1a) A4 na výšku
KP: 0[8,10] , ω=135˚,q=⅔
Zobrazte bod A [5,6,4] a dále zobrazte půdorys, nárys a bokorys bodu A.

1b) A4 na výšku
KP: 0[8,10] , ω=135˚,q=⅔
Zobrazte bod A [5,6,4] a dále zobrazte půdorys, nárys a bokorys bodu A.

2) A4 na výšku
VP: 0[8;10], osa z^k svislá, ω(=∠(y,z^k))=135˚.
Zobrazte body A[-4;3;3], B[-4;-2;-1], C[5;5;4].

3) A4 na výšku
KP: 0[8,10] KP, ω=135°, q=⅔
Zobrazte přímku a=AB, A[3;2;5], B[-4;6;1]. Dále zobrazte stopníky přímky a.

4) A4 na výšku
VP: 0[10;15], osa z svislá, ω(=∠(y,z))=135˚.
Zobrazte přímku a=AB, A [3;2;6], B [5;4;4], dále zobrazte stopníky přímky a.

5) A4 na výšku
KP: 0 [8;10], ω=135˚ , q=1/2
Zobrazte roviny α (5;6;4), β (2;-3;2,5).

6) A4 na výšku
KP: 0[4;10],ω=60˚, q=1
Zobrazte stopy rovin α (3,∞,3), β (5,6,∞) a ρ (∞,4,5).

7) A4 na výšku
KP 0[8;10], ω=135˚, q=1/2
Zobrazte stopy roviny α (A;B;C), A[8;4;1,5], B[2;-1;0,5], C[2;5;4].

8) A4 na výšku
VP: 0[11;15], osa z svislá, ω(=∠(y,z))=165˚.
Zobrazte stopy roviny α (A;B;C), A [6;4;5], B [-5;8;12], C [-7;7;8].

9) A4 na výšku
KP 0[4;10], ω=60˚, q=1
Dourčete přímku a=AB tak, aby ležela v rovině α (5;6;6), A[1;2;?], B [2;2;?].

10) A4 na výšku
KP: 0[8;8], ω=240˚, q=1
Dourčete bod A [2;2;?] tak, aby ležel v rovině α (5,4,8).

11) A4 na výšku
KP: 0[4;10], ω=300˚, q=1/2 (PODHLED)
Zobrazte bod A [4;5;?] , který leží v rovině α(8,∞,6).

12) A4 na výšku

VP: 0[10;13], osa z svislá, $\omega(=\angle(y,z))=135^\circ$.

Dourčete přímku a=AB tak, aby ležela v rovině α (-7,6,3),

A [7;7;?], B [6;4;?].

13) A4 na výšku

KP: 0[8;13],$\omega=120^\circ$, q=1/2

Zobrazte stopy roviny α (20,20,-30) a dourčete přímku

a=AB, A [8;?;12], B [16;?;8] tak, aby náležela rovině α.

14) A4 na výšku

KP: 0[8;10], $\omega=135^\circ$, q=2/3

Zobrazte hlavní přímky roviny α (9;7;6), které prochází jejím bodem

A[3;2;?].

15) A4 na výšku

VP: 0[12;12], osa z svislá, $\omega(=\angle(y,z))=150^\circ$.

Zobrazte hlavní přímky roviny α (5,-4,4), které prochází bodem A[?;2;7]

roviny α.

16) A4 na výšku

VP: 0[12;15], osa z svislá, $\omega(=\angle(y,z))=150^\circ$.

Je dána rovina α (5,∞,-4). Dourčete přímku a=AB tak, aby ležela v rovině α,

A [?;9;2], B [?;4;6] .

A4 na výšku

17) KP: 0[9;13], $\omega=150^\circ$,q=3/4.

Je dána rovina α (7,6,-9) a přímka a=AB, A [5;5;6], B [9;10;4].

Určete vzájemnou polohu přímky a a roviny α. Je-li přímka a různoběžná

s rovinou α, zobrazte průsečík přímky a a roviny α.

A4 na výšku

18) VP: 0[10;11], osa z svislá, $\omega(=\angle(y,z))=150^\circ$.

Je dána rovina α (5,-6,4) a přímka a=AB, A [9;0;5] B [-2;7;1]. Určete

vzájemnou polohu přímky a a roviny α. Je-li přímka a různoběžná s

rovinou α zobrazte průsečík přímky a roviny α.

A4 na výšku

19) KP: 0[4;9], $\omega=60^\circ$, q=1/2

Je dána rovin α (6,∞,3) a přímky a=AB a m=MN, A [4;4;7], B [4;4;2],

M [0;8;6], N [6;8;3]. Určete vzájemnou polohu přímky a a roviny α,přímky

m a roviny α.

20) A4 na výšku

VP: 0[10;13], osa z svislá, ω(=∠(y,z))=120˚.

Určete vzájemnou polohu roviny α (9,-7,6) a přímky a=AB, A [7;6;0], B [3;7;15].

21) A4 na výšku

KP: 0[10;13], ω=120˚, q=3/5

Určete vzájemnou polohu roviny α (-6,-6,-7) a přímky a=AB, A [0;0;-3], B [-4;7;6].

22) A4 na výšku

KP: 0[8;13], ω=150˚, q=3/4

Zobrazte stopy roviny β, která prochází bodem B [7;8;5] a je rovnoběžná s rovinou α (9,6,-10).

23) A4 na výšku

VP: 0[10;14], osa z svislá, ω(=∠(y,z))=120˚.

Zobrazete stopy roviny β, která prochází bodem B [5;5;-5] a je rovnoběžná s rovinou α (P,Q,R), P [2;6;0], Q [6;-3;5], R [-6;7;6].

24) A4 na výšku

KP: 0[9;11], ω=300˚, q=3/4

Určete vzájemnou polohu roviny α (5,8,10) a β (-7,3,5). Jsou-li roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.

25) A4 na výšku

KP: 0[7;11], ω=225˚, q=2/3

Určete vzájemnou polohu roviny α (6,7,-7) a β (3,7,-5). Jsou-li roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.

26) A4 na výšku

KP: 0[9;10], ω=150˚, q=4/5

Určete vzájemnou polohu roviny α (∞,6,∞) a β (B,p), B [5;11;4], p=MN, M [7;-2;6], N [2;0;11]. Jsou-li roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.

27) A4 na výšku

VP: 0[10;13], osa z svislá, ω(=∠(y,z))=135˚.

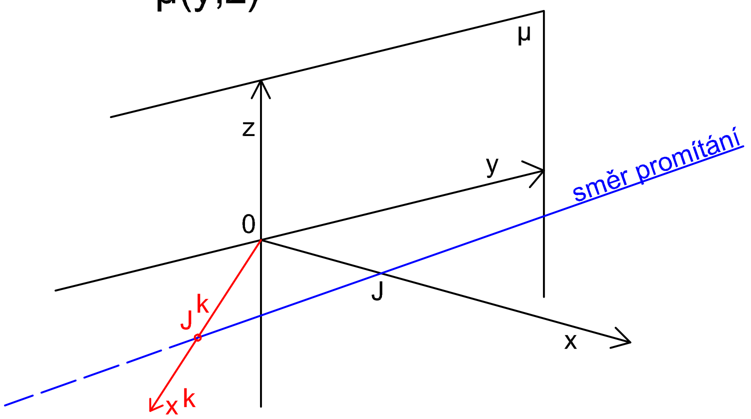
Určete vzájemnou polohu rovin α (5,-7,8) a β (A,B,C), A [0;0;4], B [3;9;6], C [0;6;12]. Jsou-li roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.

Kosoúhlé promítání

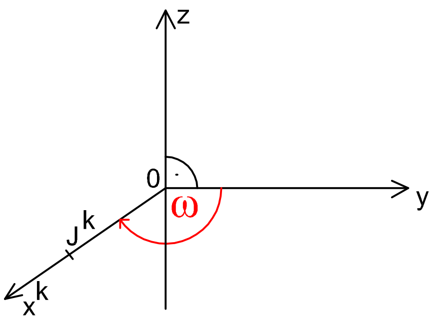
Kosoúhlé promítání je rovnoběžné promítání na průmětnu σ (rovina), směr promítání je určen přímkou, která není rovnoběžná s průmětnou a není k průmětně kolmá.

Nechť je v prostoru dána pravotočivá kartézká soustava souřadná (0,x,y,z), rovina π(x,y) je půdorysna, rovina γ(x,z) je nárysna a rovina μ(y,z) je bokorysna.V kosoúhlém promítání bereme za průmětnu σ buď bokorysnu μ(y,z) nebo půdorysnu π(x,y).

$\sigma = \mu(y,z)$



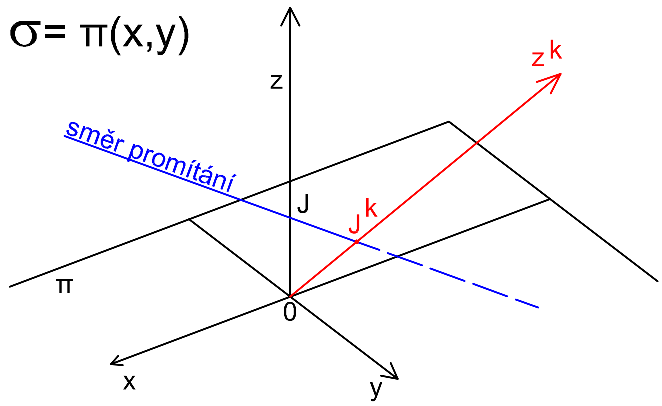
Směr promítání není navíc rovnoběžný ani s půdorysnou ani s nárysnou (rozmyslete proč).Osy y a z leží přímo v průmětně. Kosoúhlým průmětem osy x je přímka x^k, kosoúhlým průmětem úsečky 0J osy x je úsečka $0J^k$.



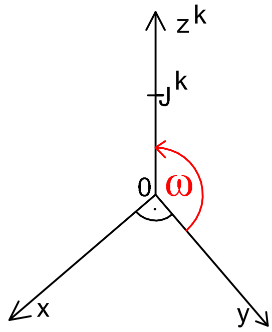
Kosoúhlé promítání (KP) zadáváme orientovaným úhlem ω , který svírá kladná poloosa osy y s kosoúhlým průmětem x^k kladné poloosy osy x, a poměrem zkrácení $q=\frac{|0J^k|}{|0J|}$.

Často se používá tzv. KAVALÍRNÍ PERSPEKTIVA, kde ω = 135° a q=1.

$\sigma = \pi(x,y)$



Směr promítání není navíc rovnoběžný ani s nárysnou ani s bokorysnou. Osy x a y leží přímo v průmětně. Kosoúhlým průmětem osy z je přímka z^k, kosoúhlým průmětem úsečky 0J osy z je úsečka $0J^k$.



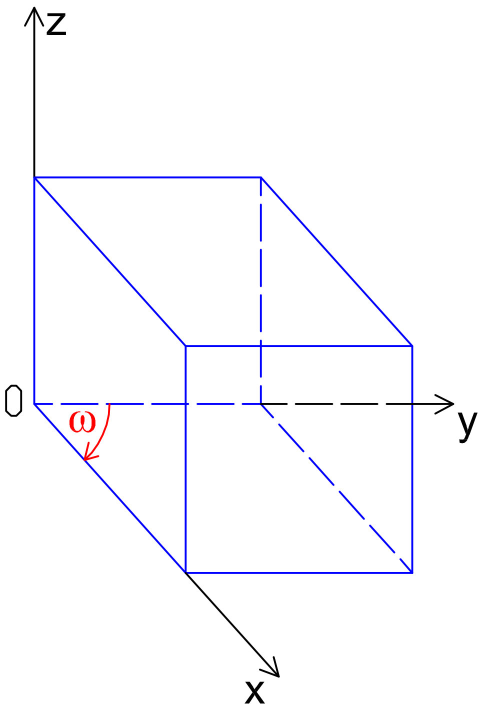
Kosoúhlé promítání (KP)zadáváme orientovaným úhlem ω , který svírá kladná poloosa osy y s kosoúhlým průmětem z^k kladné poloosy osy z, a poměrem zkrácení $q=\frac{|0J^k|}{|0J|}$.

V dalším budeme používat tzv. VOJENSKOU PERSPEKTIVU(VP) kde q=1.

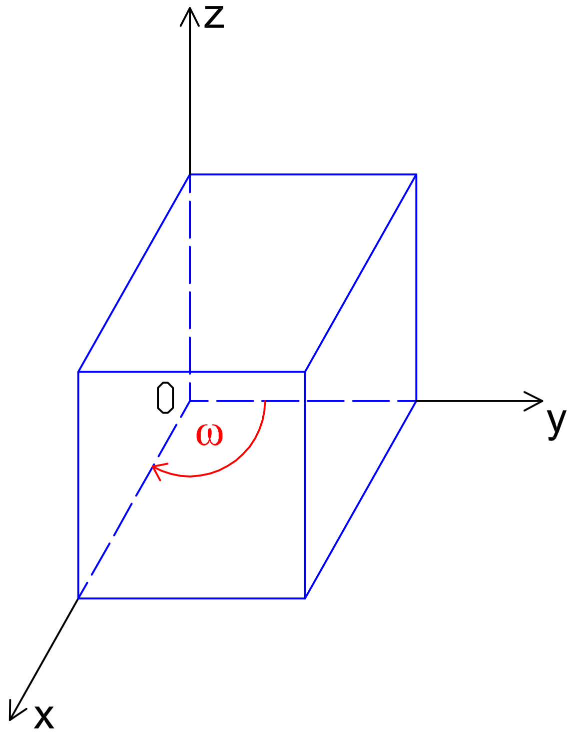
V KP rozlišujeme podle velikosti úhlu ω nadhledy a podhledy.
Pro názornost je zobrazena krychle (neprůhledná).

a) $0^\circ < \omega < 90^\circ$, mluvíme o nadhledu zleva,
b) $90^\circ < \omega < 180^\circ$, mluvíme o nadhledu zprava,
c) $180^\circ < \omega < 270^\circ$, mluvíme o podhledu zprava,
d) $270^\circ < \omega < 360^\circ$, mluvíme o podhledu zleva.

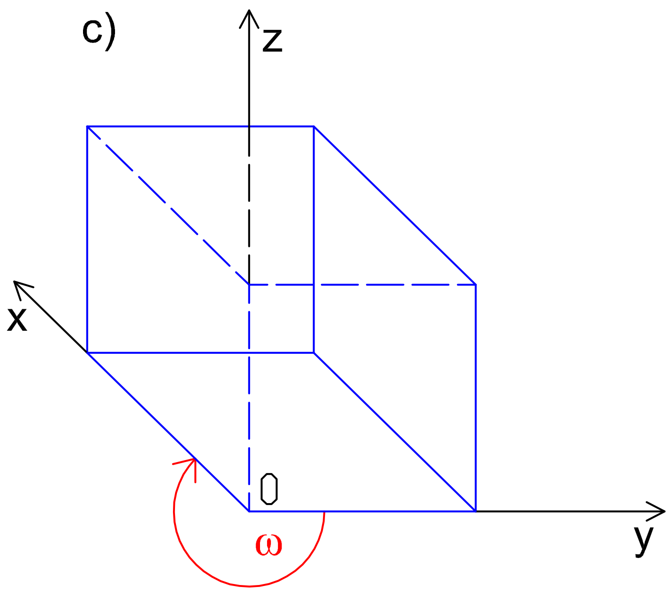
a)



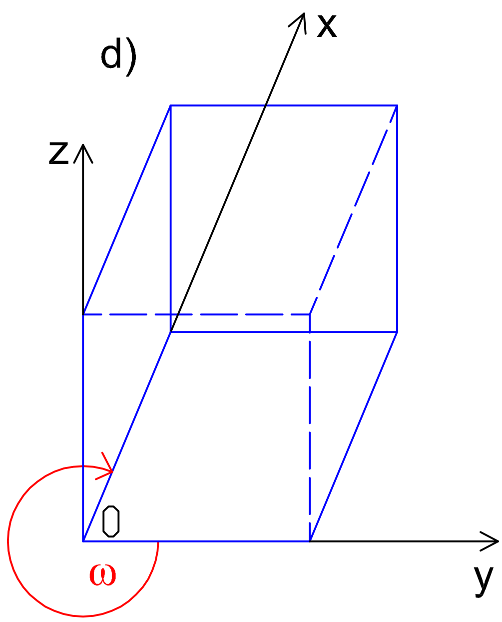
b)



c)



d)



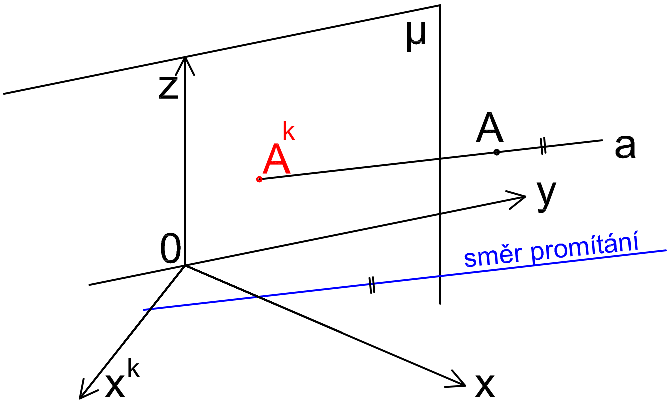
1a) A4 na výšku

KP: 0[8,10] , ω=135˚,q=⅔

Zobrazte bod A [5,6,4] a dále zobrazte půdorys, nárys a bokorys bodu A.

Řešení:

Kosoúhlý průmět bodu A[x_A,y_A,z_A] je průsečík přímky a, která prochází bodem A a je rovnoběžná se směrem promítání, s průmětnou σ.



Stejný kosoúhlý průmět mají ovšem všechny body přímky a. Abychom body rozlišili a byli schopni zpětně určit jejich polohu v prostoru , sestrojíme kromě A^k ještě

kosoúhlý průmět A_1^k půdorysu A_1 [x_A,y_A,0] bodu A,

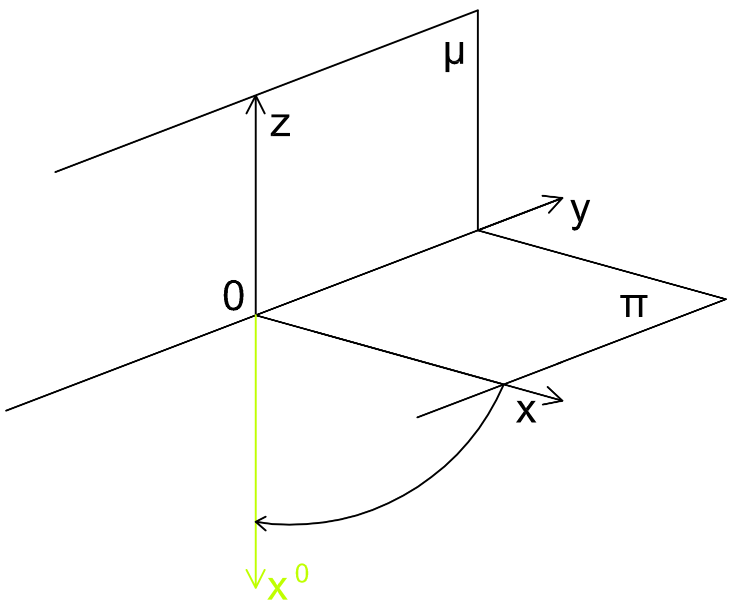
kosoúhlý průmět A_2^k nárysu A_2 [x_A,0,z_A] bodu A,

kosoúhlý průmět A_3^k bokorysu A_3 [0,y_A,z_A] bodu A.

