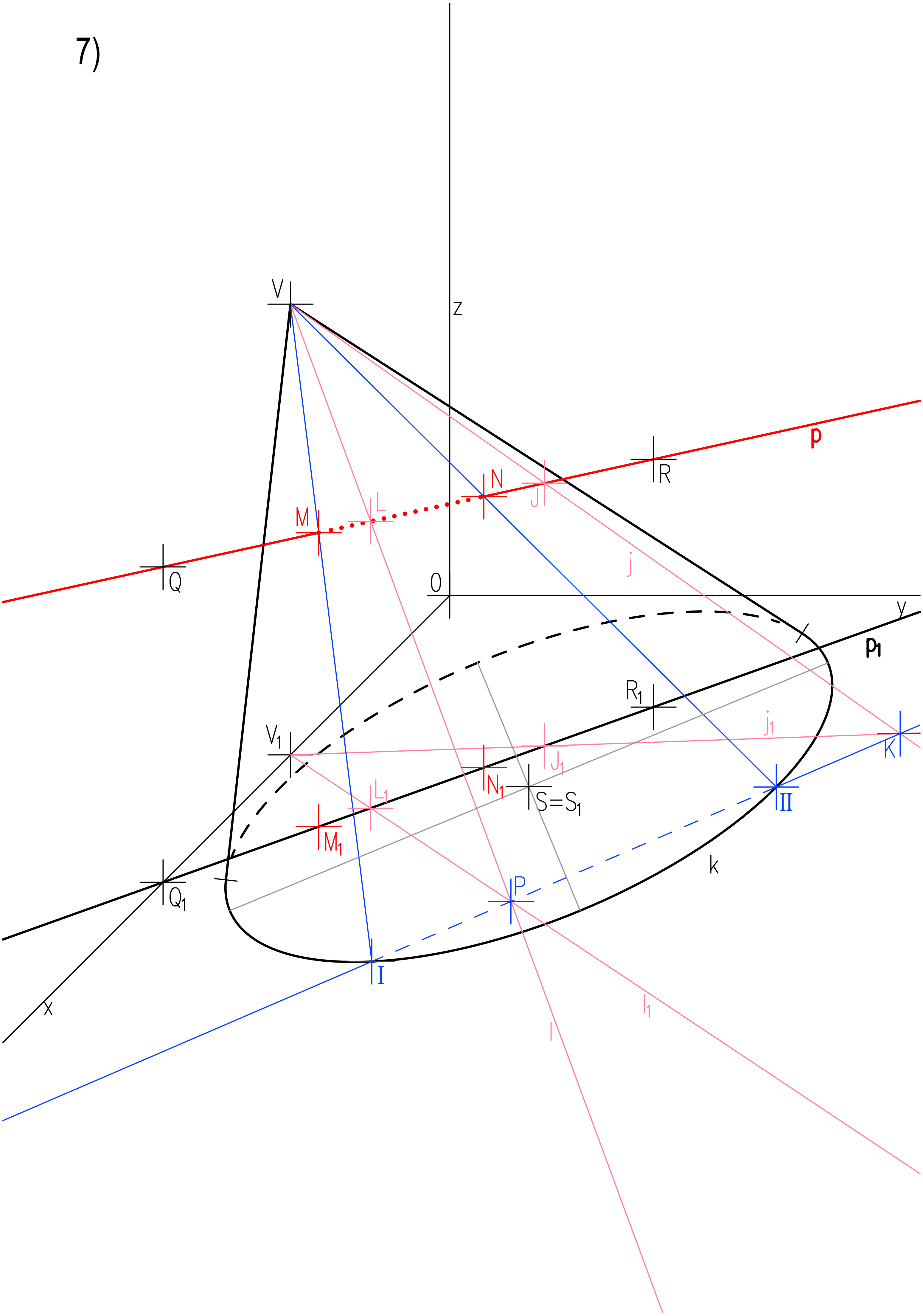
ŘEŠENÍ:

1. Pro určení průniku přímky p a kužele použijeme libovolnou rovinu ρ, která obsahuje přímku p. Zobrazíme řez kužele rovinou ρ, společná část řezu a přímky p je hledaný průnik. Řez kužele obecnou rovinou obsahuje část nějaké kuželosečky. My bychom chtěli řez co nejjednodušší, a to je trojúhelník, rovina ρ musí procházet vrcholem kužele. Rovinu řezu ρ určíme přímkou p a vrcholem V, vybíráme tedy vždy vrcholovou rovinu.

2. Zobrazíme průsečnici roviny ρ s rovinou podstavy, zde s rovinou π. Stačí najít dva body této průsečnice. Průsečík přímky p s π je mimo papír. Zvolíme libovolné dvě přímky roviny ρ, v našem příkladě jsou to přímky VL a VJ (L a J jsou různé libovolné body přímky p). Označme P průsečík VL s π, označme K průsečík VJ s π. Průsečnice $PK=\rho\cap\pi$ protíná podstavnou kružnici k v bodech I a II.

3. Řez kužele rovinou ρ je trojúhelník I IIV, zobrazíme jej i s viditelností. Přímka p protíná strany trojúhelníka I IIV v bodech M a N, úsečka MN je hledaný průnik přímky p a kužele.

7)



8) A4 na výšku
VP: $O[8;19]$, osa z svislá, $\omega = \angle(z,y) = 120°$

Je dán rotační kužel s podstavnou kružnicí k o středu $S[8;10;7]$ a poloměru $r=5$ v rovině α rovnoběžné s nárysnou $\nu(x,z)$. Bod $V[8;-2;7]$ je vrchol kužele. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse a body dotyku). Dále je dána přímka $p=QR$, $Q[9;0;5]$, $R[4;13;7]$. Zobrazte průnik přímky p a kužele, stanovte viditelnost.

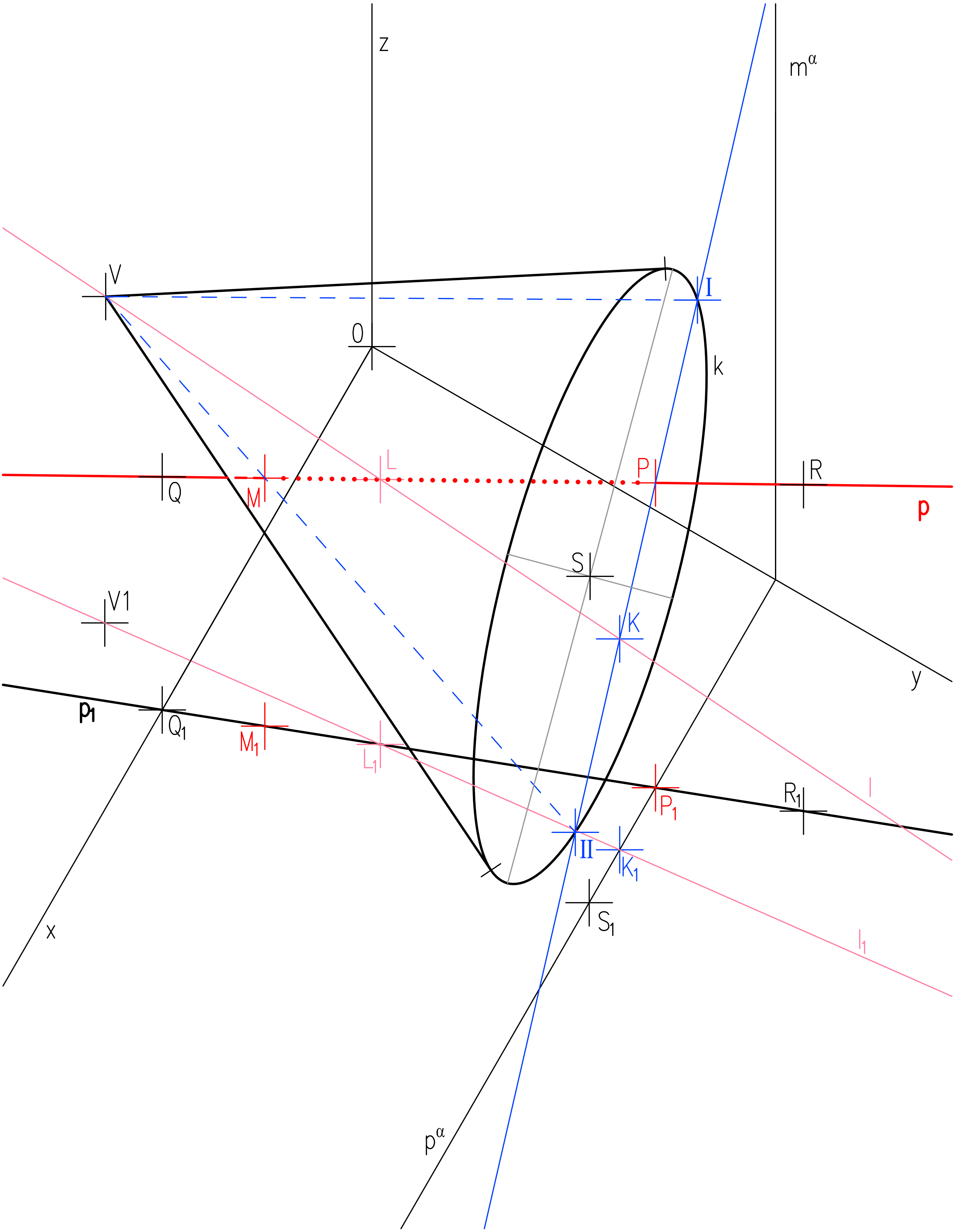
ŘEŠENÍ:

1. Uvažujeme vrcholovou rovinu ρ, která obsahuje přímku p, tj. $\rho(p,V)$.

2. Zobrazíme průsečnici roviny ρ a roviny podstavy α. Označme P průsečík přímky p s α. (Protože bod P je vnitřním bodem podstavy kužele, je to jeden z hledaných průsečíků.) Zvolíme libovolnou přímku roviny ρ, v našem příkladě je to přímka VL (L je libovolný bod přímky p). Označme K průsečík přímky VL s α. Průsečnice $PK = \rho \cap \alpha$ protíná podstavnou kružnici v bodech I a II. Řez kužele rovinou ρ je trojúhelník I IIV.

3. Přímka p protíná strany trojúhelníka v bodech P a M. Úsečka PM je hledaný průnik přímky p a kužele.

8)



z
m^{α}
V
0
I
k
L
P
R
Q
M
p
S
V1
K
y
p_1
Q_1
M_1
L_1
R_1
l
P_1
II
K_1
S_1
x
l_1
p^{α}

9) A4 na výšku
KP: O[11;7], $\omega=210°$, q=1, PODHLED ZPRAVA!

Je dán kosý kruhový kužel s podstavnou kružnicí k o středu S[0;5;5] a poloměru r=3,5 v bokorysně $\mu=(y,z)$. Bod V[7;3;11] je vrchol kužele. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu ke kružnici a body dotyku). Dále je dána přímka p, která prochází bodem P[3;–4;8] a je rovnoběžná s osou y. Zobrazte průnik přímky p s kuželem, stanovte viditelnost.

ŘEŠENÍ:

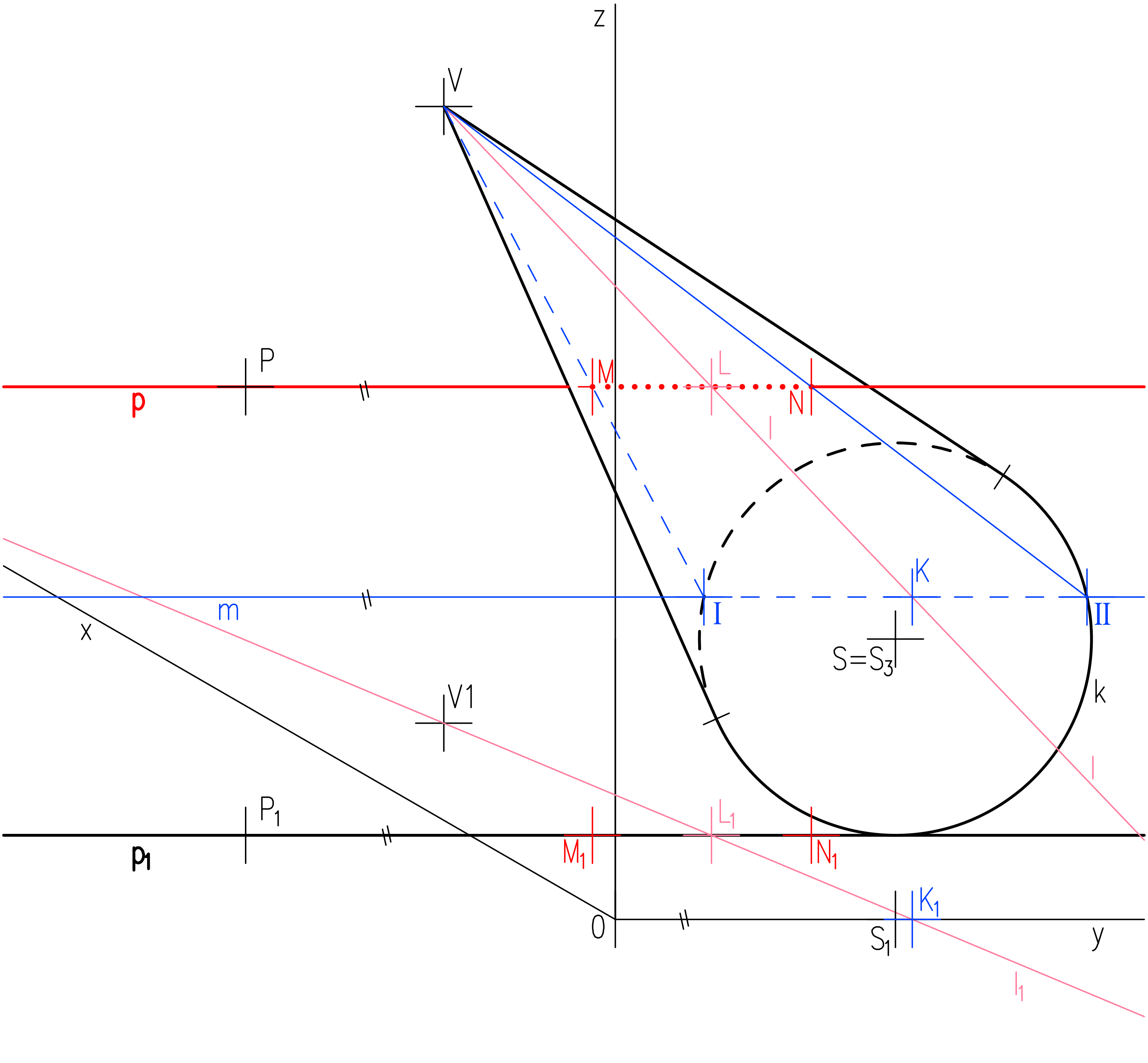
1. Uvažujme vrcholovou rovinu ρ, která obsahuje přímku p, tj. $\rho(V,p)$.