Stačí zobrazit dva z bodů A, A_1,A_2 a A_3, zbývající snadno dourčíme.

Obvykle sestrojujeme A_1^k a A^k.

Zobrazme bod A [5,6,4], x-ová souřadnice se zkracuje , y-ová a z-ová souřadnice zůstává nezměněna. Ke zkrácení x-ových souřadnic použijeme otočení půdorysny π(x,y) kolem osy y do průmětny μ(y,z).

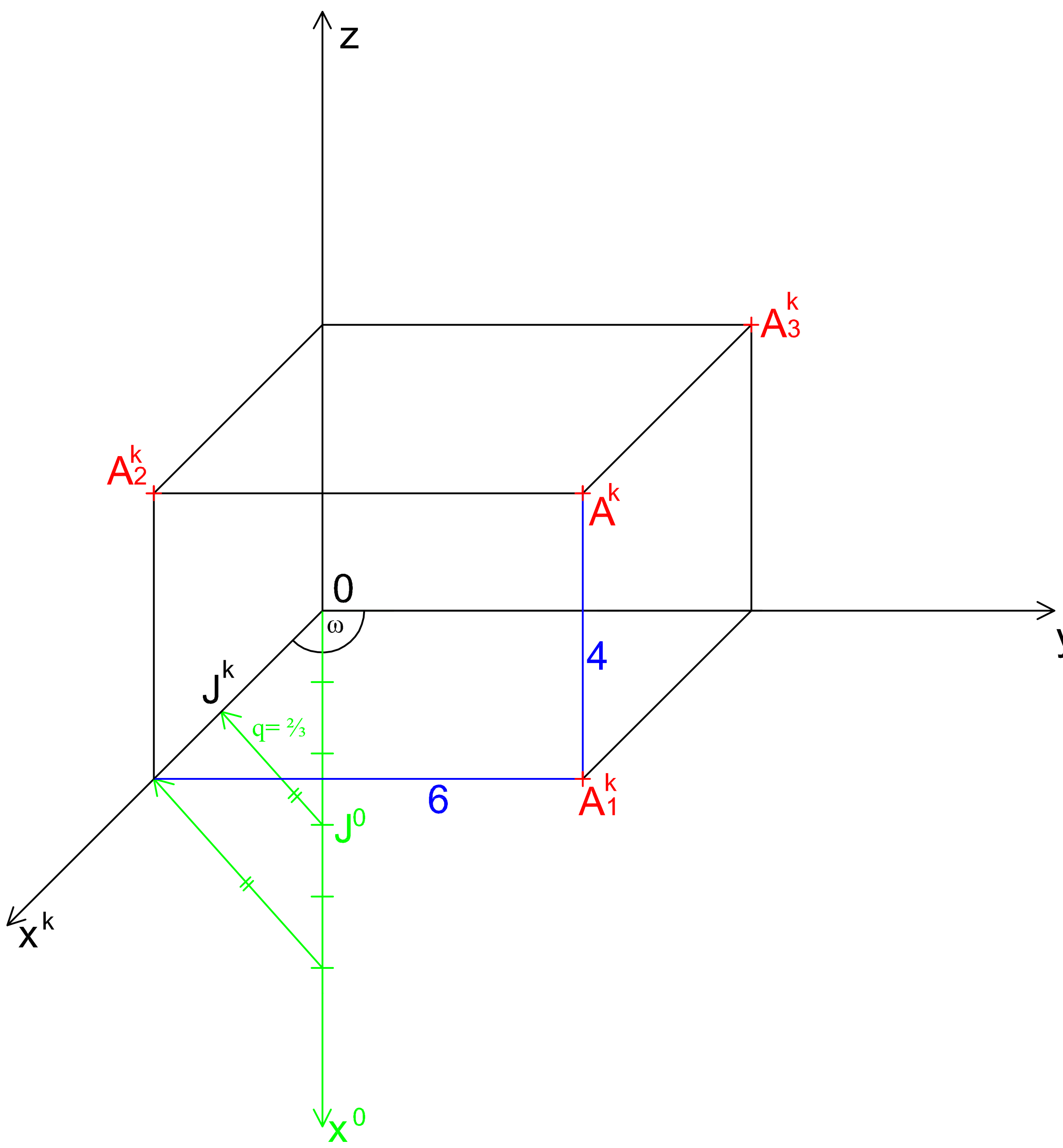


Rovinu π otočíme tak, že kladná poloosa osy x splyne se zápornou poloosou osy z.
(V případě nedostatku místa lze π otočit tak, že kladná poloosa osy x splyne s kladnou poloosou osy z).

Podle poměru krácení q=⅔ víme, že 3cm se zkrátí na 2 cm. Naneseme tedy 3cm na x^0 od počátku 0 a bod označíme J^0, na osu x^k naneseme 2 cm od počátku 0 a bod označíme J^k. Přímka J^0J^k určuje směr zkracování, s využitím afinity A (y, $J^0 \longleftrightarrow J^k$) zkrátíme 5cm. Získaným bodem na x^k vedeme rovnoběžku s osou y a naneseme y-ovou souřadnici , dostáváme bod A_1^k .

Bodem A_1^k vedeme rovnoběžku s osou z a naneseme z-ovou souřadnici a tím je sestrojen kosoúhlý průmět A^k bodu A. Jakmile máme body A_1^k a A^k, snadno již sestrojíme body A_2^k, A_3^k (využijeme souřadnicový kvádr bodu A).

Dohoda: V dalším budeme vynechávat horní indexy "k" a průměty objektů označovat stejně jako objekty v prostoru.



1b)A4 na výšku

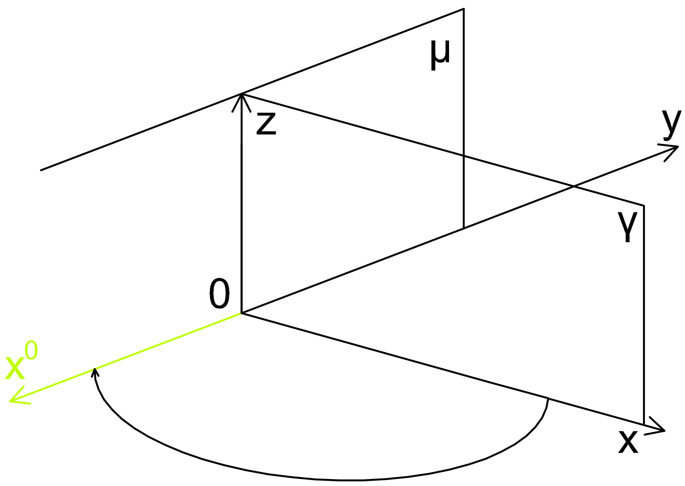
KP: 0[8,10] , ω=135˚,q=⅔

Zobrazte bod A [5,6,4] a dále zobrazte půdorys, nárys a bokorys bodu A.

Řešení:

Víme, že x-ová souřadnice se zkracuje podle poměru zkrácení, y-ová a z-ová souřadnice zůstávají nezměněny.

Ke zkrácení x-ových souřadnic tentokrát použijeme otočení nárysny γ(x,z) kolem osy z do průmětny μ(y,z).



Rovinu γ otočíme tak, že kladná poloosa osy x splyne se zápornou poloosou osy y. (V případě nedostatku místa lze γ otočit tak, že kladná poloosa osy x splyne s kladnou poloosou osy y).

Podle q=⅔ naneseme 3cm na x^0 od počátku 0 a bod označíme J^0, na osu x^k naneseme 2cm od počátku 0 a bod označíme J^k. Přímka J^0J^k určuje směr zkracování, s využitím afinity A (z, $J^0 \longleftrightarrow J^k$) zkrátíme 5cm.

Získaným bodem na x^k vedeme rovnoběžku s osou y a naneseme y-ovou souřadnici , dostáváme bod A_1^k .

Bodem A_1^k vedeme rovnoběžku s osou z a naneseme z-ovou souřadnici a tím je sestrojen kosoúhlý průmět A^k bodu A.

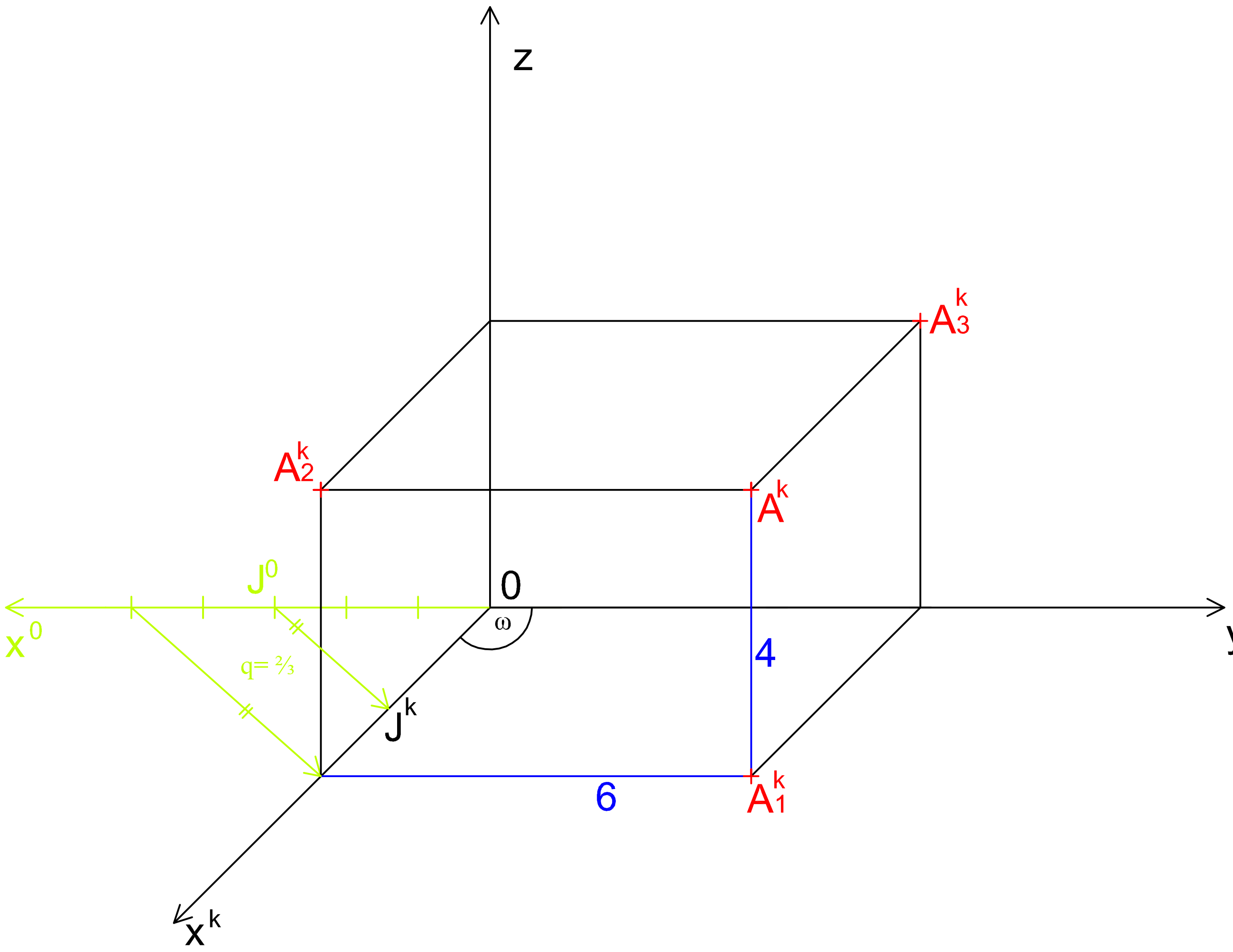
Jakmile máme body A_1^k a A^k ,snadno již sestrojíme body A_2^k, A_3^k (využijeme souřadnicový kvádr bodu A).

Dohoda: V dalším budeme vynechávat horní indexy "k" a průměty objektů označovat stejně jako objekty v prostoru .

1b) A4 na výšku

KP: 0[8,10] , ω=135˚,q=⅔

Zobrazte bod A [5,6,4] a dále zobrazte půdorys, nárys a bokorys bodu A.



2) A4 na výšku

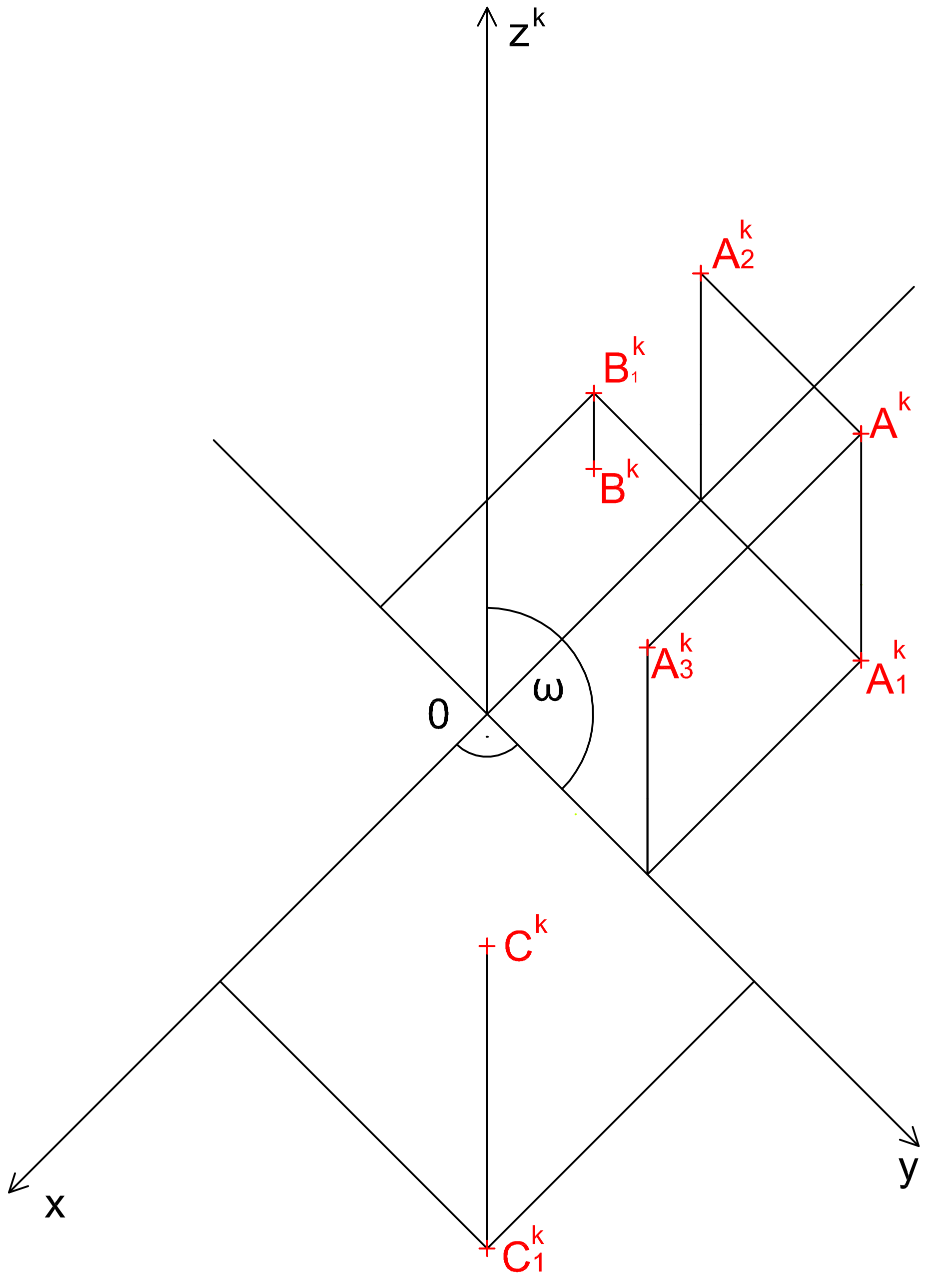
<u>VP</u>: 0[8;10], osa z^k svislá, $\omega(=\angle(y,z^k)=135^\circ$.

Zobrazte body A[-4;3;3], B[-4;-2;-1], C[5;5;4].

Řešení:

1. Promítáme do roviny $\pi(x,y)$, osa x a y jsou vzájemně kolmé.
2. Ve vojenské perspektivě je vždy poměr zkracování q=1. Všechny souřadnice vynášíme nezkrácené. V příkladě jsou sestrojeny i průměty nárysu a bokorysu bodu A. Proveďte totéž pro body B a C.

pozn: V dalším budeme vynechávat horní indexy "k".



3) A4 na výšku

<u>KP</u>: 0[8,10], ω=135°, q=⅔

Zobrazte přímku a=AB, A[3;2;5], B[-4;6;1]. Dále zobrazte stopníky přímky a.

Řešení:

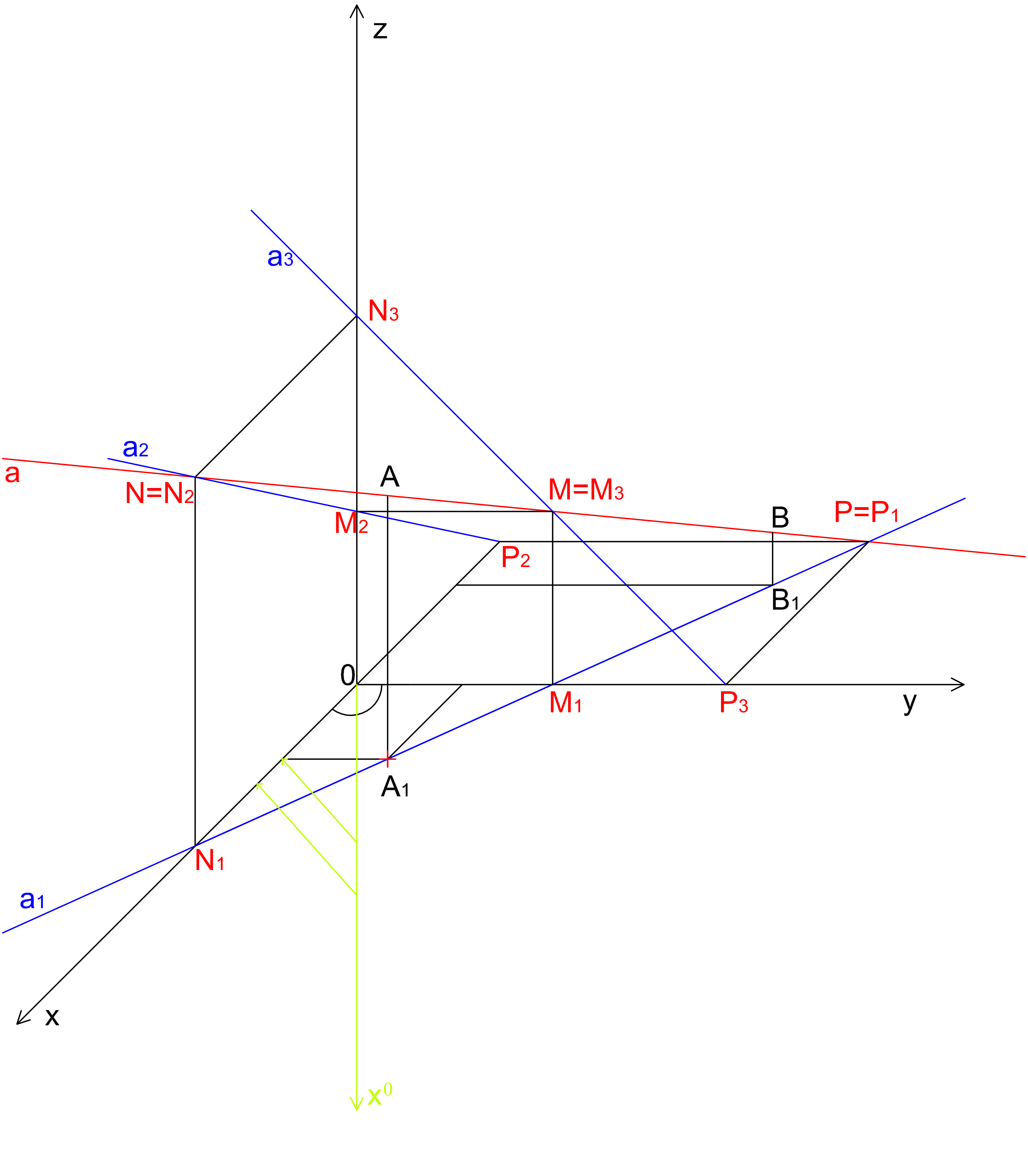
1. Zobrazíme zadané body A a B.
2. Půdorysný stopník P je průsečík přímky a s půdorysnou, je tedy P průsečík přímky a a půdorysu a_1 přímky a.
   Nárysný stopník N je průsečík přímky a s nárysnou, je tedy půdorys bodu N průsečík a_1 a osy x. Kosoúhlý průmět bodu N leží na kosoúhlém průmětu přímky a (je to zároveň i nárys bodu N).
   Bokorysný stopník M je průsečík přímky a s bokorysnou, je tedy půdorys bodu M průsečík a_1 a osy y. Kosoúhlý průmět bodu M leží na kosoúhlém průmětu přímky a (je to zároveň i bokorys bodu M).
3. V příkladě jsou doplněny také průměty nárysů a bokorysů stopníků.

3)A4 na výšku

KP: 0[8,10] KP, ω=135°, q=⅔

Zobrazte přímku a=AB, A[3;2;5], B[-4;6;1].

Dále zobrazte stopníky přímky a.



4) A4 na výšku

VP: 0[10;15], osa z svislá, $\omega(=\angle(y,z))=135^\circ$.

Zobrazte přímku a=AB, A [3;2;6], B [5;4;4], dále zobrazte stopníky přímky a.

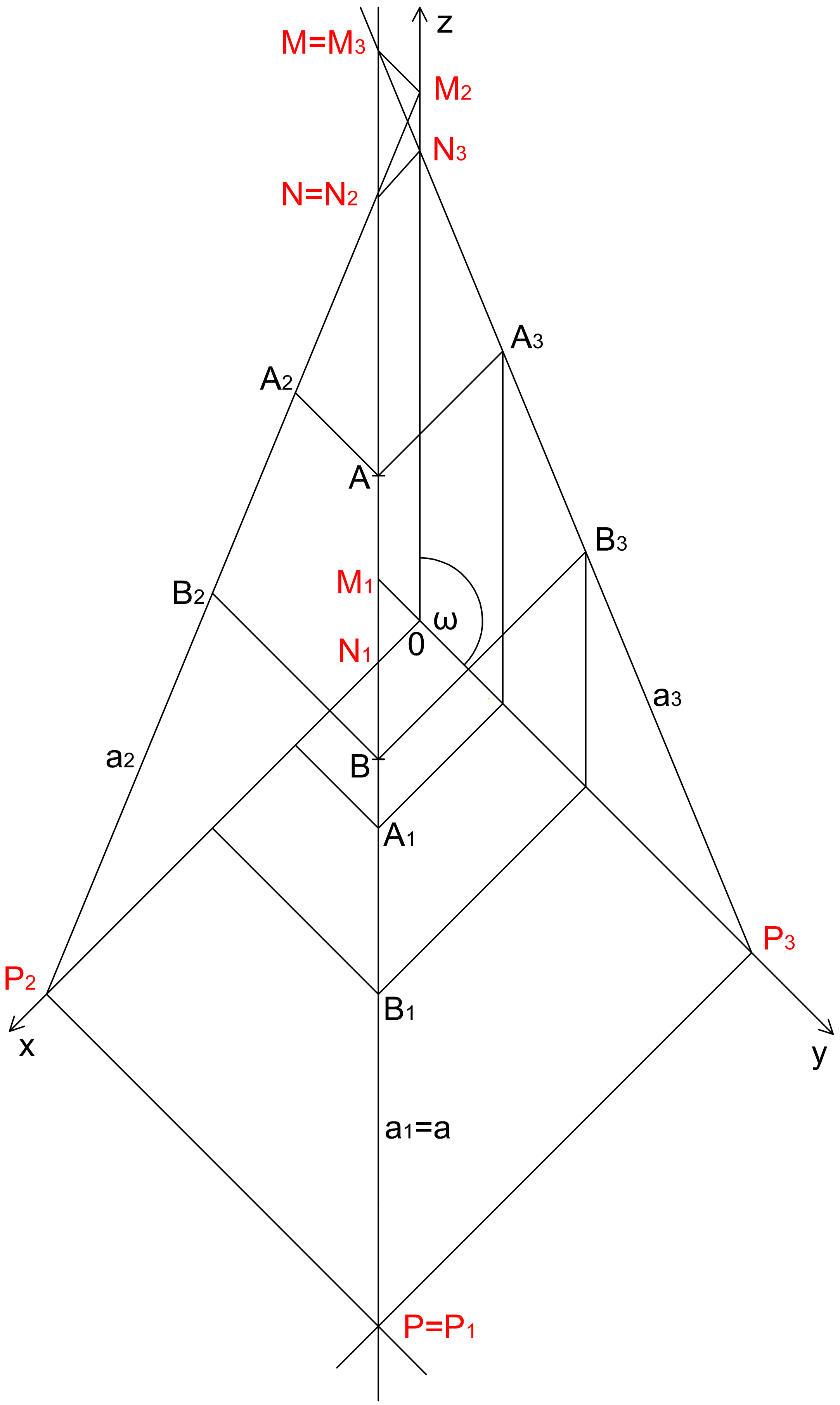
Řešení:

1. Zobrazíme zadané body A, B.
2. Kosoúhlý průmět přímky a a kosoúhlý průmět přímky a_1 splývají. Zadaná přímka tedy leží v rovině ξ, která je kolmá k půdorysně a rovnoběžná se směrem kosoúhlého promítání. Průměty přímek a a a_1 jsou opět přímky, tedy přímka a není ani kolmá k půdorysně ani rovnoběžná se směrem kosoúhlého promítání (rozmyslete).
3. Stopníky přímky a lze sestrojit s využitím nárysu přímky a nebo jejího bokorysu (v příkladě je ukázáno obojí).

4)A4 na výšku

VP: 0[10;15], osa z svislá, $\omega(=\angle(y,z))=135^\circ$.

Zobrazte přímku a=AB, A [3;2;6], B [5;4;4], dále zobrazte stopníky přímky a.



5) A4 na výšku

KP: 0 [8;10], ω=135° , q=1/2

Zobrazte roviny α (5;6;4), β (2;-3;2,5).

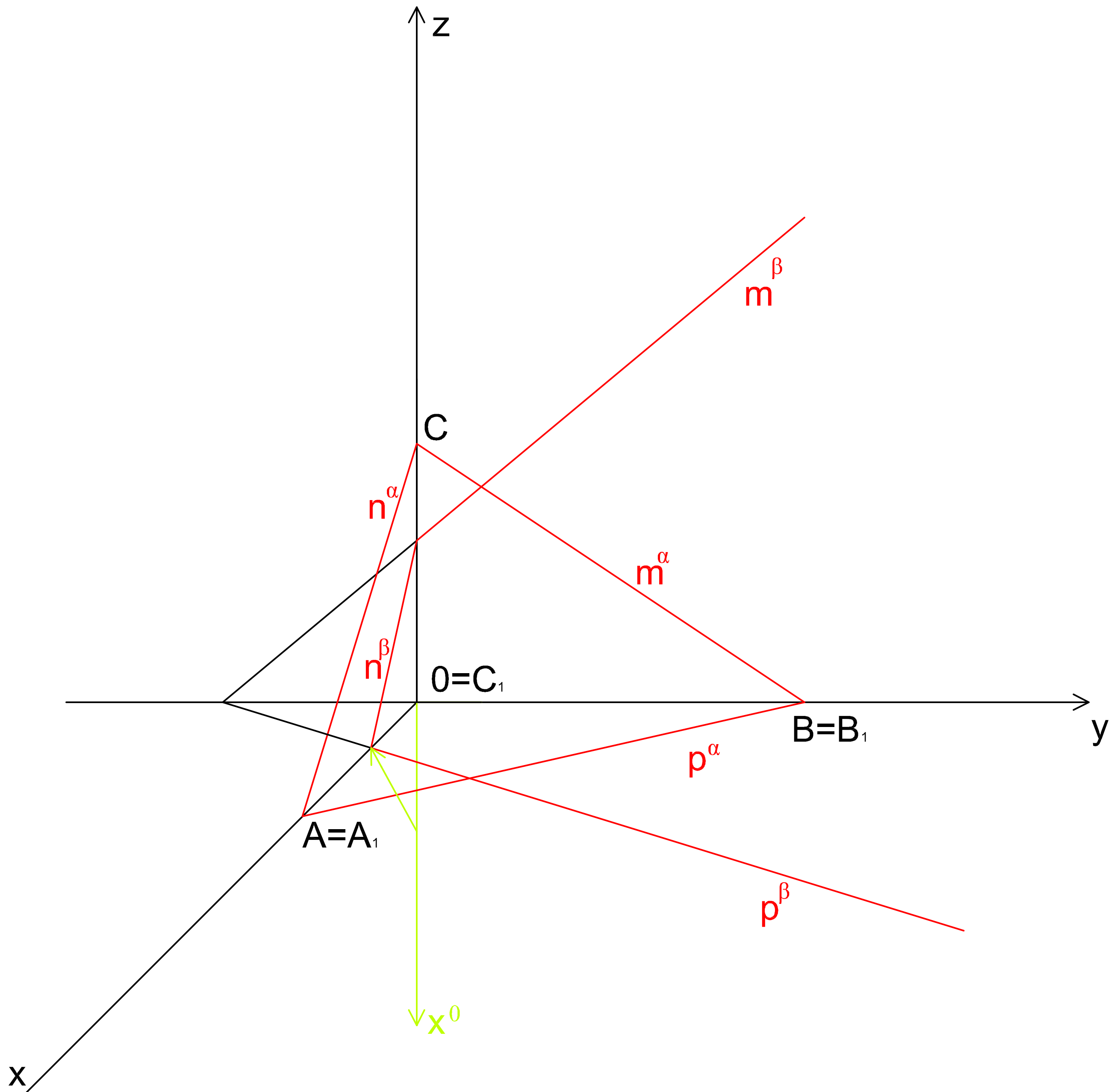
Řešení:

1. Pokud není rovina rovnoběžná se směrem promítání, je kosoúhlým průmětem roviny celá průmětna. Kosoúhlým průmětem roviny α i roviny β je celá průmětna.
2. Zápisem α (5,6,4) jsou zadány tři body roviny α, bod A [5,0,0], bod B [0,6,0] a bod C[0,0,4]. Zobrazíme tyto 3 body.
   Abychom si rovinu snáze představili, zobrazujeme stopy roviny α.
   Půdorysná stopa roviny α je průsečnice roviny α s půdorysnou, p^{α}=AB.
   Nárysná stopa roviny α je průsečnice roviny α s nárysnou, n^{α}=AC.
   Bokorysná stopa roviny α je průsečnice roviny α s bokorysnou, m^{α}=BC.
3. Stejným způsobem zobrazíme stopy roviny β.

5)A4 na výšku

KP: 0 [8;10], ω=135˚ , q=1/2

Zobrazte roviny α (5;6;4), β (2;-3;2,5).



6)A4 na výšku

KP: 0[4;10],$\omega=60^\circ$, q=1

Zobrazte stopy rovin α (3;∞;3), β (5;6;∞) a ρ (∞;4;5).

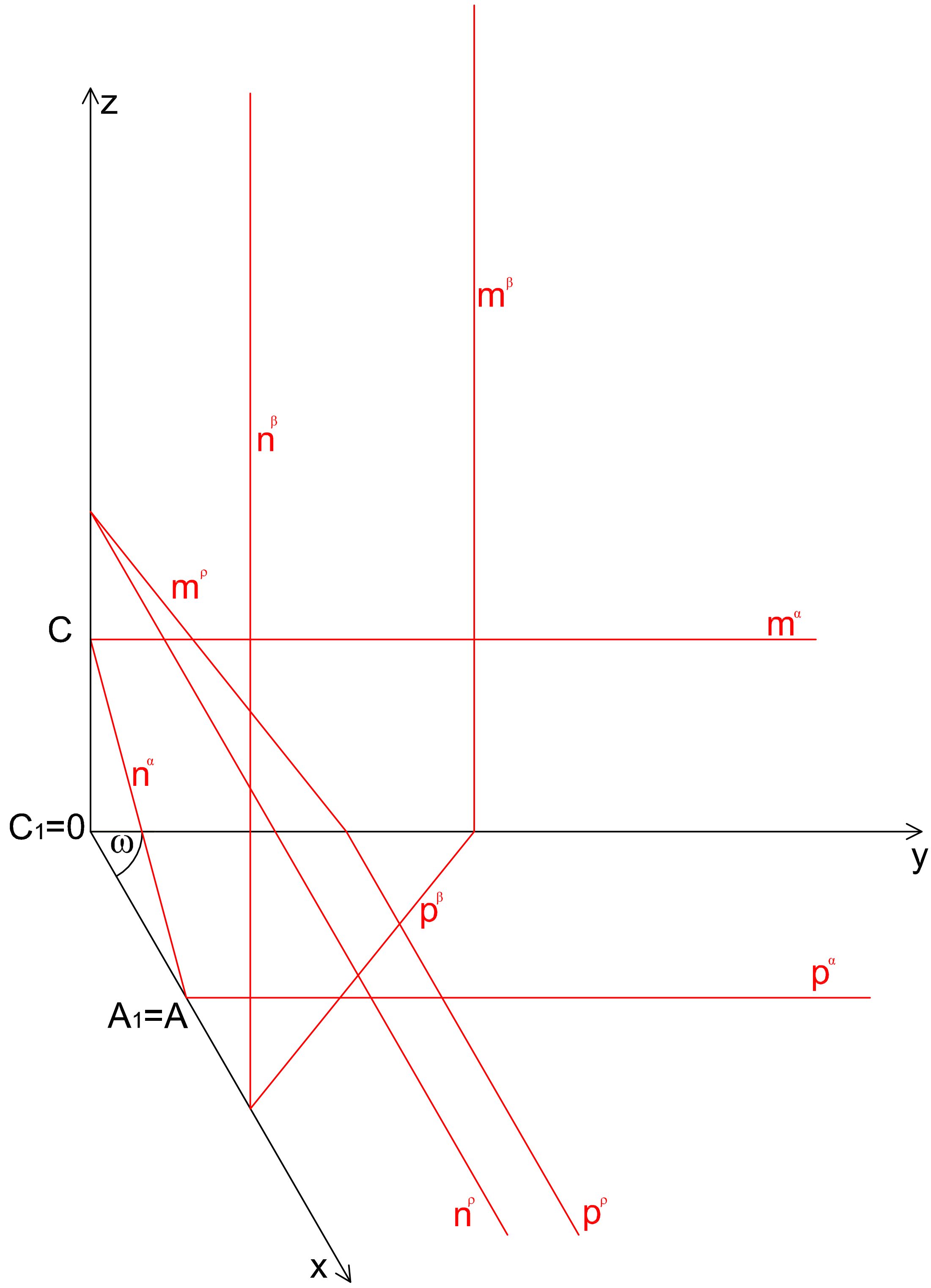
Řešení:

1. Pokud je v zápise roviny znak "∞" , znamená to, že rovina neprotíná některou z os, tj. je s příslušnou osou rovnoběžná. Rovina α je rovnoběžná s osou y (α je kolmá k nárysně), rovina β je rovnoběžná s osou z (β je kolmá k půdorysně), rovina ρ je rovnoběžná s osou x (ρ je kolmá k bokorysně).
2. V případě roviny α zobrazíme její dva body A [3;0;0] a C [0;0;3]. Nárysná stopa je n^α=AC, půdorysná a bokorysná stopa jsou rovnoběžné s osou y. Podobně zobrazíme stopy rovin β a ρ.

6)A4 na výšku

KP: 0[4;10],ω=60°, q=1

Zobrazte stopy rovin α (3,∞,3), β (5,6,∞) a ρ (∞,4,5).



7) A4 na výšku
KP 0[8;10], $\omega=135^{\circ}$, q=1/2
Zobrazte stopy roviny α (A;B;C), A[8;4;1,5], B[2;-1;0,5], C[2;5;4].