2. Zobrazme průsečnici roviny ρ a roviny podstavy μ. Uvědomme si, že tato průsečnice bude rovnoběžná s osou y. Stačí tedy najít jeden bod této průsečnice. Zvolíme libovolnou přímku roviny ρ (zde přímka l=VL) a zobrazíme její průsečík K s rovinou μ.

3. Průsečnice m ($K \in m$, $m \parallel y$) protíná podstavnou kružnici k ve dvou bodech I a II. Řezem kužele rovinou ρ je trojúhelník I IIV, zobrazíme jej i s viditelností.

4. Přímka p protíná strany trojúhelníka I IIV v bodech M a N, úsečka MN je hledaný průnik přímky p a kužele.

9)



10) A4 na výšku
KP: O[8;13], $\omega=135^\circ$, $q=1/2$

Je dán pravidelný šestiboký jehlan s podstavou o středu S[7;5;0] a vrcholu A[2,5;1;0] v půdorysně $\pi(x,y)$. Bod V[7;5;12] je vrchol jehlanu. Dále je dána přímka p=QR, Q[0;0;4], R[10;11;6]. Zobrazte průnik přímky p a jehlanu, stanovte viditelnost.

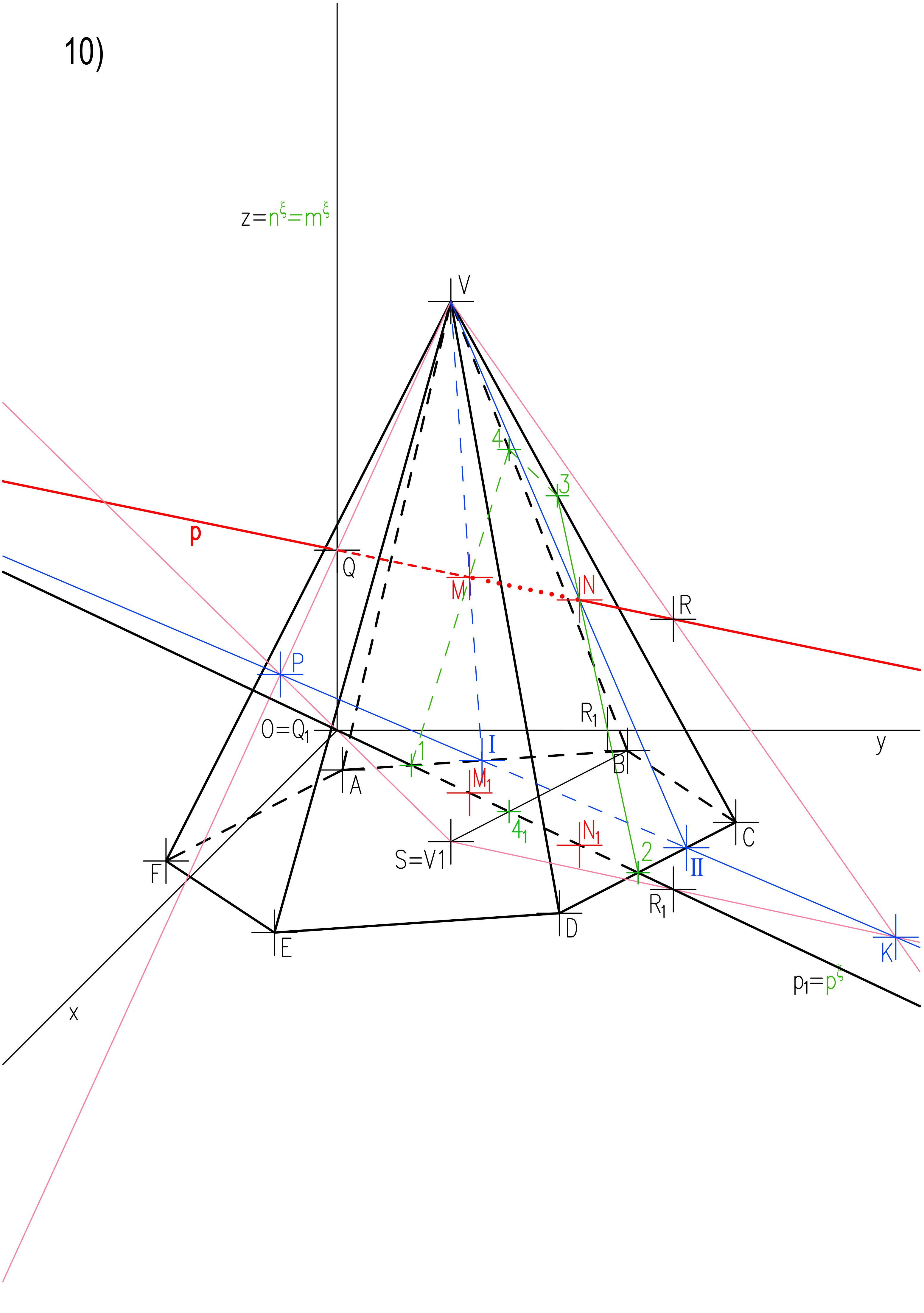
ŘEŠENÍ:

1. Pro určení průniku přímky p a jehlanu použijeme libovolnou rovinu ρ, která obsahuje přímku p. Zobrazíme řez jehlanu rovinou ρ, společná část řezu a přímky p je hledaný průnik. Rovinu ρ můžeme volit podle konkrétní situace, neboť řezem bude nějaký n–úhelník. Je také možno postupovat stejně jako u kužele, tj. rovina ρ je určena přímkou p a bodem V, řezem je pak trojúhelník.

2. V příkladě je zobrazen řez jehlanu rovinou $\rho(p,V)$ a řez jehlanu rovinou ξ, která obsahuje přímku p a je kolmá k rovině π.
   a) Řez rovinou ρ je trojúhelník I IIV. VQ $\cap$ ρ =P, VR $\cap$ ρ =K, PK $\cap$ CD=II, PK $\cap$ AB=I.
   b) Rovina ξ protíná hrany AB, CD, VC a VB, řezem je čtyřúhelník 1234.

3. Přímka p protíná strany trojúhelníka I IIV i strany čtyřúhelníka 1234 v bodech M a N. Úsečka MN je hledaný průnik přímky p a jehlanu.