Řešení:

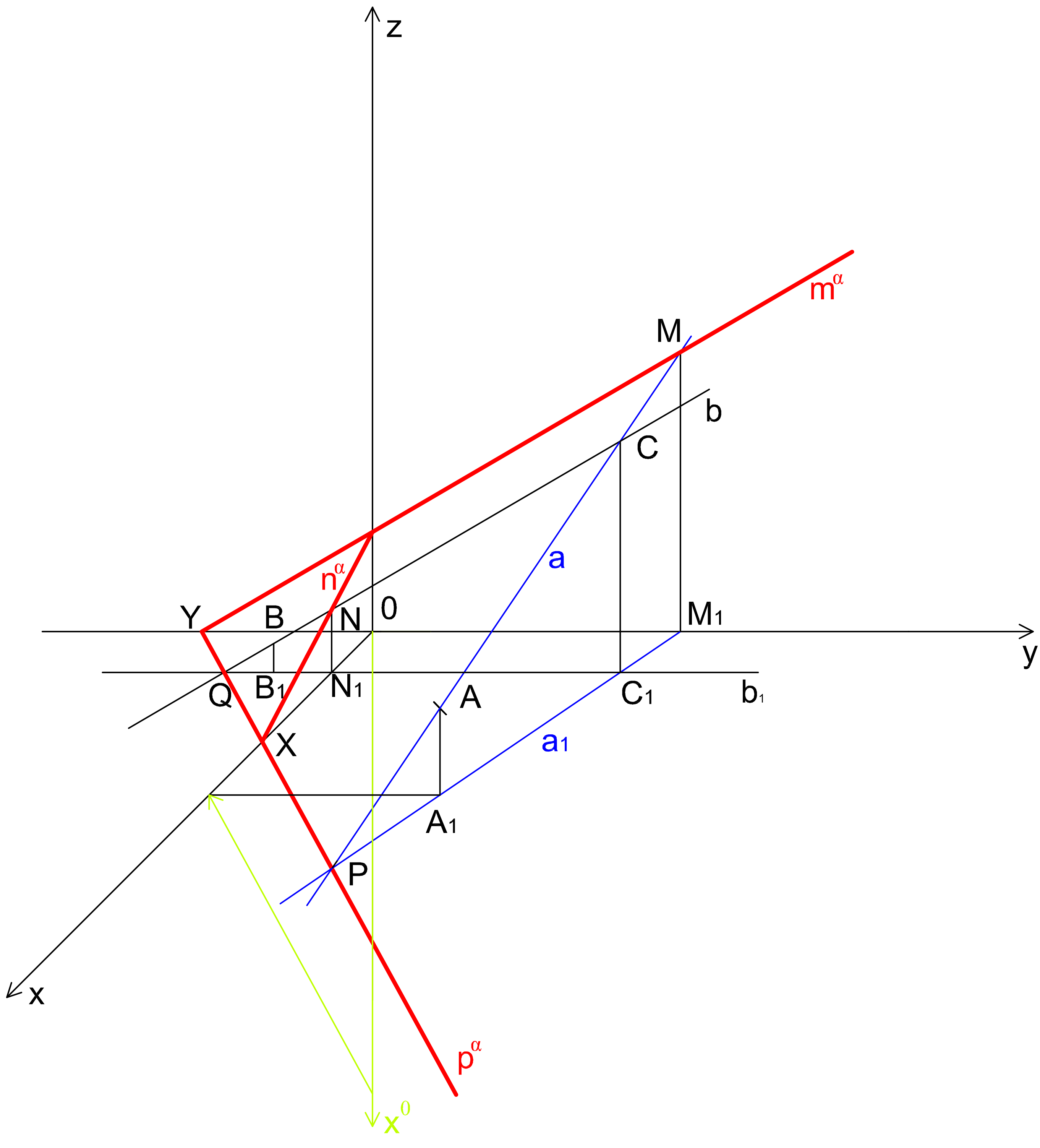
1. Zobrazíme zadané body.
2. Stopníky přímek roviny α leží na příslušných stopách roviny α. Abychom zobrazili půdorysnou stopu roviny α, stačí zobrazit dva půdorysné stopníky přímek roviny α. Zvolme přímky a=AC a b=BC,označíme jejich půdorysné stopníky P a Q. Půdorysná stopa roviny α je p^{α}=PQ.
3. Označíme X průsečík p^{α} a osy x a Y průsečík p^{α} a osy y. Nárysná stopa n^{α} prochází bodem X a nárysným stopníkem N přímky b. Bokorysná stopa m^{α} prochází bodem Y a bokorysným stopníkem M přímky a.

Pozn. : Všimněte si, že přímka b je rovnoběžná s bokorysnou stopou roviny α. Přímka b je přímka roviny α, která je rovnoběžná s bokorysnou, je to tzv. hlavní přímka třetí osnovy roviny α.

7)A4 na výšku

KP 0[8;10], ω=135˚, q=1/2

Zobrazte stopy roviny α (A;B;C), A[8;4;1,5], B[2;-1;0,5], C[2;5;4].



8) A4 na výšku

VP: 0[11;15], osa z svislá, $\omega(=\angle(y,z))=165^\circ$.

Zobrazte stopy roviny α (A;B;C), A [6;4;5], B [-5;8;12], C [-7;7;8].

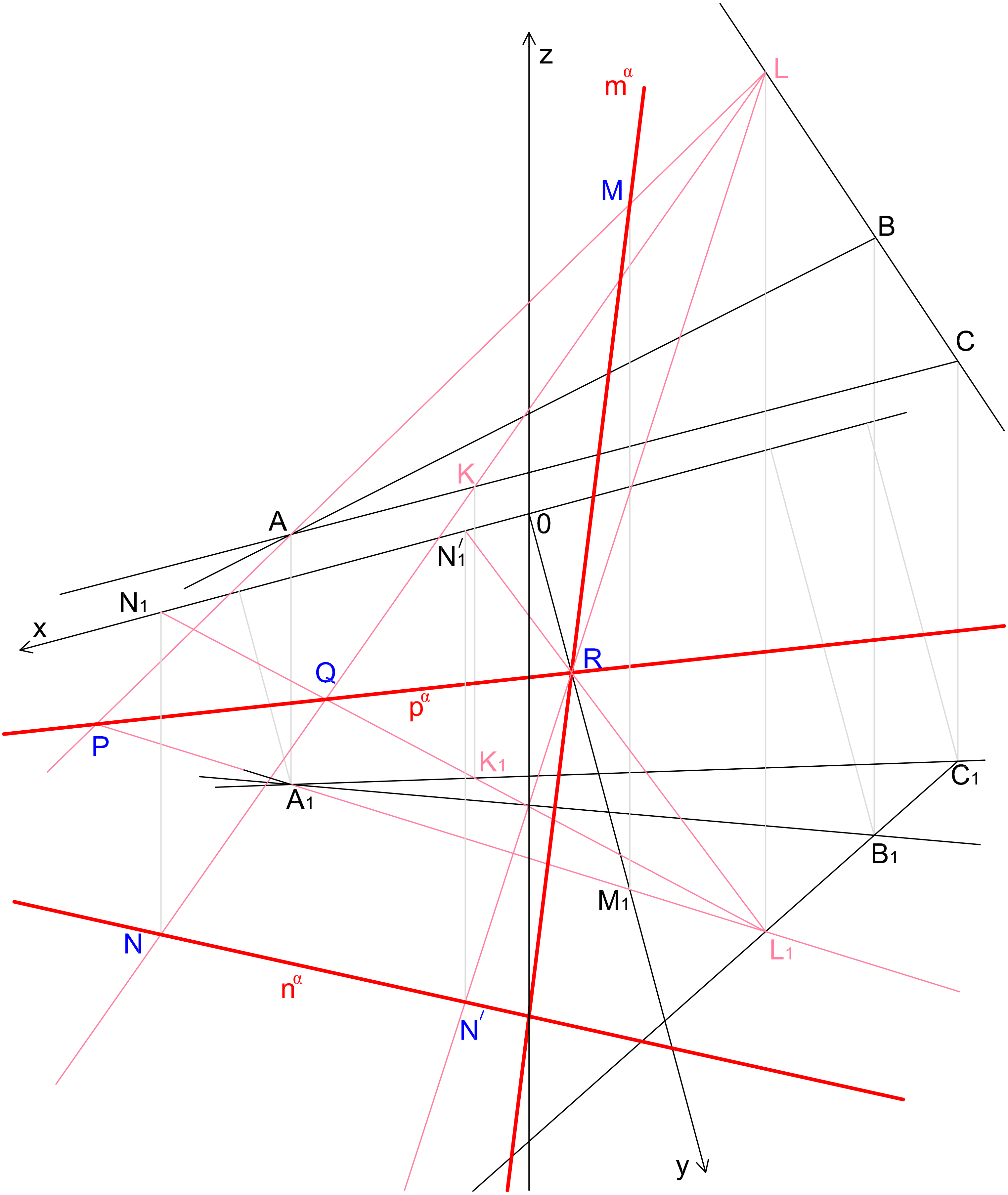
Řešení:

1. Zobrazíme zadané body.
2. Stopníky přímek AB, BC, AC jsou většinou nedostupné. Na papíře jsou pouze obrazy bokorysných stopníků přímek AB, AC, ale ty jsou natolik blízko, že jsou kvůli přesnosti nepoužitelné.
3. Pro konstrukci obrazů stop použijeme jiné přímky roviny α. Vybrali jsme libovolný bod L na přímce BC a libovolný bod K na přímce AC. Označili jsme P půdorysný stopník přímky AL a Q půdorysný stopník přímky KL. Půdorysná stopa p^α=PQ protíná osu y v bodě R.
4. Ke konstrukci bokorysné stopy roviny α, jsme použili bokorysný stopník M přímky AL, obraz bokorysné stopy je m^α=RM.
5. Nárysná stopa roviny α prochází průsečíkem bokorysné stopy s osou z. Obrazy přímek m^α a z svírají velmi malý úhel, tedy jejich průsečík je z hlediska přesnosti nepoužitelný. Zobrazíme nárysné stopníky N přímky KL a N' přímky LR, n^α=NN'.

8) A4 na výšku

VP: 0[11;15], osa z svislá, ω(=∠(y,z))=165°.

Zobrazte stopy roviny α (A;B;C), A [6;4;5], B [-5;8;12], C [-7;7;8].



9) A4 na výšku
KP 0[4;10], $\omega=60^{\circ}$, q=1
Dourčete přímku a=AB tak, aby ležela v rovině α (5;6;6),
A[1;2;?], B [2;2;?].

Řešení:

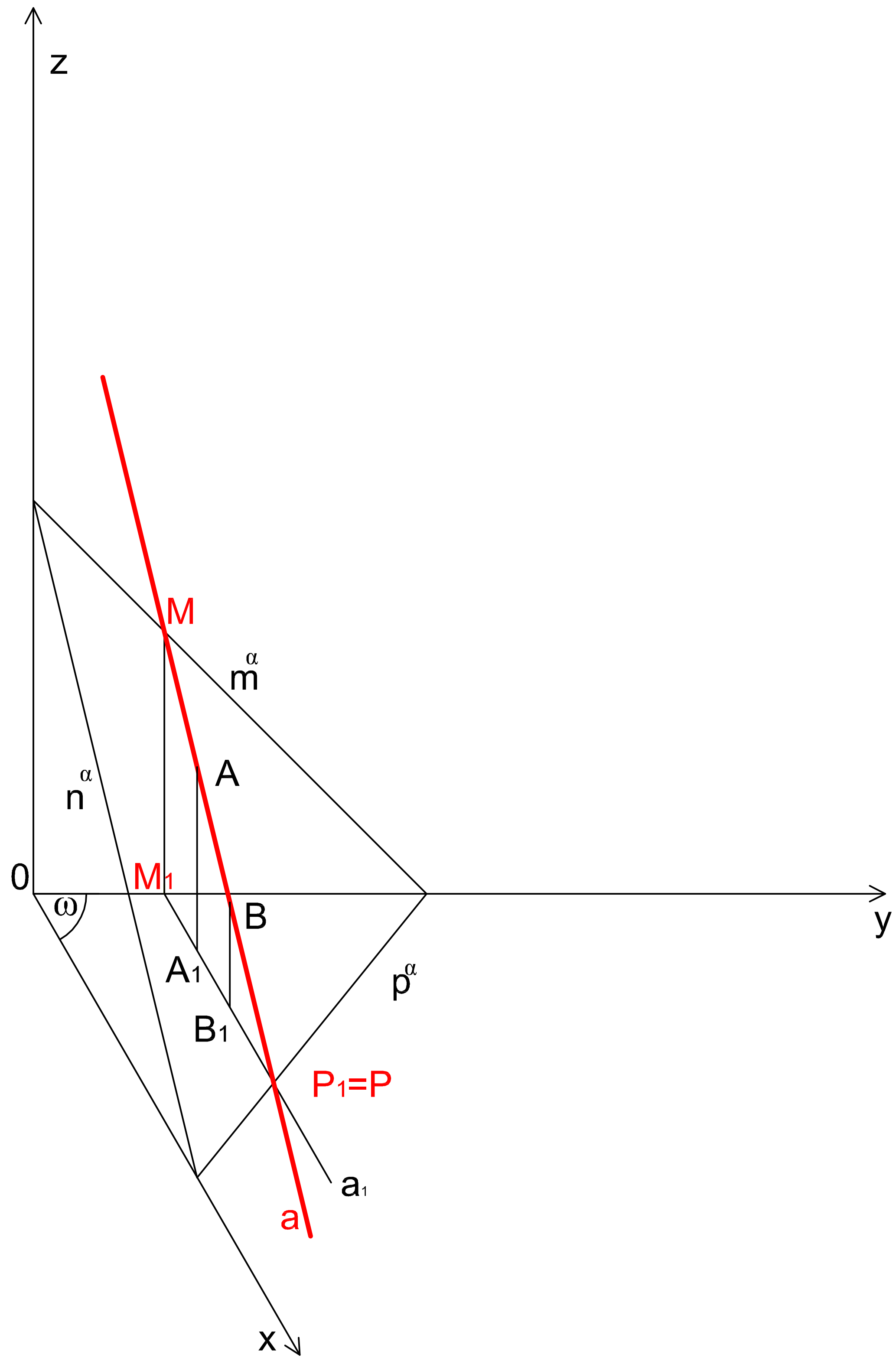
1. Zobrazíme stopy roviny α a půdorys $a_1=A_1B_1$ přímky a.
2. Aby přímka a ležela v rovině α, musí její stopníky ležet na stopách roviny α. Půdorysný stopník P leží na půdorysné stopě, bokorysný stopník M na bokorysné stopě. Přímka a je jednoznačně určena body P a M. Snadno již zobrazíme i body A a B.

Pozn.: Přímka a roviny α je rovnoběžná s nárysnou, je to tzv. hlavní přímka druhé osnovy roviny α. Přímka a je rovnoběžná s nárysnou stopou roviny α, což jsme také mohli využít ke konstrukci.

9)A4 na výšku

KP 0[4;10], $\omega=60^\circ$, q=1

Dourčete přímku a=AB tak, aby ležela v rovině α (5;6;6), A[1;2;?], B [2;2;?].



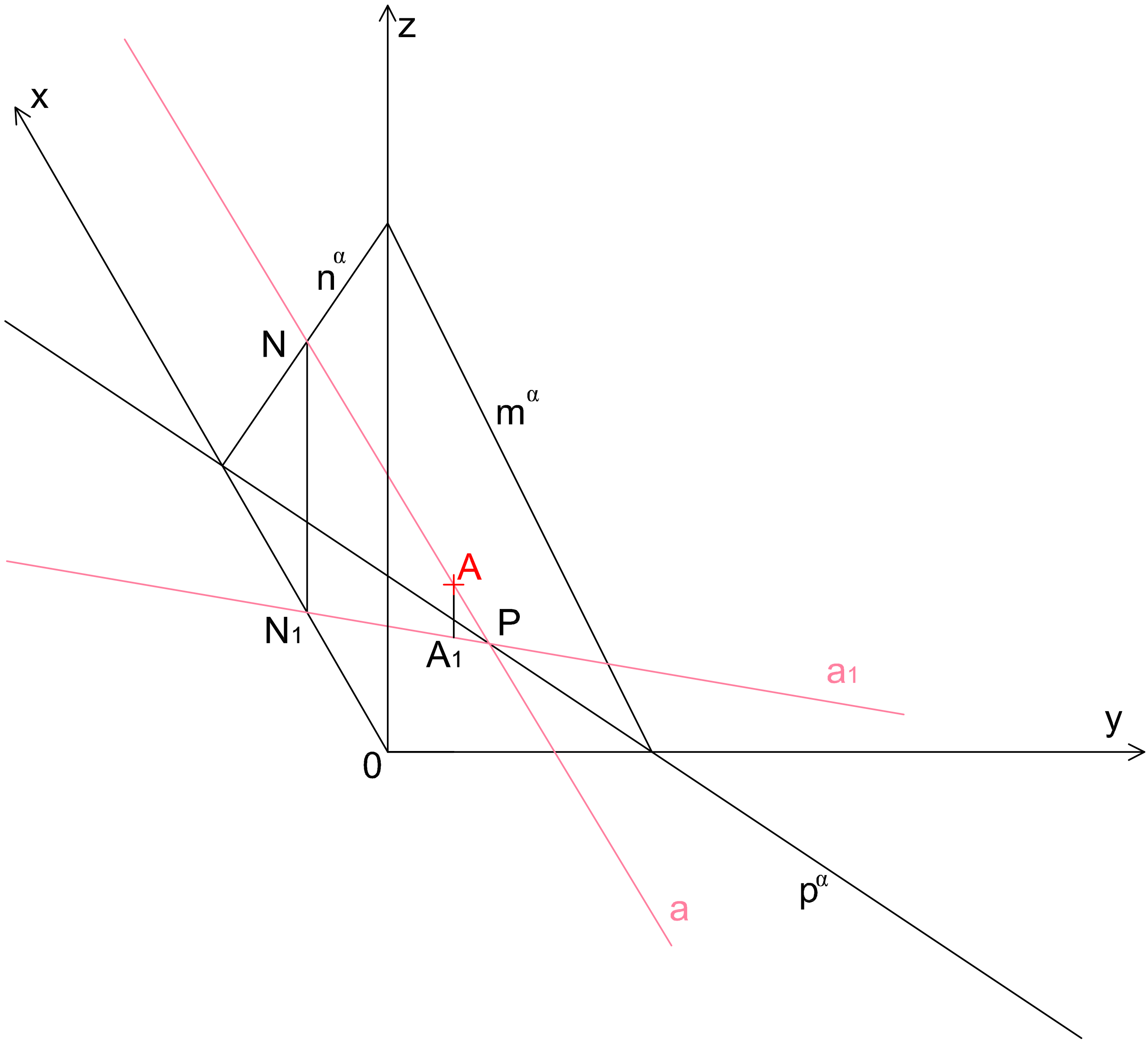
10)A4 na výšku

KP: 0[8;8], ω=240˚, q=1

Dourčete bod A [2;2;?] tak, aby ležel v rovině α (5,4,8).

Řešení:

1. Zobrazíme stopy roviny α a půdorys bodu A.
2. Bod roviny α dourčíme pomocí libovolné přímky a roviny α, na které bude bod A ležet. Tuto přímku nazýváme nositelka bodu A.
3. Půdorys a_1 přímky a je libovolná přímka procházející bodem A_1. Přímku a_1 volíme libovolně a vhodně, tj. tak, abychom ji rychle dourčili (nejlépe pomocí stopníků). Dourčíme přímku a tak, aby ležela v rovině α, zde a=PN. Kosoúhlý průmět bodu A leží na kosoúhlém průmětu přímky a.