10)



11) A4 na výšku

KP: $O[4;5]$, $\omega=315°$, $q=1$; PODHLED ZLEVA!

Je dán kosý pětiboký jehlan s pravidelnou podstavou o středu $S[6;0;6]$ a vrcholu $A[3;0;2]$ v nárysně $\nu(x,z)$. Bod $V[4;12;1]$ je vrchol jehlanu. Dále je dána přímka $p=QR$, $Q[5;-5;10,5]$, $R[8,5;6;3]$. Zobrazte průnik přímky p a jehlanu, stanovte viditelnost.

ŘEŠENÍ:

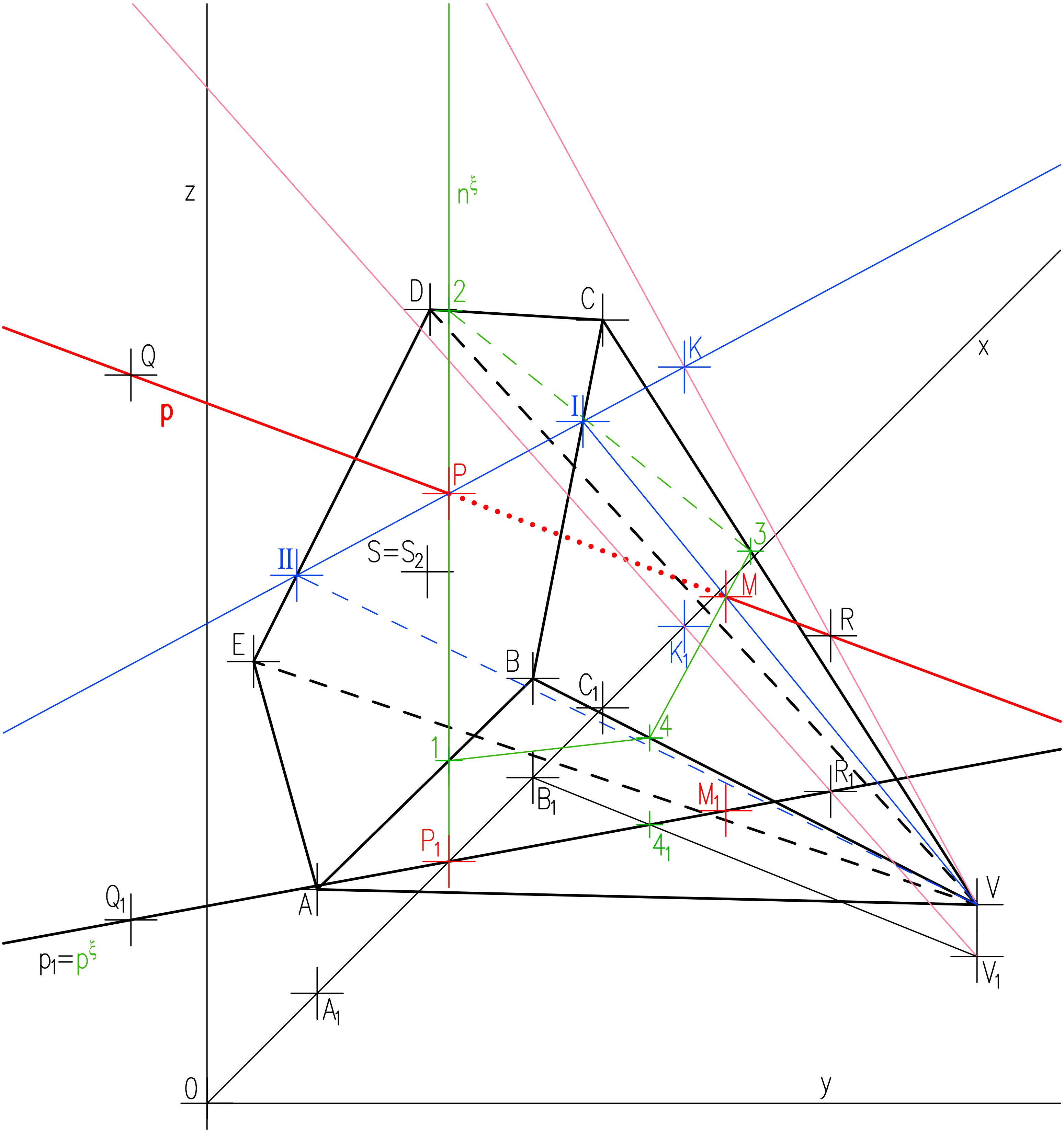
1. Uvažujeme vrcholovou rovinu ρ, která obsahuje přímku p, tj. $\rho(p,V)$.

2. Zobrazíme průsečnici roviny ρ a roviny podstavy ν. Označme P průsečík přímky p s ν. (Protože bod P je vnitřním bodem podstavy jehlanu, je to jeden z hledaných průsečíků.) Označme K průsečík přímky RV s ν. Průsečnice $PK=\rho\cap\nu$ protíná strany podstavného pětiúhelníka v bodech I a II. Řez jehlanu rovinou ρ je trojúhelník I IIV.

3. Přímka p protíná strany trojúhelníka v bodech P a M. Úsečka PM je hledaný průnik přímky p a jehlanu.

POZN.: V příkladě je také ukázán řez jehlanu rovinou ξ, která obsahuje přímku p a je kolmá k půdorysně. Řezem je čtyřúhelník 1234.

11)



z
n^{ξ}
D
2
C
Q
p
K
x
I
P
3
II
S=S2
M
R
E
K1
B
C1
1
4
R1
B1
M1
41
P1
V
Q1
A
V1
p1=p^{ξ}
A1
0
y

12) A4 na výšku

VP: $O[16;19]$, osa z svislá, $\omega=\angle(z,y)=150°$

Je dán kosý čtyřboký jehlan se čtvercovou podstavou o středu $S[14;6;8]$ a vrcholu $A[14;2;6]$ v rovině α rovnoběžné s bokorysnou $\mu(y,z)$. Bod $V[0;4;3]$ je vrchol jehlanu. Dále je dána přímka $p=QR$, $Q[14;3;14,5]$, $R[2,5;8,5;0]$. Zobrazte průnik přímky p a jehlanu, stanovte viditelnost.

ŘEŠENÍ:

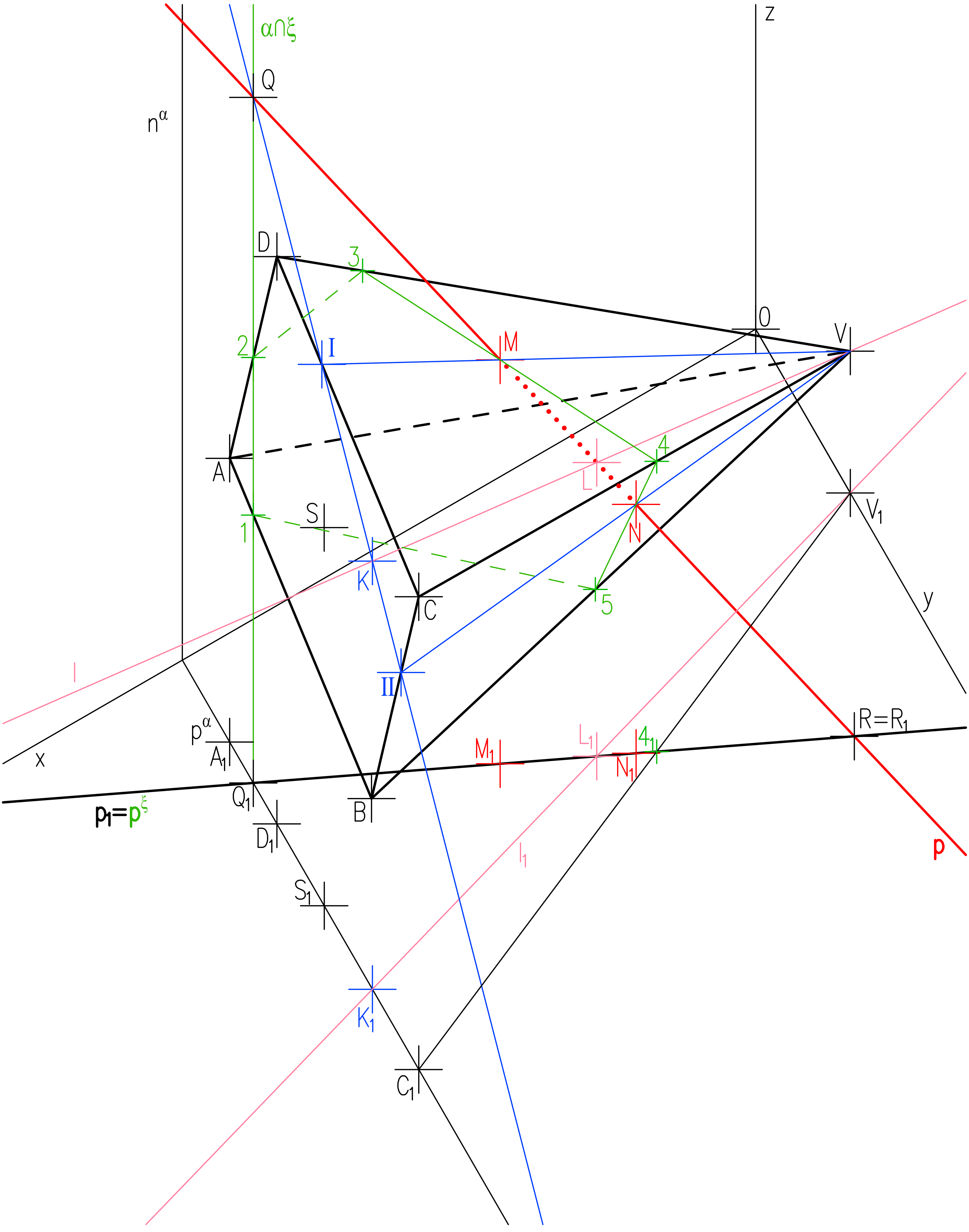
1. Uvažujeme vrcholovou rovinu ρ, která obsahuje přímku p, tj. $\rho(p,V)$.

2. Zobrazíme průsečnici roviny ρ a roviny podstavy α. Průsečík přímky p s α je bod Q. Zvolíme libovolnou přímku roviny ρ, v našem příkladě je to přímka VL (L je libovolný bod přímky p). Označme K průsečík přímky VL s α. Průsečnice $QK=\rho\cap\alpha$ protíná strany podstavy v bodech I a II. Řez jehlanu rovinou ρ je trojúhelník I IIV.

3. Přímka p protíná strany trojúhelníka v bodech M a N. Úsečka MN je hledaný průnik přímky p a jehlanu.

POZN.: V příkladě je také ukázán řez jehlanu rovinou ξ, která obsahuje přímku p a je kolmá k půdorysně.

12)



α∩ξ
Q
z
n^α
D
3
O
M
V
2
I
4
L
A
N
V1
S
1
K
5
C
y
II
l
R=R1
p^α
M1
L1
41
A1
N1
x
Q1
p1=p^ξ
B
D1
l1
p
S1
K1
C1

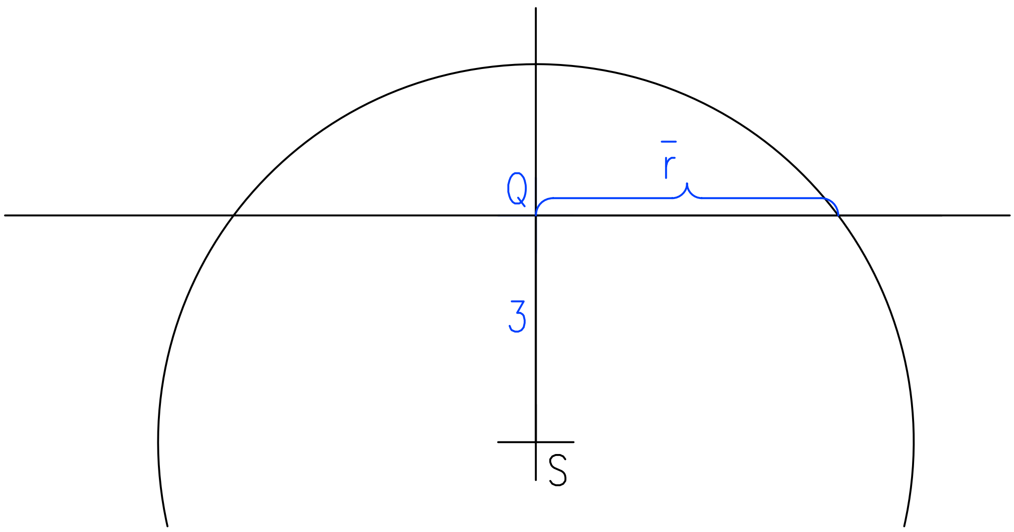
13) A4 na výšku
KP: O[10;14], $\omega=135°$, $q=4/5$

Je dána koule o středu S[10;10;9] s poloměrem r=5. Dále je dána přímka p=PR, P[13;0;14], R[13;17;8]. Zobrazte průnik přímky p a koule, stanovte viditelnost.

ŘEŠENÍ:

1. Pro určení průniku přímky p a koule použijeme libovolnou rovinu ρ, která obsahuje přímku p. Řez koule rovinou ρ je vždy kruh, společná část kruhu a přímky p je hledaný průnik. Rovinu ρ vybíráme vhodně, abychom řez koule rychle zobrazili, nejčastěji volíme rovinu ρ kolmou k některé z rovin π, ν a μ.