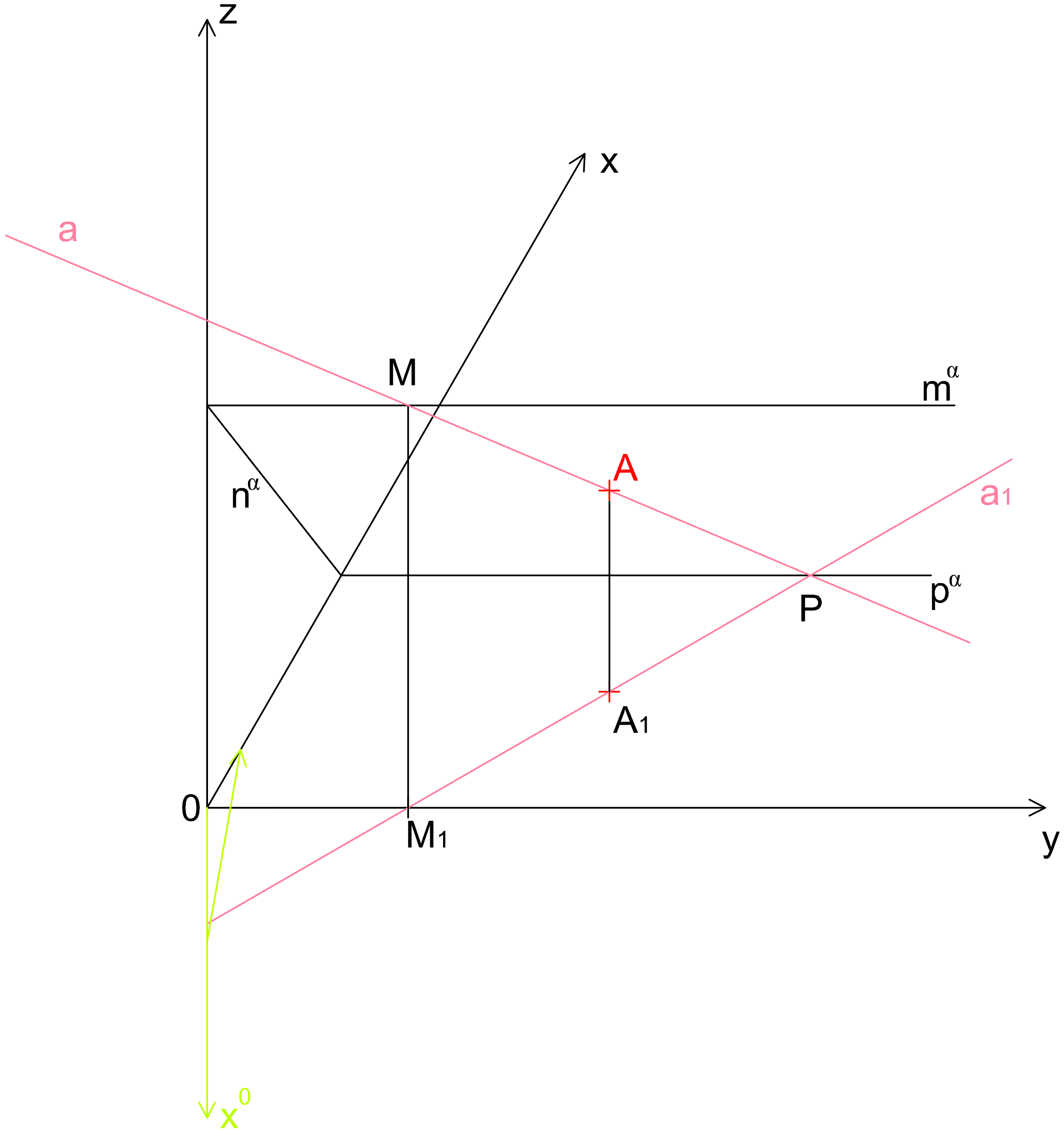
11)A4 na výšku

KP: 0[4;10], ω=300˚, q=1/2   (PODHLED)

Zobrazte bod A [4;5;?] , který leží v rovině α(8,∞,6).

Řešení:

1. Zobrazíme stopy roviny α a půdorys bodu A.
2. Zobrazíme nositelku a bodu A. Volíme libovolně půdorys a_1 přímky a, bod A_1 leží na a_1. Dourčíme přímku a tak,aby ležela v rovině α, zde a=PM. Kosoúhlý průmět bodu A leží na kosoúhlém průmětu přímky a.



12)A4 na výšku

<u>VP</u>: 0[10;13], osa z svislá, $\omega(=\angle(y,z))=135^\circ$.

Dourčete přímku a=AB tak, aby ležela v rovině α (-7,6,3),

A [7;7;?], B [6;4;?].

Řešení:

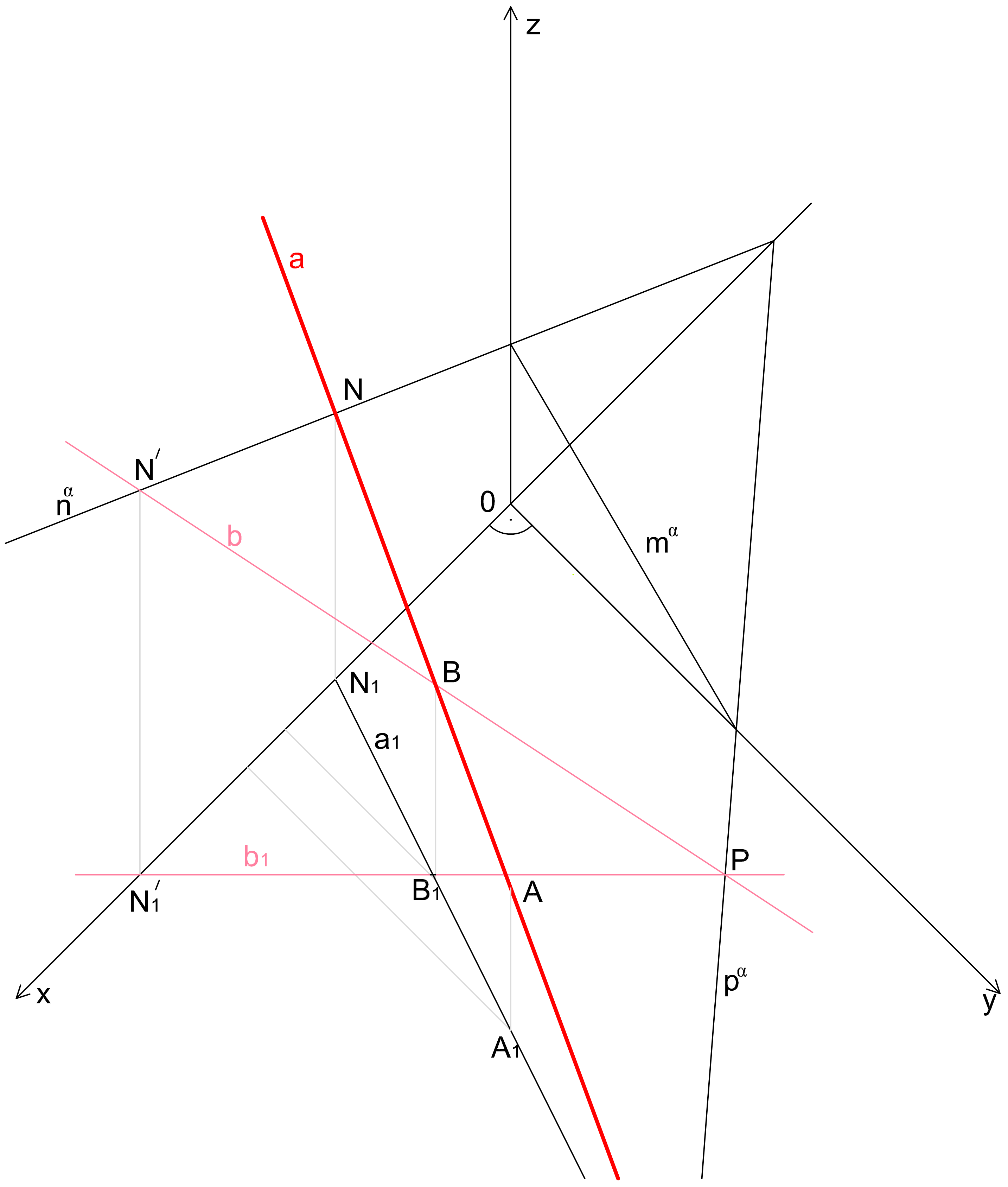
1. Zobrazíme stopy roviny α a půdorys $a_1=A_1B_1$ přímky a.
2. K dourčení přímky a použijeme její stopníky, které leží na stopách roviny α. Dostupný je ale pouze nárysný stopník N, půdorysný a bokorysný stopník jsou mimo papír.
3. Dourčíme libovolný bod přímky a s využitím vhodně zvolené nositelky. V našem případě jsme dourčili bod B pomocí nositelky $b=PN'$.
4. Hledaná přímka je a=NB. Snadno již dourčíme bod A.

12)A4 na výšku

<u>VP</u>: 0[10;13], osa z svislá, $\omega(=\angle(y,z))=135^\circ$.

Dourčete přímku a=AB tak, aby ležela v rovině α (-7,6,3),

A [7;7;?], B [6;4;?].



13)A4 na výšku

KP: 0[8;13], $\omega=120^{\circ}$, q=1/2

Zobrazte stopy roviny α (20,20,-30) a dourčete přímku a=AB, A [8;?;12], B [16;?;8] tak, aby náležela rovině α.

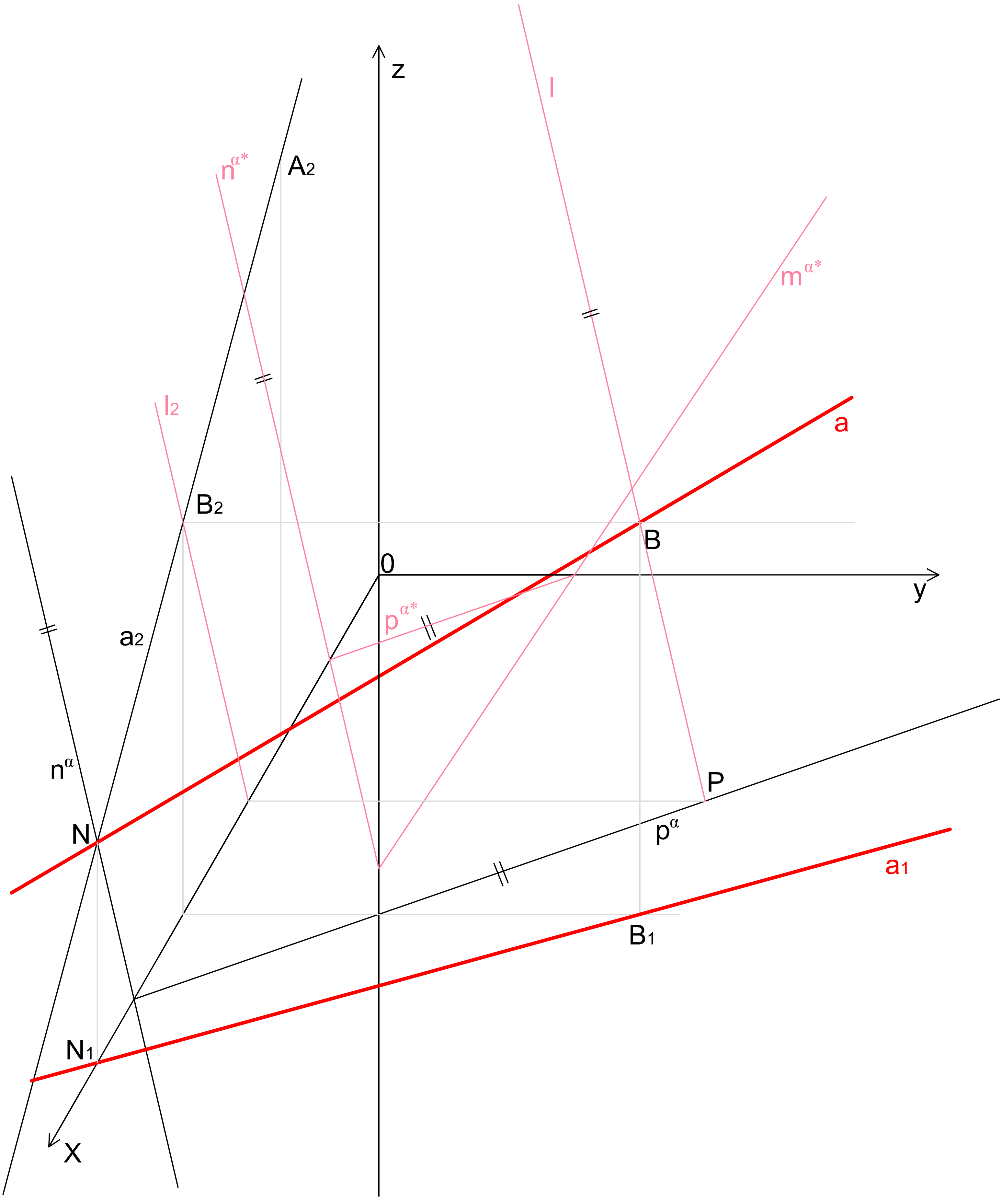
Řešení:

1. Zobrazíme bod [20;0;0]. Obrazy bodů [0;20;0] a [0;0;-30] roviny α jsou mimo papír. K zobrazení stop roviny α použijeme libovolnou rovinu α* rovnoběžnou s rovinou α, např. $\alpha^*(\frac{20}{5},\frac{20}{5},\frac{-30}{5})$, tj. $\alpha^*(4,4,-6)$. Stopy rovnoběžných rovin jsou rovnoběžné.
2. Zobrazíme body A_2 a B_2 ,$a_2=A_2B_2$. K dourčení přímky a použijeme její nárysný stopník $N=a_2\cap n^{\alpha}$.
   Půdorysný a bokorysný stopník přímky a jsou mimo papír.
3. Dourčíme libovolný bod přímky a s využitím vhodně zvolené nositelky. V našem případě jsme dourčili bod B pomocí nositelky l, která je rovnoběžná s nárysnou stopou roviny α, $l_2 \parallel n^{\alpha} \parallel l$.
4. Hledaná přímka je a=BN. Zobrazíme také půdorys této přímky.

13)A4 na výšku

<u>KP</u>: 0[8;13],ω=120˚, q=1/2

Zobrazte stopy roviny α (20,20,-30) a dourčete přímku a=AB, A [8;?;12], B [16;?;8] tak, aby náležela rovině α.



14) A4 na výšku

KP: 0[8;10], ω=135°, q=2/3

Zobrazte hlavní přímky roviny α (9;7;6), které prochází jejím bodem A[3;2;?].

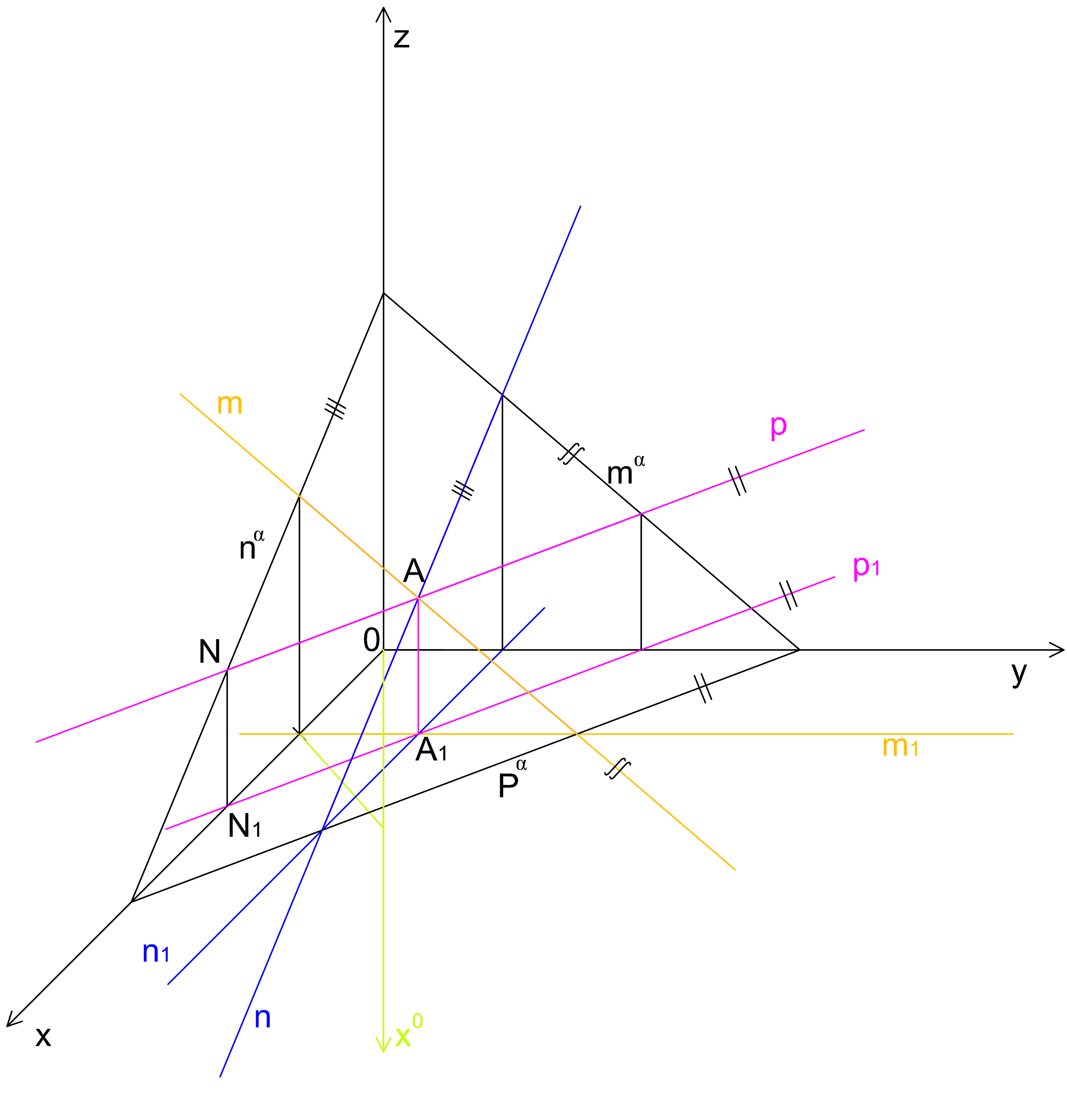
Řešení :

1. Hlavní přímky první osnovy roviny α jsou přímky roviny α, které jsou rovnoběžné s půdorysnou π(x,y). Jedna z hlavních přímek první osnovy je půdorysná stopa roviny α. Hlavní přímky první osnovy jsou rovnoběžné s půdorysnou stopou roviny α.
   Hlavní přímky druhé osnovy roviny α jsou přímky roviny α, které jsou rovnoběžné s nárysnou γ(x,z). Jedna z hlavních přímek druhé osnovy je nárysná stopa roviny α. Hlavní přímky druhé osnovy jsou rovnoběžné s nárysnou stopou roviny α.
   Hlavní přímky třetí osnovy roviny α jsou přímky roviny α, které jsou rovnoběžné s bokorysnou μ(y,z). Jedna z hlavních přímek třetí osnovy je bokorysná stopa roviny α. Hlavní přímky třetí osnovy jsou rovnoběžné s bokorysnou stopou roviny α.
2. K dourčení bodu A použijeme některou z hlavních přímek. Zde jsme použili hlavní přímku p první osnovy. Půdorys p_1 prochází bodem A_1 a je rovnoběžný s p^{α}.
3. Hlavní přímka n druhé osnovy je rovnoběžná s nárysnou, tedy její půdorys n_1 je přímka rovnoběžná s osou x. Přímka n je rovnoběžná s n^{α}.
   Hlavní přímka m třetí osnovy je rovnoběžná s bokorysnou, tedy její půdorys m_1 je přímka rovnoběžná s osou y. Přímka m je rovnoběžná s m^{α}.

14) A4 na výšku

KP: 0[8;10], ω=135°, q=2/3

Zobrazte hlavní přímky roviny α (9;7;6), které prochází jejím bodem A[3;2;?].



15) A4 na výšku

VP: 0[12;12], osa z svislá, $\omega(=\angle(y,z))=150^\circ$.

Zobrazte hlavní přímky roviny α (5,-4,4), které prochází bodem A[?;2;7] roviny α.

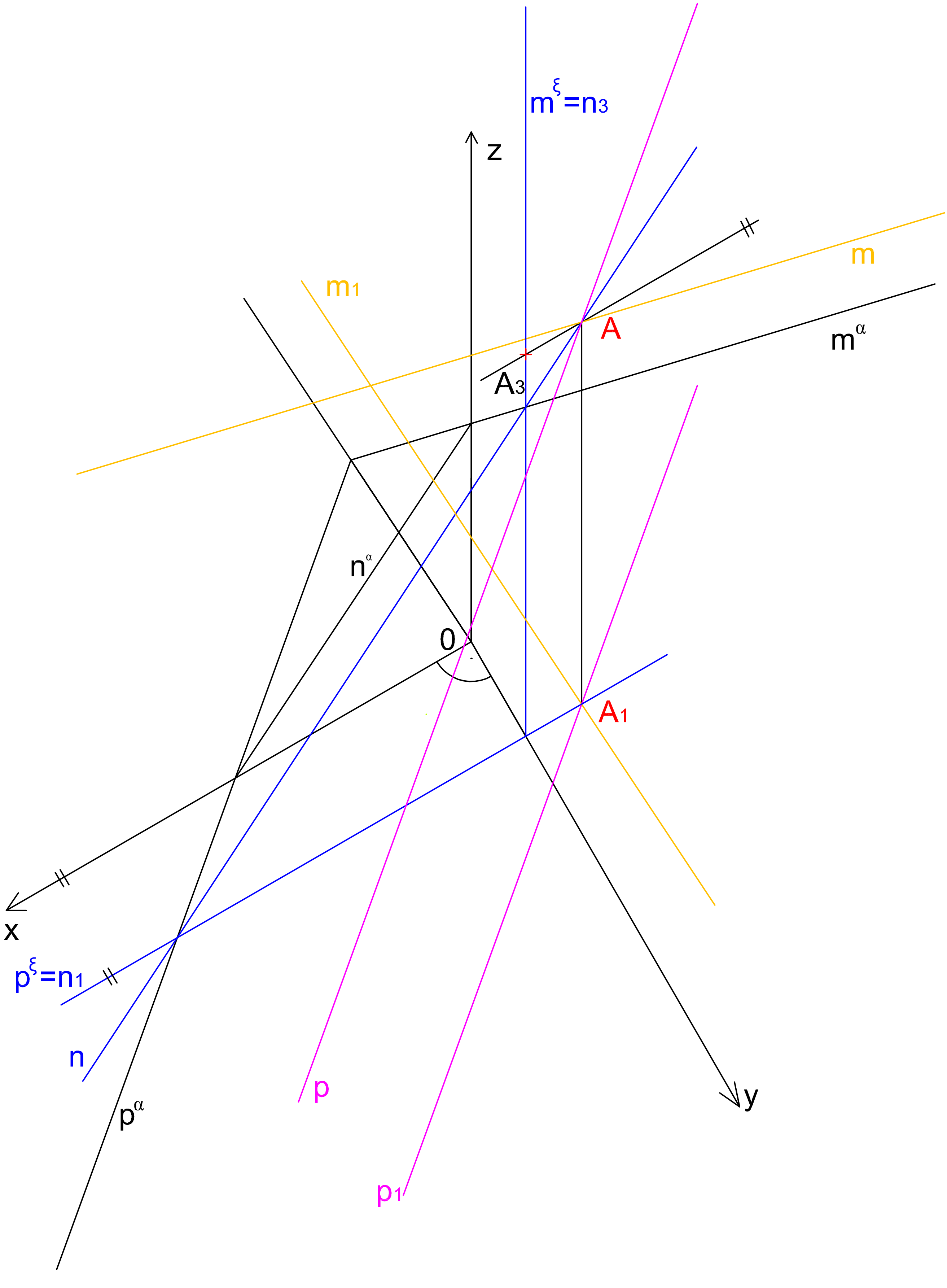
Řešení :

1. Zobrazíme stopy roviny α a bokorys A_3 bodu A. K dourčení bodu použijeme libovolnou nositelku. Zde jsme použili hlavní přímku n druhé osnovy (A_3 leží na n_3). Jinými slovy: Bodem A_3 vedeme rovinu ξ rovnoběžnou s nárysnou. Průsečnice n roviny α a roviny ξ je nositelka bodu A.
   Bod A leží na přímce n, $A_3A \parallel x$. Dourčíme půdorys A_1, který leží na n_1.
2. Zobrazíme hlavní přímky první a třetí osnovy, tj. přímky p a m procházející bodem A.

15)A4 na výšku

<u>VP</u>: 0[12;12], osa z svislá, ω(=∠(y,z))=150°.

Zobrazte hlavní přímky roviny α (5,-4,4), které prochází bodem A[?;2;7] roviny α.



16) A4 na výšku

<u>VP</u>: 0[12;15], osa z svislá, $\omega(=\angle(y,z))=150^\circ$.

Je dána rovina α (5,∞,-4). Dourčete přímku a=AB tak, aby ležela v rovině α, A [?;9;2], B [?;4;6] .

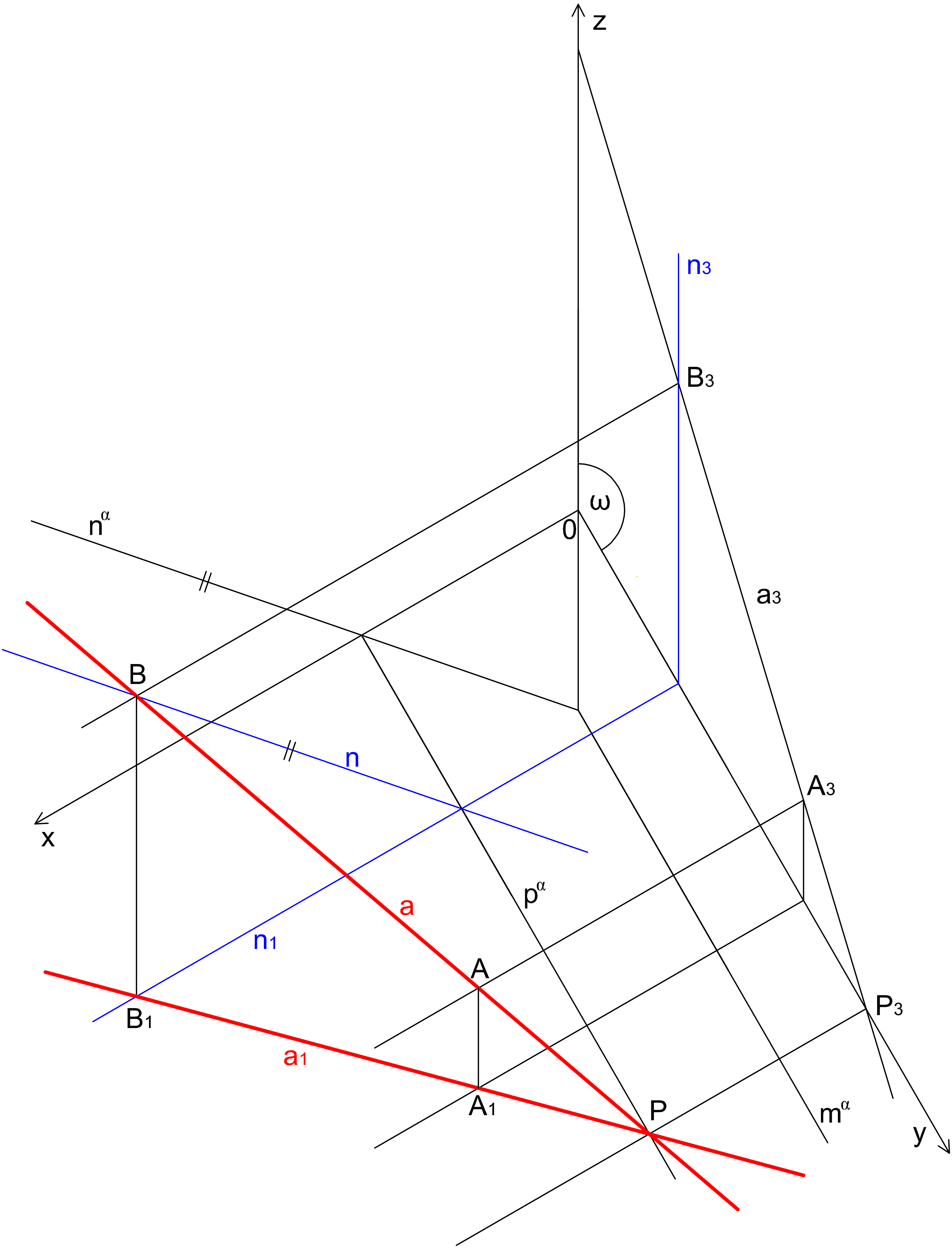
Řešení:

1. Zobrazíme stopy roviny α a bokorys $a_3=A_3B_3$ přímky a.
2. K dourčení přímky a použijeme její stopníky, které leží na stopách roviny α. Dostupný je pouze půdorysný stopník P.
3. Dourčíme libovolný bod přímky a s využitím vhodně zvolené nositelky. V našem příkladě jsme dourčili bod B pomocí hlavní přímky n druhé osnovy.
4. Hledaná přímka je a=PB, snadno již dourčíme bod A. Zobrazili jsme také půdorys přímky a.

16) A4 na výšku

VP: 0[12;15], osa z svislá, $\omega(=\angle(y,z))=150^\circ$.

Je dána rovina α (5,∞,-4). Dourčete přímku a=AB tak, aby ležela v rovině α, A [?;9;2], B [?;4;6] .



17) A4 na výšku

KP: 0[9;13], ω=150˚,q=3/4.

Je dána rovina α (7,6,-9) a přímka a=AB, A [5;5;6], B [9;10;4].

Určete vzájemnou polohu přímky a a roviny α. Je-li přímka a různoběžná s rovinou α, zobrazte průsečík přímky a a roviny α.

Řešení :

1. Při určování vzájemné polohy přímky a roviny používáme tzv. krycí přímku k. Je to přímka roviny α, jejíž půdorys (resp. nárys nebo bokorys) splývá s půdorysem (resp. nárysem nebo bokorysem) zadané přímky a.
2. V našem příkladě použijeme krycí přímku k roviny α, její půdorys k_1 "se kryje" s půdorysem a_1 přímky a.Dourčíme přímku k tak , aby ležela v rovině α. Mohou nastat tyto situace:

   - k = a, přímka a je přímkou roviny α;
   - k ∥ a (k ≠a), přímka a je rovnoběžná s rovinou α;
   - k ∩ a = R , přímka a protíná rovinu α v bodě R.

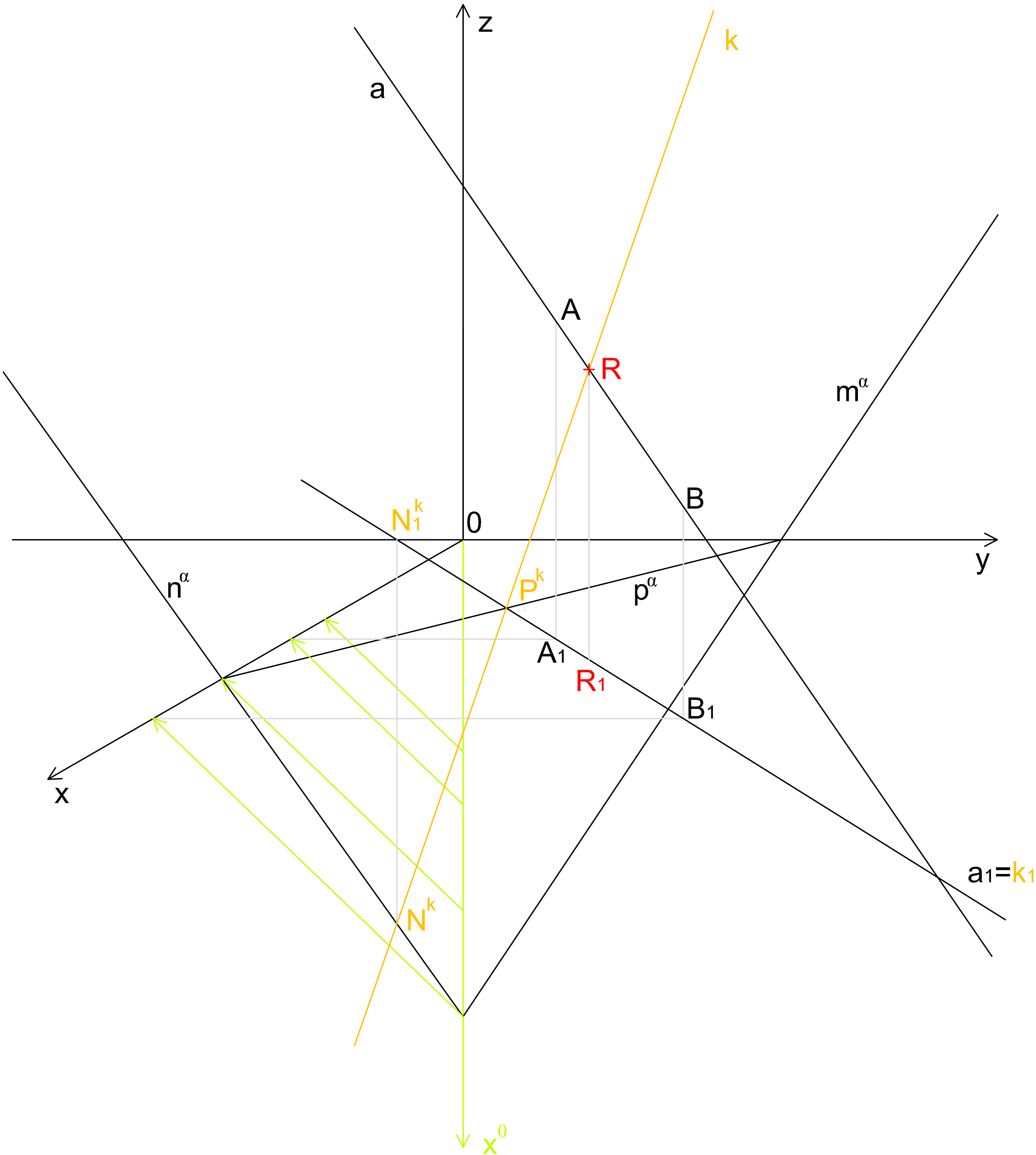
   V našem příkladě přímka a je různoběžná s rovinou α, bod R je průsečík přímky a a roviny α.

17)A4 na výšku

KP: 0[9;13], ω=150˚,q=3/4.

Je dána rovina α (7,6,-9) a přímka a=AB, A [5;5;6], B [9;10;4].

Určete vzájemnou polohu přímky a a roviny α. Je-li přímka a různoběžná s rovinou α, zobrazte průsečík přímky a a roviny α.



18) A4 na výšku

VP: 0[10;11], osa z svislá, $\omega(=\angle(y,z))=150^\circ$.

Je dána rovina α (5,-6,4) a přímka a=AB, A [9;0;5] B [-2;7;1]. Určete vzájemnou polohu přímky a a roviny α. Je-li přímka a různoběžná s rovinou α zobrazte průsečík přímky a a roviny α.

Řešení :

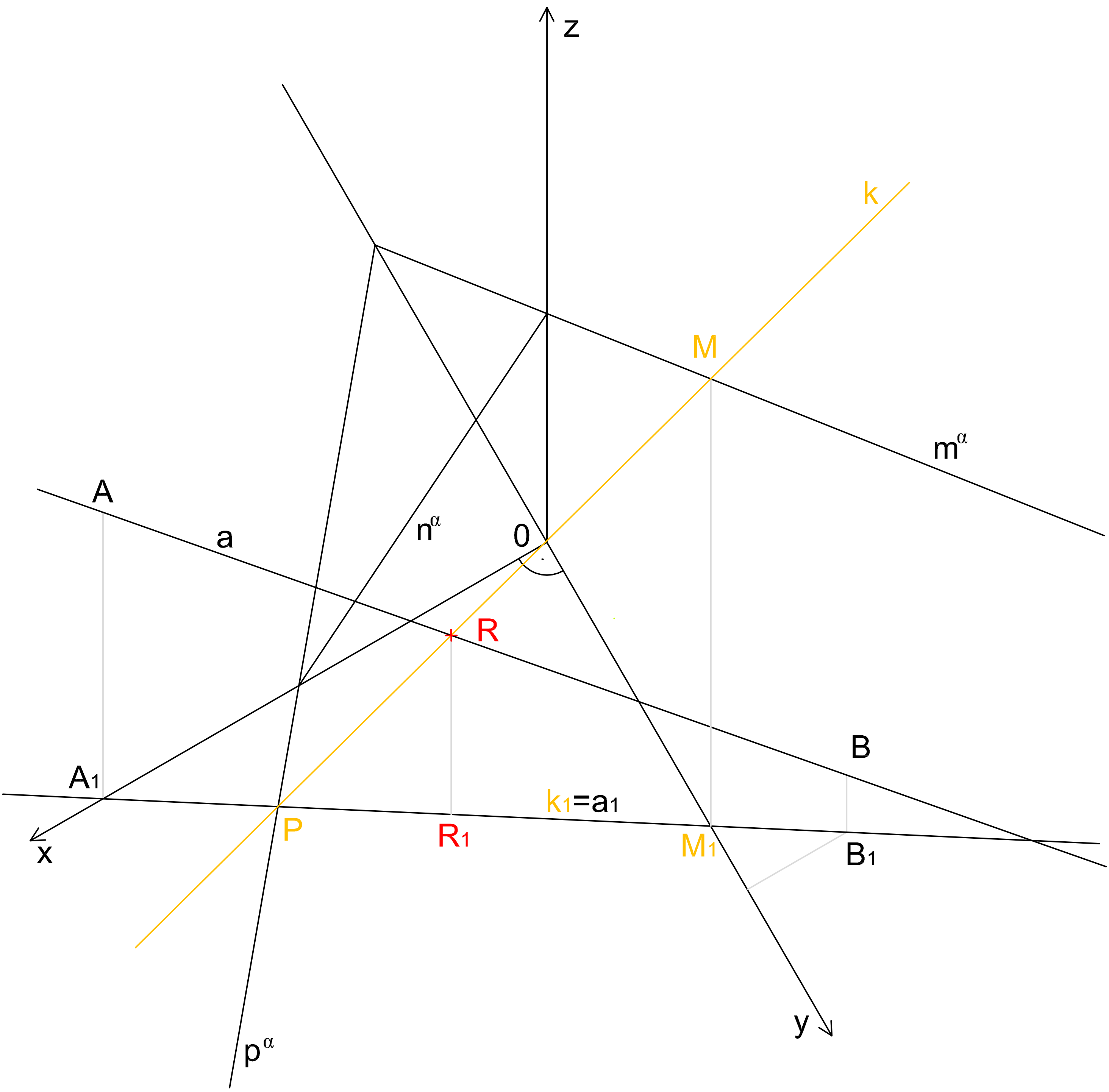
Použijeme krycí přímku k roviny α, nechť $k_1=a_1$. Dourčíme přímku k tak, aby ležela v rovině α, zde k=PM.

Přímky k a a jsou různoběžné, jejich společný bod R je průsečík přímky a s rovinou α.

18)A4 na výšku

VP: 0[10;11], osa z svislá, ω(=∠(y,z))=150°.

Je dána rovina α (5,-6,4) a přímka a=AB, A [9;0;5] B [-2;7;1]. Určete vzájemnou polohu přímky a a roviny α. Je-li přímka a různoběžná s rovinou α zobrazte průsečík přímky a roviny α.