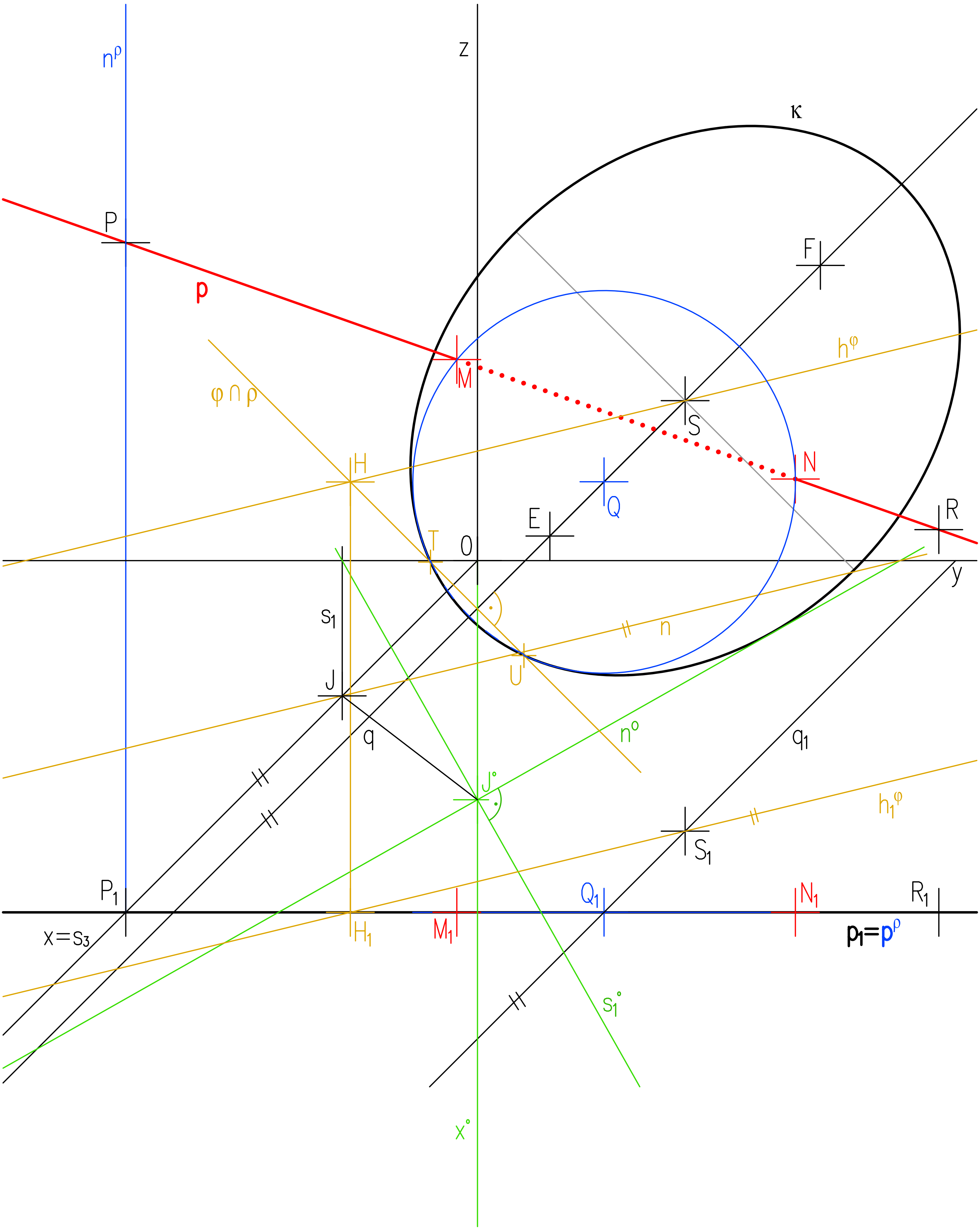
2. V příkladě jsme zvolili rovinu ρ, která obsahuje přímku p a je kolmá k půdorysně. Rovina ρ je rovnoběžná s bokorysnou, řez koule se zobrazí jako kruh. Pro zobrazení potřebujeme znát střed Q a poloměr $\bar{r}$. Střed Q je průsečík přímky q vedené středem koule S kolmo k rovině ρ (zde q je rovnoběžná přímka s osou x). Pro určení poloměru $\bar{r}$ potřebujeme znát vzdálenost bodů S a Q, zde je situace jednoduchá: |SQ|=3. Poloměr $\bar{r}$ určíme z pomocného obrázku:



Zobrazíme kružnici $k(Q,\bar{r})$ v rovině ρ. Přímka p protíná kružnici k v bodech M a N, úsečka MN je hledaný průnik.

3. Stanovíme viditelnost přímky p, a to podle viditelnosti kružnice k. Potřebujeme zobrazit průsečnici roviny ρ a roviny φ, rovina φ prochází středem koule a je kolmá ke směru s kosoúhlého promítání. Vzhledem k tomu, že rovina ρ je rovnoběžná s bokorysnou, bude hledaná průsečnice rovnoběžná s bokorysnou stopou roviny φ, víme že $m^{\varphi} \perp s_3$ (s_3 splývá s kosoúhlým průmětem osy x). Najdeme jeden bod průsečnice, je to bod H, průsečík hlavní přímky roviny φ s rovinou ρ. Zobrazená průsečnice protíná kružnici k v bodech T a U, jsou to body změny viditelnosti.

13)



z
κ
n^ρ
P
p
F
h^φ
M
$\varphi \cap \rho$
S
N
H
Q
R
E
T
O
y
s_1
n
U
J
q
n^o
q_1
J^o
h_1^φ
S_1
P_1
Q_1
N_1
R_1
$x=s_3$
H_1
M_1
$p_1=p^\rho$
s_1^o
x^o

14) A4 na výšku
KP: O[7,5;13], ω=135°, q=3/4

Je dána koule o středu S[5;5;5,5] a poloměru r=4. Dále je dána přímka p=PR, P[10;3;2], R[0;11;12,5]. Zobrazte průnik přímky p a koule, stanovte viditelnost.

ŘEŠENÍ:

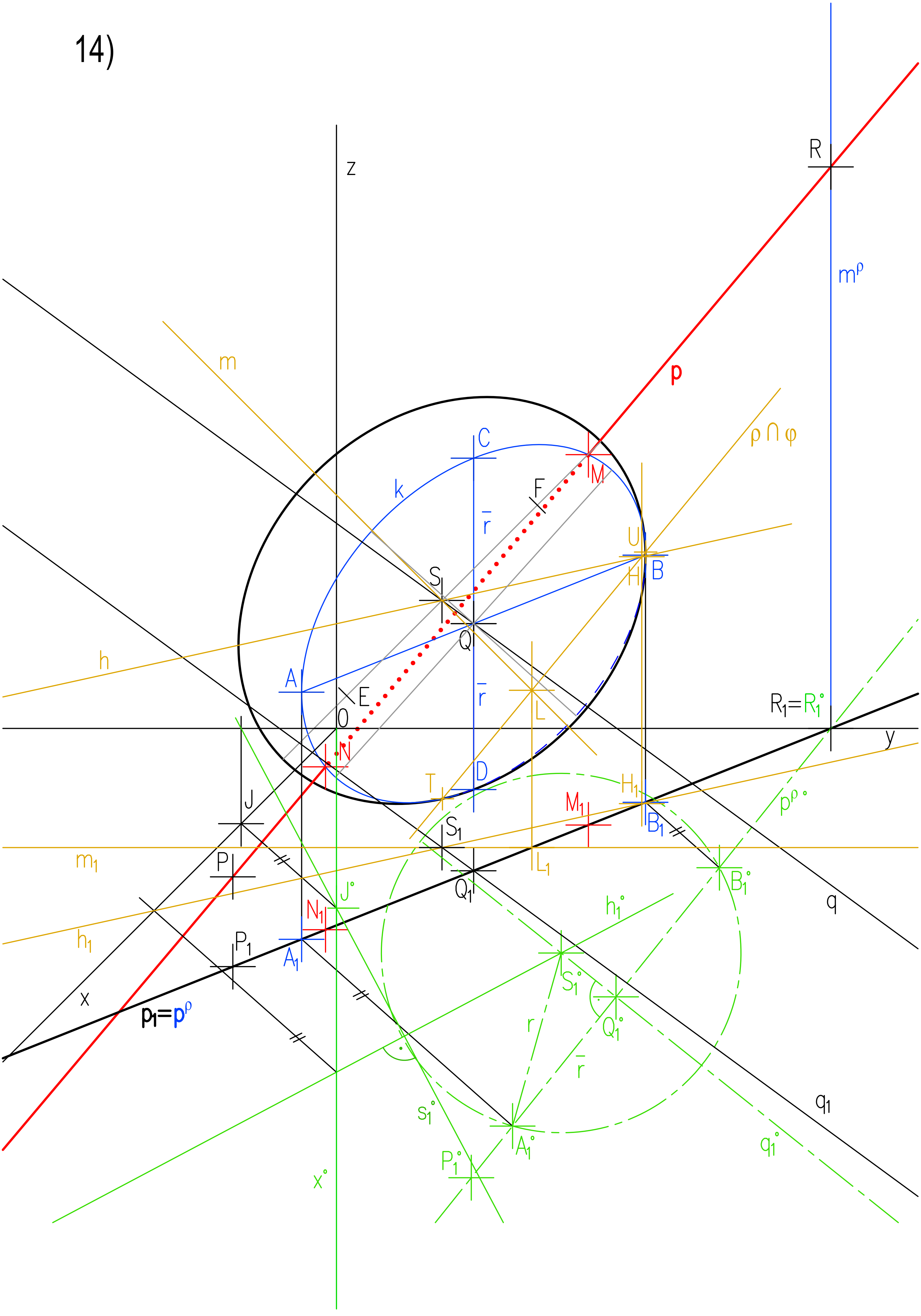
1. Určíme rovinu ρ, která obsahuje přímku p a je kolmá k půdorysně. Zobrazíme řez příslušné kulové plochy rovinou ρ, tj. kružnici k(Q,$\bar{r}$).

2. Střed Q kružnice k je průsečík přímky q vedené středem S kolmo k rovině ρ. Využíváme otočení půdorysny. V otočení také určíme poloměr $\bar{r}$. Zobrazíme sdružené průměry AB, CD (AB II p^{ρ}, CD II m^{ρ}.) a použijeme Rytzovu konstrukci.

3. Přímka p a kružnice k mají společné body M a N, úsečka MN je hledaný průnik přímky p a koule.

4. Stanovíme viditelnost přímky p, a to podle viditelnosti obrazu kružnice k. Potřebujeme zobrazit průsečnici roviny ρ a roviny φ (rovina φ prochází středem koule a je kolmá ke směru s kosoúhlého promítání). Zobrazili jsme průsečíky H a L hlavních přímek h a m roviny φ s rovinou ρ. Přímka HL je hledaná průsečnice. Zobrazená průsečnice protíná obrysovou elipsu v bodech T a U, jsou to body změny viditelnosti.

14)

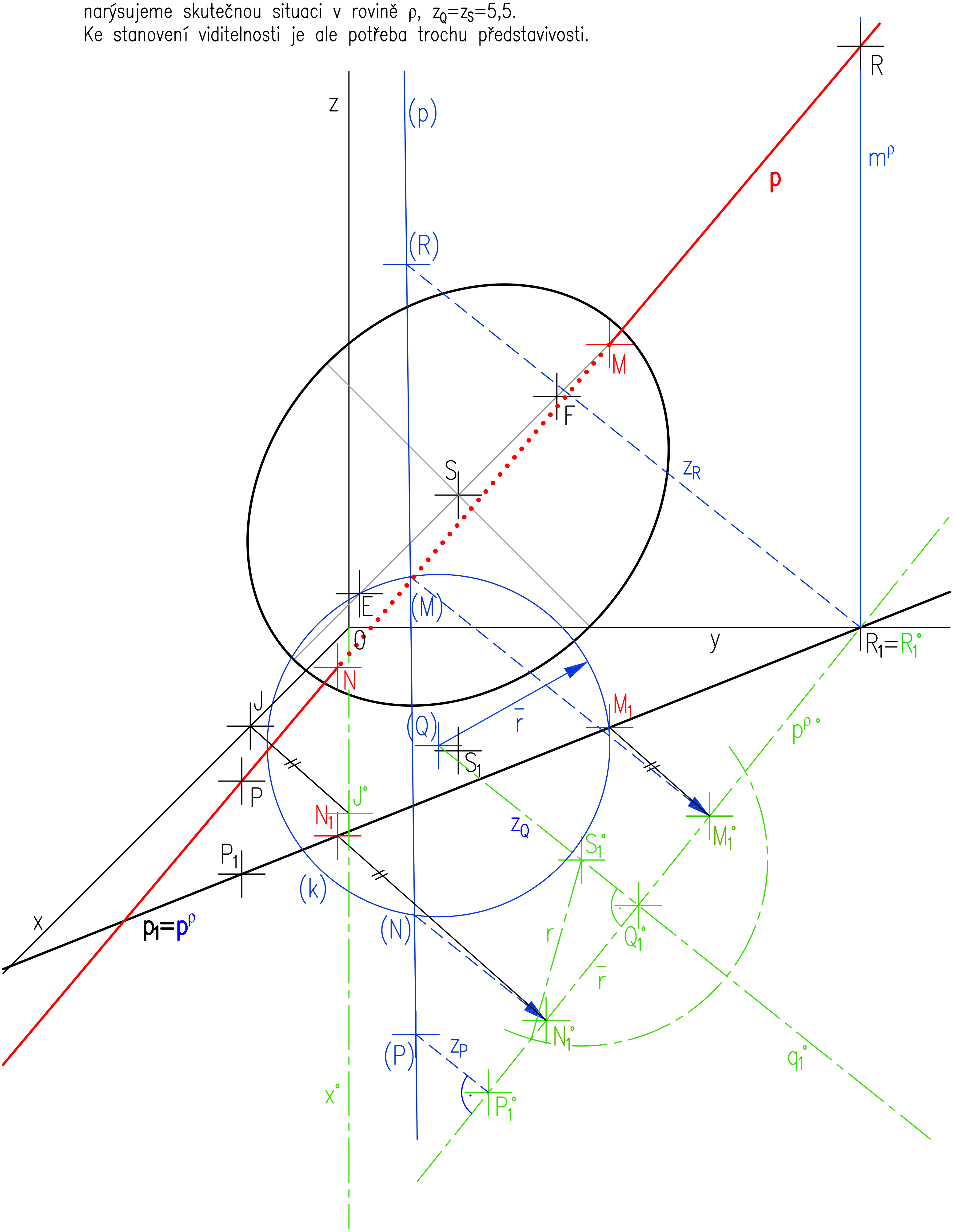


z
m
C
k
F
M
p
R
m^ρ
ρ ∩ φ
r̄
U
B
H
S
Q
h
A
E
O
L
R1=R1°
y
N
D
T
H1
M1
B1
J
S1
P
m1
Q1
L1
q
J°
N1
B1°
h1
A1
P1
h1°
S1°
x
p1=p^ρ
Q1°
r
q1
s1°
P1°
A1°
q1°
x°
p^ρ°

POZN. k příkladu 14):

Existuje rychlejší a přesnější řešení (vzpomeňte na průnik přímky a koule v Mongeově promítání, kdy jsme řez koule nezobrazovali, ale rovinu ρ jsme sklopili). K otočené půdorysné stopě roviny ρ narýsujeme skutečnou situaci v rovině ρ, $z_Q=z_S=5{,}5$.