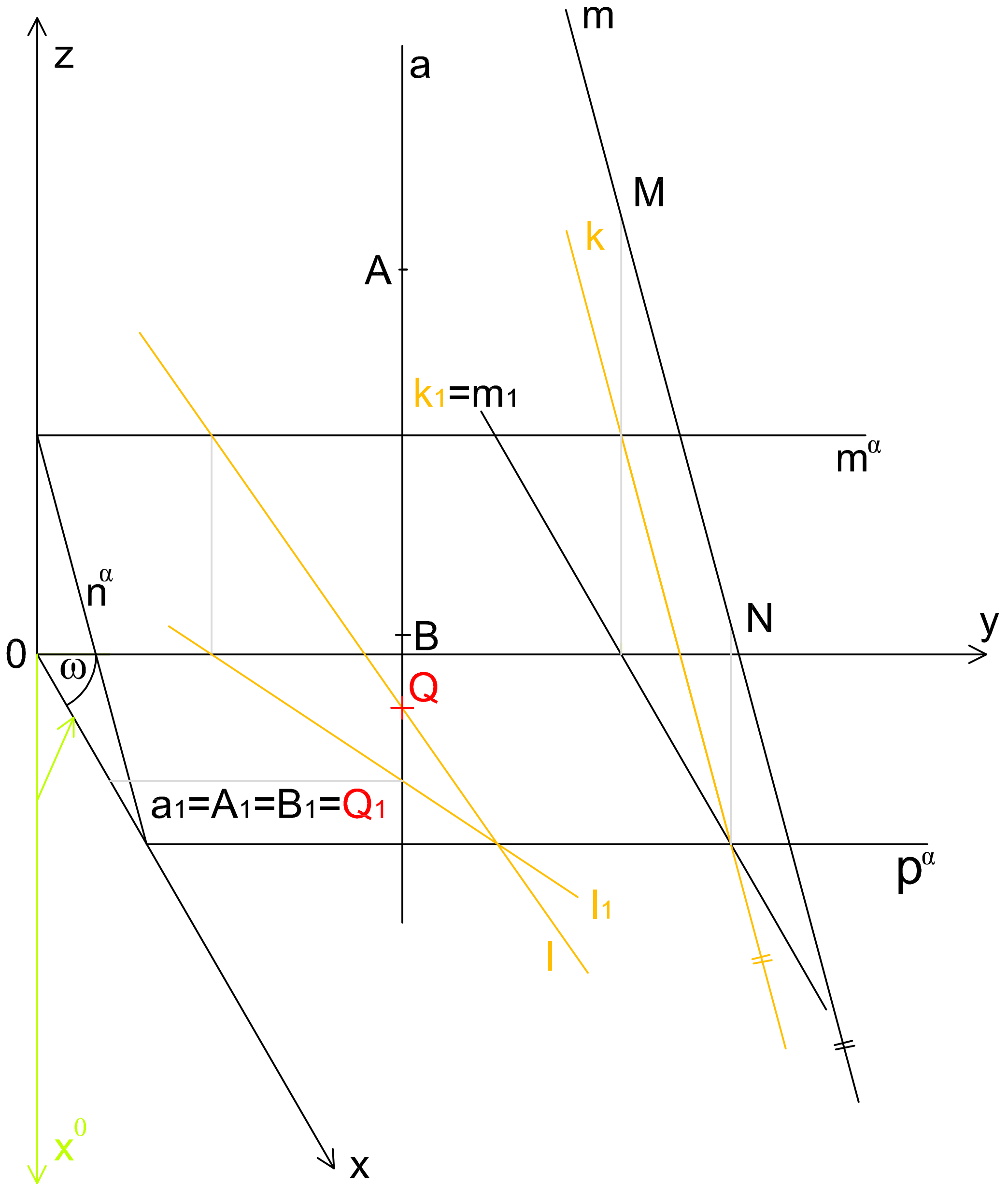
19) A4 na výšku

KP: 0[4;9], $\omega=60^\circ$, $q=1/2$

Je dána rovin α (6,∞,3) a přímky a=AB a m=MN, A [4;4;7], B [4;4;2], M [0;8;6], N [6;8;3]. Určete vzájemnou polohu přímky a a roviny α, přímky m a roviny α.

Řešení :

1. Přímka a je kolmá k půdorysně, půdorysem je bod $a_1=A_1=B_1$. Pokud chceme krycí přímku l zadat půdorysem , musí l_1 procházet bodem a_1. Průsečík Q přímek a a l je průsečík přímky s rovinou α.
2. Pro určení vzájemné polohy přímky m a roviny α jsme použili krycí přímku k ($k_1=m_1$). Protože přímky m a k jsou rovnoběžné, je přímka m rovnoběžná s rovinou α.



20)A4 na výšku

VP: 0[10;13], osa z svislá, ω(=∠(y,z))=120°.
Určete vzájemnou polohu roviny α (9,-7,6) a přímky a=AB, A [7;6;0], B [3;7;15].

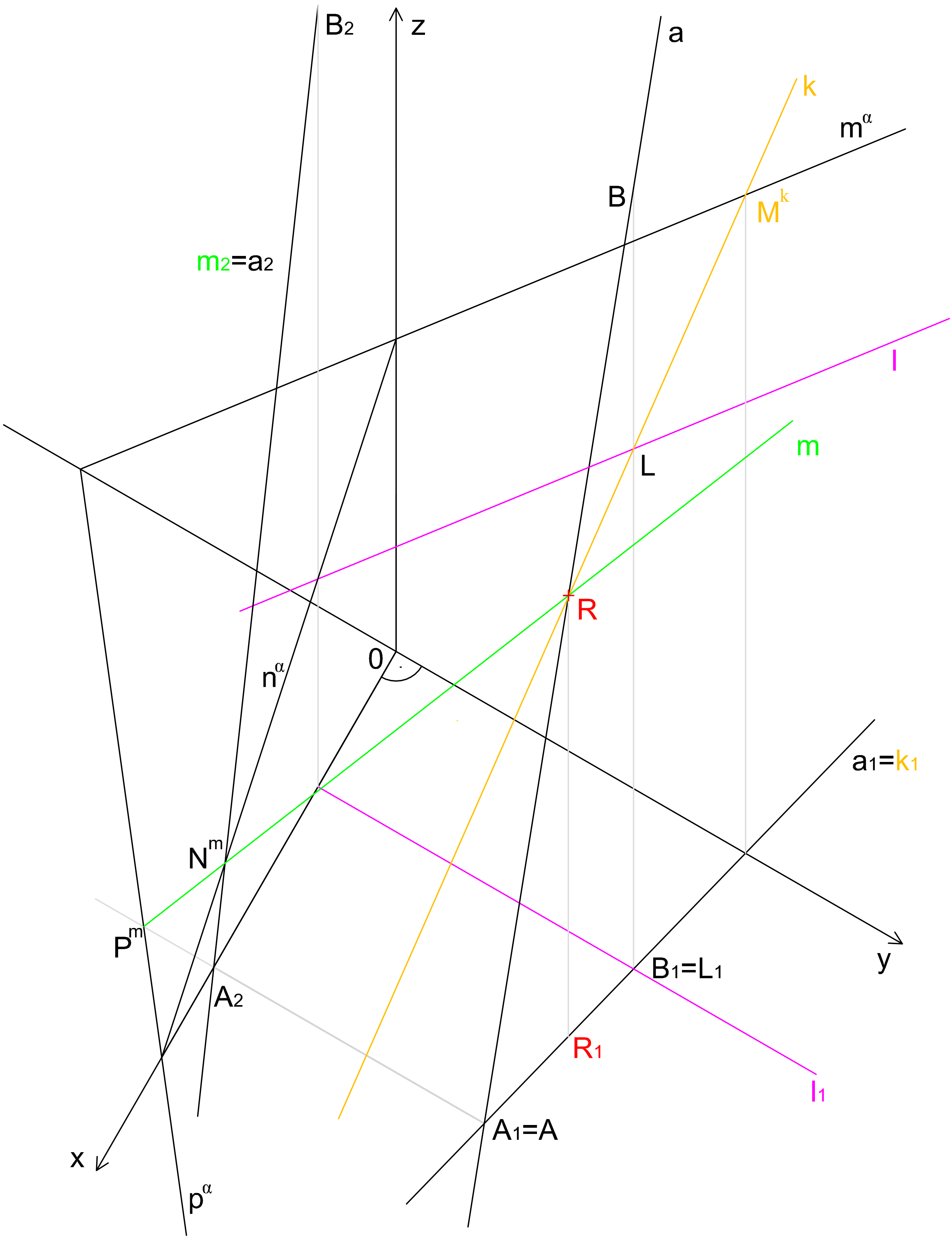
1. Řešení:
Použijeme krycí přímku k roviny α, nechť $k_1=a_1$. Dourčíme přímku k tak, aby ležela v rovině α. Ze stopníků přímky k je dostupný pouze bokorysný stopník M^k. Abychom zobrazili přímku k, dourčíme libovolný bod L přímky k. Zde jsme zvolili $L_1=B_1$ a dourčili jsme ho pomocí hlavní přímky l třetí osnovy roviny α. Krycí přímka je $k=M^kL$.
2. Přímky k a a jsou různoběžné, jejich společný bod R je průsečík přímky a s rovinou α.

pozn.V příkladě je také ukázáno řešení s využitím krycí přímky m roviny α, $m_2=a_2$.

20)A4 na výšku

VP: 0[10;13], osa z svislá, ω(=∠(y,z))=120˚.

Určete vzájemnou polohu roviny α (9,-7,6) a přímky a=AB, A [7;6;0], B [3;7;15].



21)A4 na výšku

KP: 0[10;13], ω=120°, q=3/5

Určete vzájemnou polohu roviny α (-6,-6,-7) a přímky a=AB, A [0;0;-3], B [-4;7;6].

Řešení:

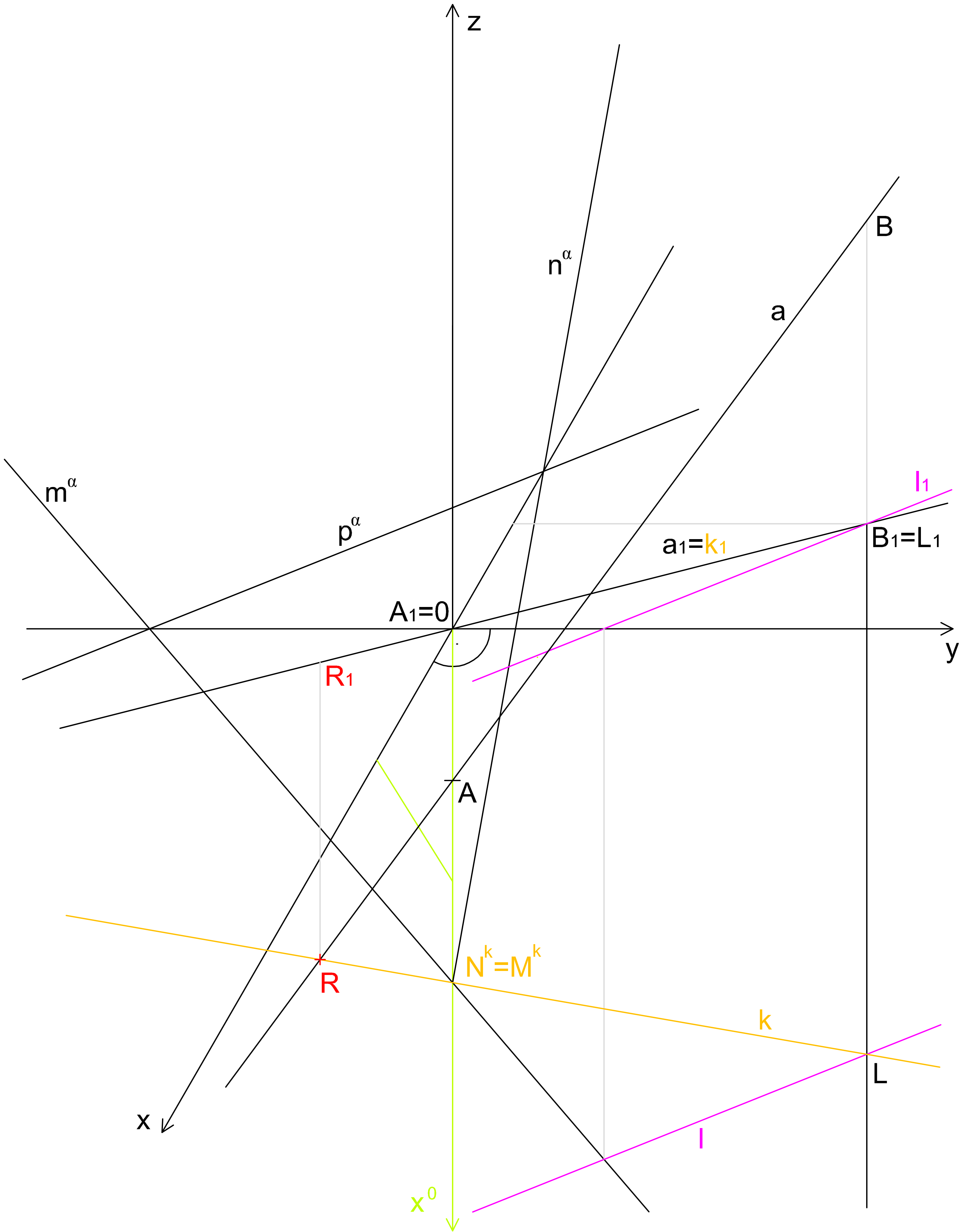
Použijeme krycí přímku k roviny α, nechť $k_1=a_1$. Dourčíme přímku k tak, aby ležela v rovině α. Ze stopníků přímky k jsou dostupné pouze nárysný a bokorysný stopník a je $N^k=M^k$. Potřebujeme zobrazit ještě jeden bod přímky k, zvolili jsme $L_1=B_1$ a dourčili jsme bod L pomocí hlavní přímky l první osnovy roviny α. Krycí přímka je $k=N^kL$.

Přímky k a a jsou různoběžné, jejich společný bod R je průsečík přímky a s rovinou α.

21)A4 na výšku

KP: 0[10;13], ω=120°, q=3/5

Určete vzájemnou polohu roviny α (-6,-6,-7) a přímky a=AB, A [0;0;-3], B [-4;7;6].



22)A4 na výšku

KP: 0[8;13], ω=150˚, q=3/4

Zobrazte stopy roviny β, která prochází bodem B [7;8;5] a je rovnoběžná s rovinou α (9,6,-10).

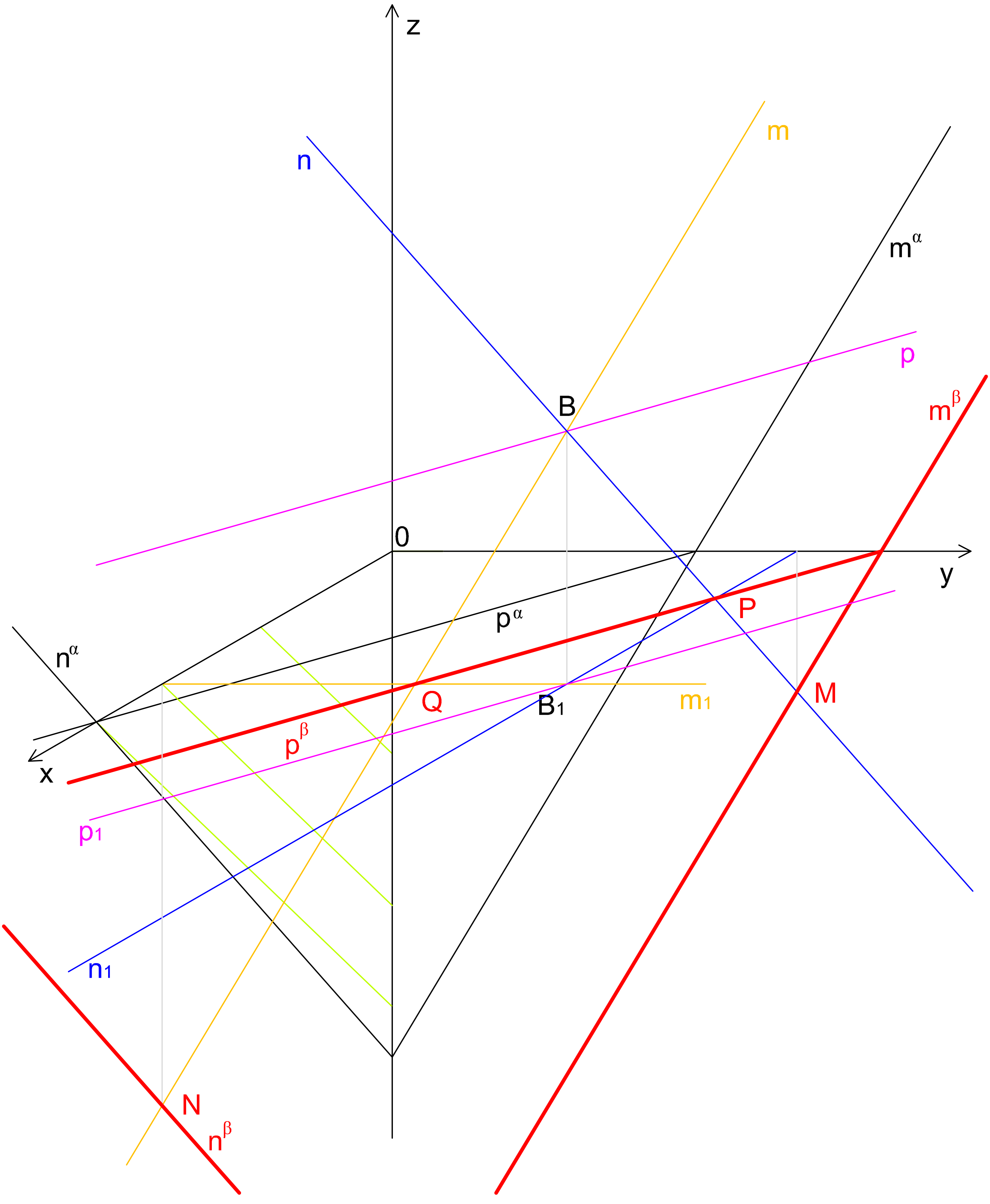
Řešení:

1. Zobrazíme stopy roviny α a bod B.
2. Stopy rovnoběžných rovin jsou přímky rovnoběžné, $p^{\alpha} \parallel p^{\beta}$, $n^{\alpha} \parallel n^{\beta}$, $m^{\alpha} \parallel m^{\beta}$.
   Abychom zobrazili stopy roviny β, musíme zobrazit stopníky přímek roviny β, někdy stačí zobrazit jen jeden.
3. Bodem B vedeme libovolnou přímku rovnoběžnou s rovinou α, většinou rovnoběžnou s některou stopou roviny α, tj. bodem B vedem hlavní přímku roviny β. V našem příkladě jsme zobrazili všechny 3 hlavní přímky roviny β, které prochází bodem B. Nejvýhodnější by bylo použi tí hlavní přímky m třetí osnovy roviny β, pomocí ní lze zobrazit všechny 3 stopy.
   K zobrazení stop roviny β není vhodná hlavní přímka p první osnovy roviny β.
   Pokud nelze využít hlavní přímky, můžeme použít jiné přímky roviny β.