Ke stanovení viditelnosti je ale potřeba trochu představivosti.



15) A4 na výšku

<u>VP</u>: O[8;17], osa z svislá, $\omega=\angle(z,y)=120°$

Je dána koule o středu S[4;6;5,5] a poloměru r=5,5. Dále je dána přímka p=PR, P[8;5;11], R[0;12;8]. Zobrazte průnik přímky p a koule, stanovte viditelnost.

ŘEŠENÍ:

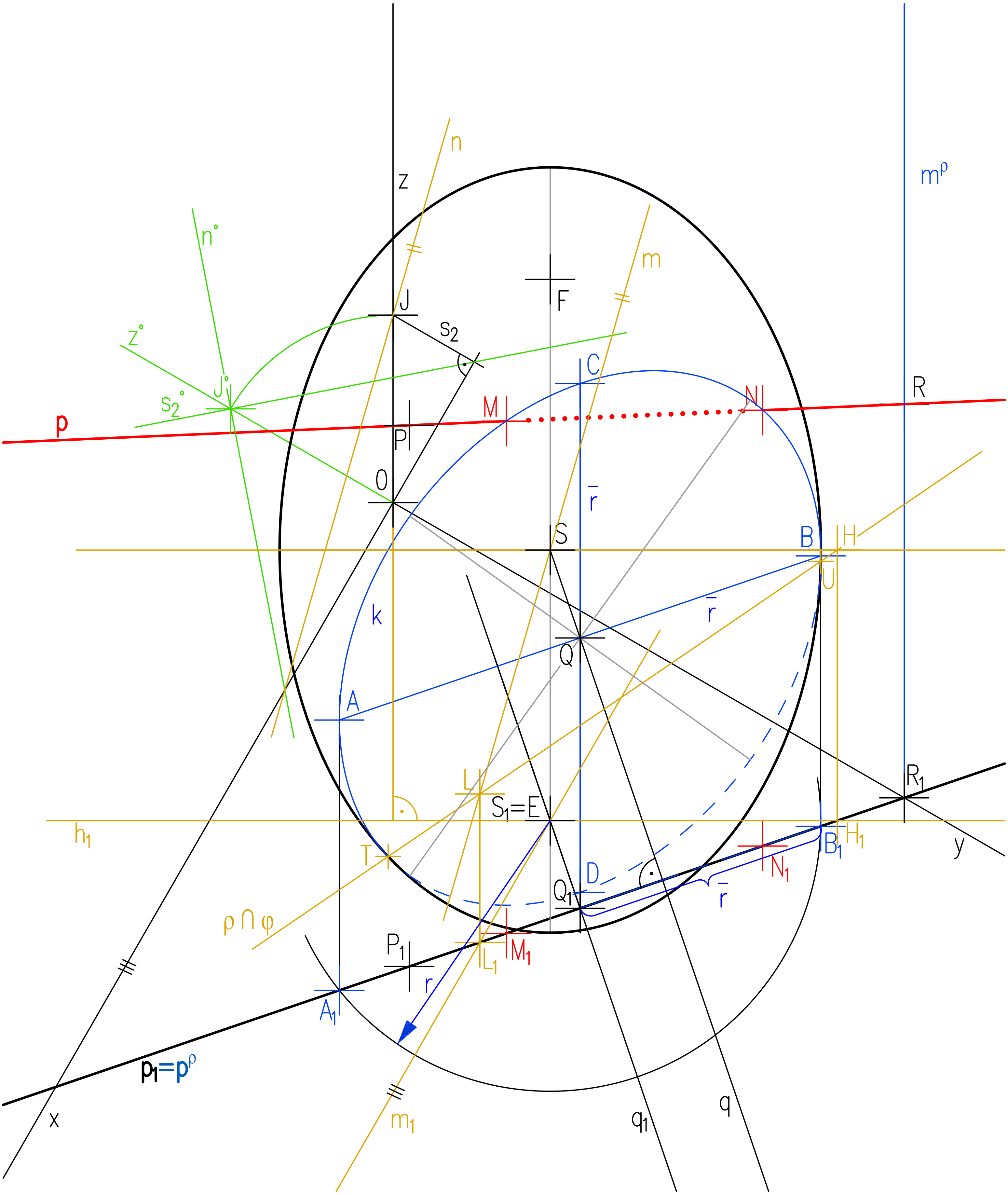
1. Určíme rovinu ρ, která obsahuje přímku p a je kolmá k půdorysně. Zobrazíme řez příslušné kulové plochy rovinou ρ, tj. kružnici $k(Q,\bar{r})$.

2. Střed Q kružnice k je průsečík přímky q, vedené středem S kolmo k rovině ρ, s rovinou ρ. Protože přímka q je rovnoběžná s půdorysnou (tj. s průmětnou), zobrazí se kolmé přímky p^{ρ} a q jako kolmé přímky. V půdorysně můžeme také udělat pomocný obrázek k určení poloměru $\bar{r}$. Zobrazíme sdružené průměry AB, CD (AB II p^{ρ}, CD II m^{ρ}.) a použijeme Rytzovu konstrukci.

3. Přímka p a kružnice k mají společné body M a N, úsečka MN je hledaný průnik přímky p a koule.

4. Stanovíme viditelnost přímky p podle viditelnosti kružnice k. Změna viditelnosti nastane v bodech T a U na průsečnici rovin ρ a φ. Připomeňme, že rovina φ prochází středem koule S a je kolmá ke směru s kosoúhlého promítání. V našem příkladě je rovina φ určena hlavními přímkami h a m.

15)



n
z
m
F
J
s2
mρ
n°
z°
J°
s2°
p
M
N
R
C
P
O
r
S
B
H
U
k
Q
A
L
S1=E
h1
T
D
Q1
R1
B1
H1
N1
y
ρ ∩ φ
P1
M1
L1
A1
r
p1=pρ
x
m1
q1
q

POZN. k příkladu 15):
Existuje rychlejší a přesnější řešení (vzpomeňte na průnik přímky a koule v Mongeově promítání, kdy jsme řez koule nezobrazovali, ale rovinu ρ jsme sklopili). K půdorysné stopě p^ρ narýsujeme skutečnou situaci v rovině ρ, $z_Q=z_S=5{,}5$.