22)A4 na výšku

KP: 0[8;13], ω=150˚, q=3/4

Zobrazte stopy roviny β, která prochází bodem B [7;8;5] a je rovnoběžná s rovinou α (9,6,-10).



23)A4 na výšku

VP: 0[10;14], osa z svislá, $\omega(=\angle(y,z))=120^\circ$.

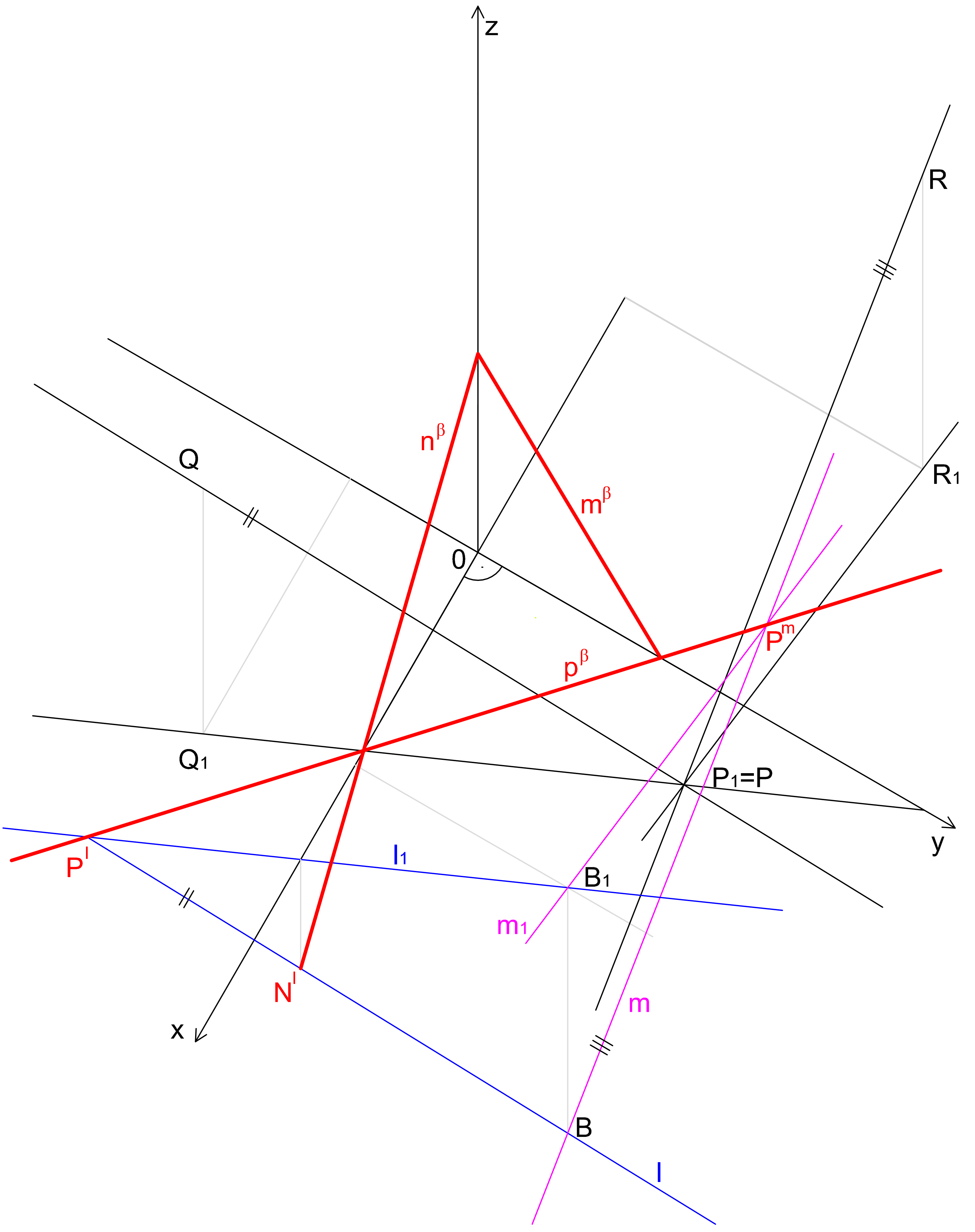
Zobrazete stopy roviny β, která prochází bodem B [5;5;-5] a je rovnoběžná s rovinou α (P,Q,R), P [2;6;0], Q [6;-3;5], R [-6;7;6].

Řešení:

1. Zobrazíme zadané body.
2. Bodem B vedeme libovolné přímky rovnoběžné s rovinou α. V našem příkladě jsme zobrazili přímky l a m, l prochází bodem B a je rovnoběžná s PQ, m prochází bodem M a je rovnoběžná s PR.
   K zobrazení stop využijeme stopníky přímek l a m.

23)A4 na výšku

VP: 0[10;14], osa z svislá, ω(=∠(y,z))=120˚.
Zobrazete stopy roviny β, která prochází bodem B [5;5;-5] a je rovnoběžná s rovinou α (P,Q,R), P [2;6;0], Q [6;-3;5], R [-6;7;6].



24)A4 na výšku

KP: 0[9;11], $\omega=300^\circ$, q=3/4

Určete vzájemnou polohu roviny α (5,8,10) a β (-7,3,5). Jsou-li roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.

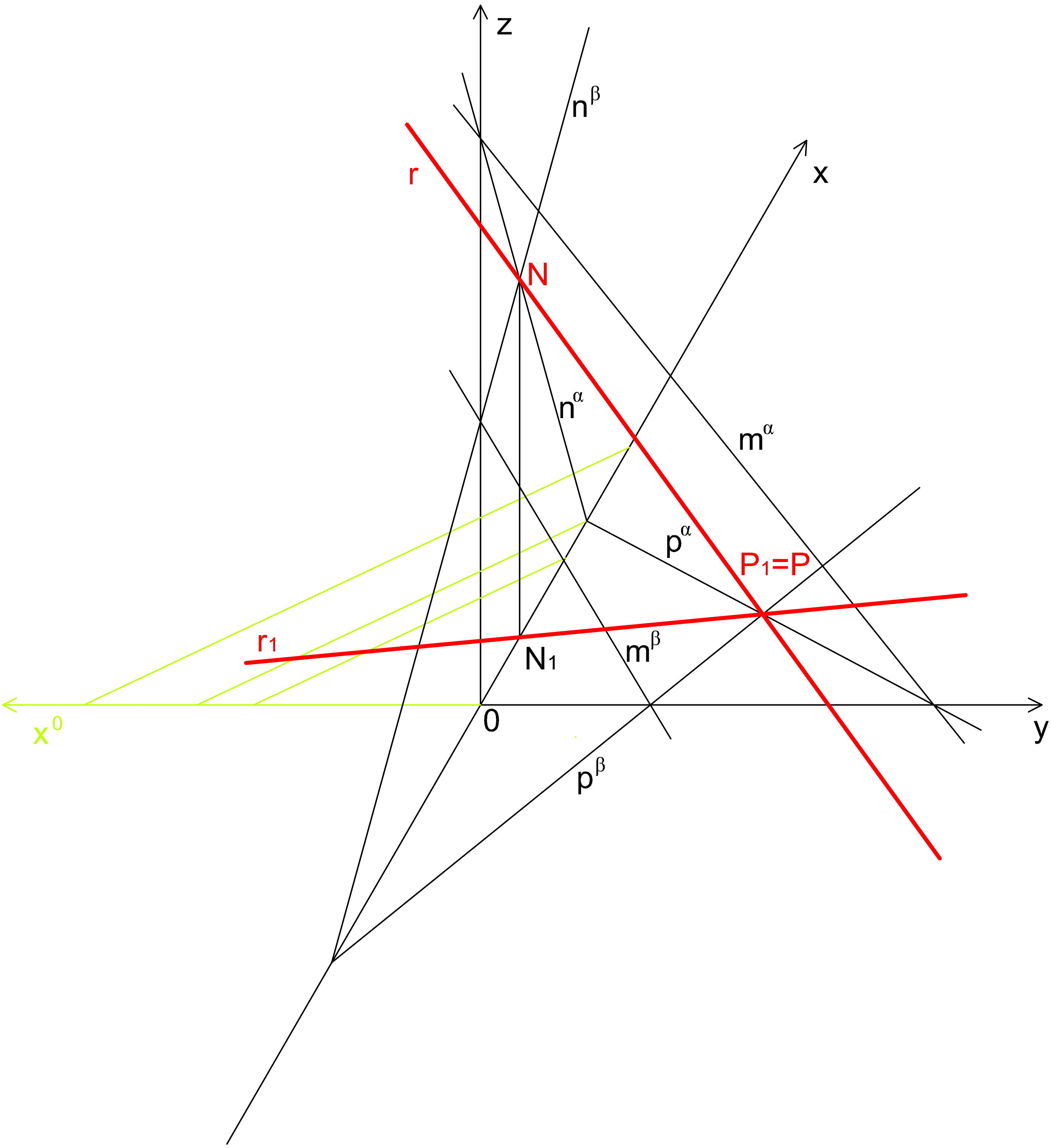
Řešení:

1. Zobrazíme stopy rovin α a β.
2. Dvě roviny v prostoru jsou rovnoběžné nebo různoběžné. Zadané roviny nemohou být rovnoběžné, hledáme tedy jejich průsečnici $r=\alpha \cap \beta$. Stačí najít dva různé společné body obou rovin, zde jsou to body P (průsečík půdorysných stop roviny α a β) a N (průsečík nárysných stop rovin α a β). Hledaná průsečnice je r=PN.

24)A4 na výšku

KP: 0[9;11], ω=300°, q=3/4

Určete vzájemnou polohu roviny α (5,8,10) a β (-7,3,5). Jsou-li roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.



25)A4 na výšku

KP: 0[7;11], $\omega=225^{\circ}$, q=2/3

Určete vzájemnou polohu roviny α (6,7,-7) a β (3,7,-5). Jsou-li roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.

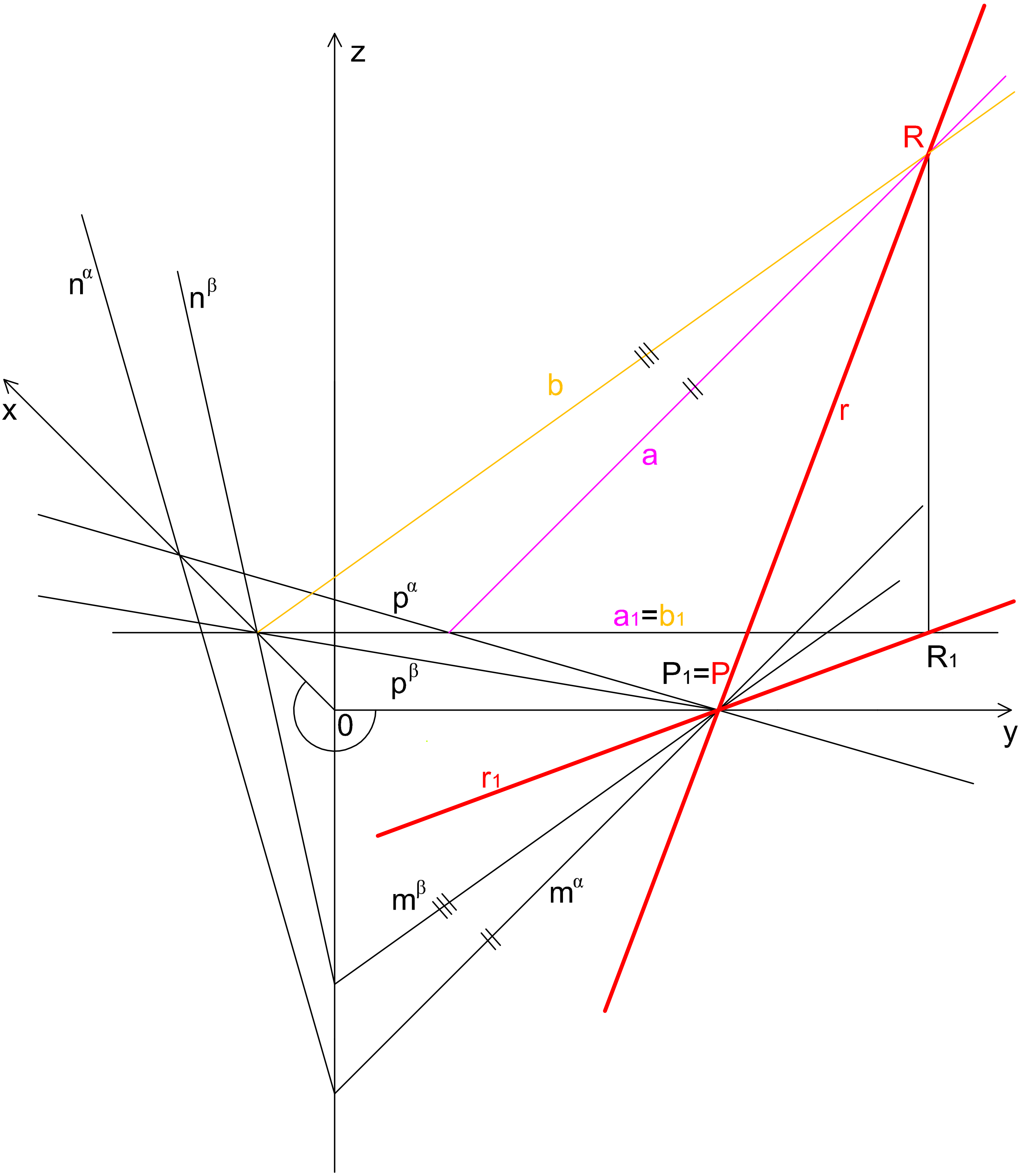
Řešení:

1. Zobrazíme stopy rovin α a β.
2. Zadané roviny nejsou rovnoběžné, hledáme jejich průsečnici r. Jeden společný bod rovin α a β je průsečík P půdorysných (a zároveň bokorysných) stop. Vybereme libovolnou přímku a roviny α, zde jsme si vybrali hlavní přímku třetí osnovy. Určíme průsečík R přímky a s rovinou β pomocí krycí přímky b. Hledaná průsečnice je r=PR.

25)A4 na výšku

KP: 0[7;11], ω=225˚, q=2/3

Určete vzájemnou polohu roviny α (6,7,-7) a β (3,7,-5). Jsou-li roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.



26)A4 na výšku

KP: 0[9;10], ω=150˚, q=4/5

Určete vzájemnou polohu roviny α (∞,6,∞) a β (B,p), B [5;11;4], p=MN, M [7;-2;6], N [2;0;11]. Jsou-li roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.

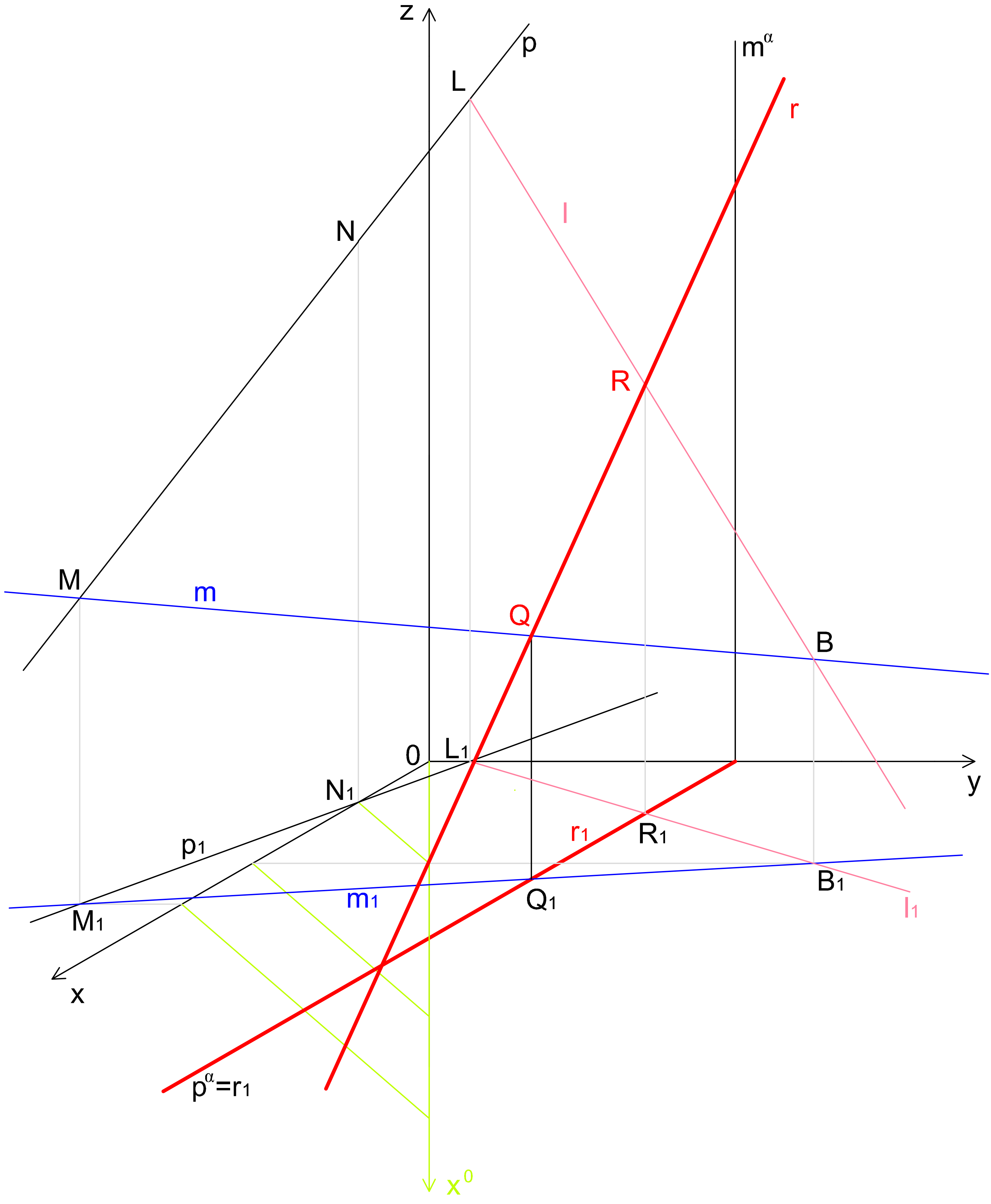
Řešení:

1. Zobrazíme stopy roviny α , přímku p a bod B.
2. Hledejme společné body rovin α a β. Přímka p protíná rovinu α, ale průsečík je mimo papír. Vybereme si v rovině β jinou přímku. Vybrali jsme přímku m=MB a zobrazili její průsečík Q s rovinou α.
   Dále zvolíme ještě jednu přímku roviny β, je možno vzít přímku NB nebo jakoukoli jinou. Zde jsme vybrali přímku l=LB (bod L volíme libovolně, ale dostatečně vzdálený od bodu M). Zobrazili jsme průsečík R přímky l s rovinou α. Hledaná průsečnice je r=QR.

26)A4 na výšku

KP: 0[9;10], ω=150˚, q=4/5

Určete vzájemnou polohu roviny α (∞,6,∞) a β (B,p), B [5;11;4], p=MN, M [7;-2;6], N [2;0;11]. Jsou-li roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.



27)A4 na výšku

VP: 0[10;13], osa z svislá, $\omega(=\angle(y,z))=135^\circ$.

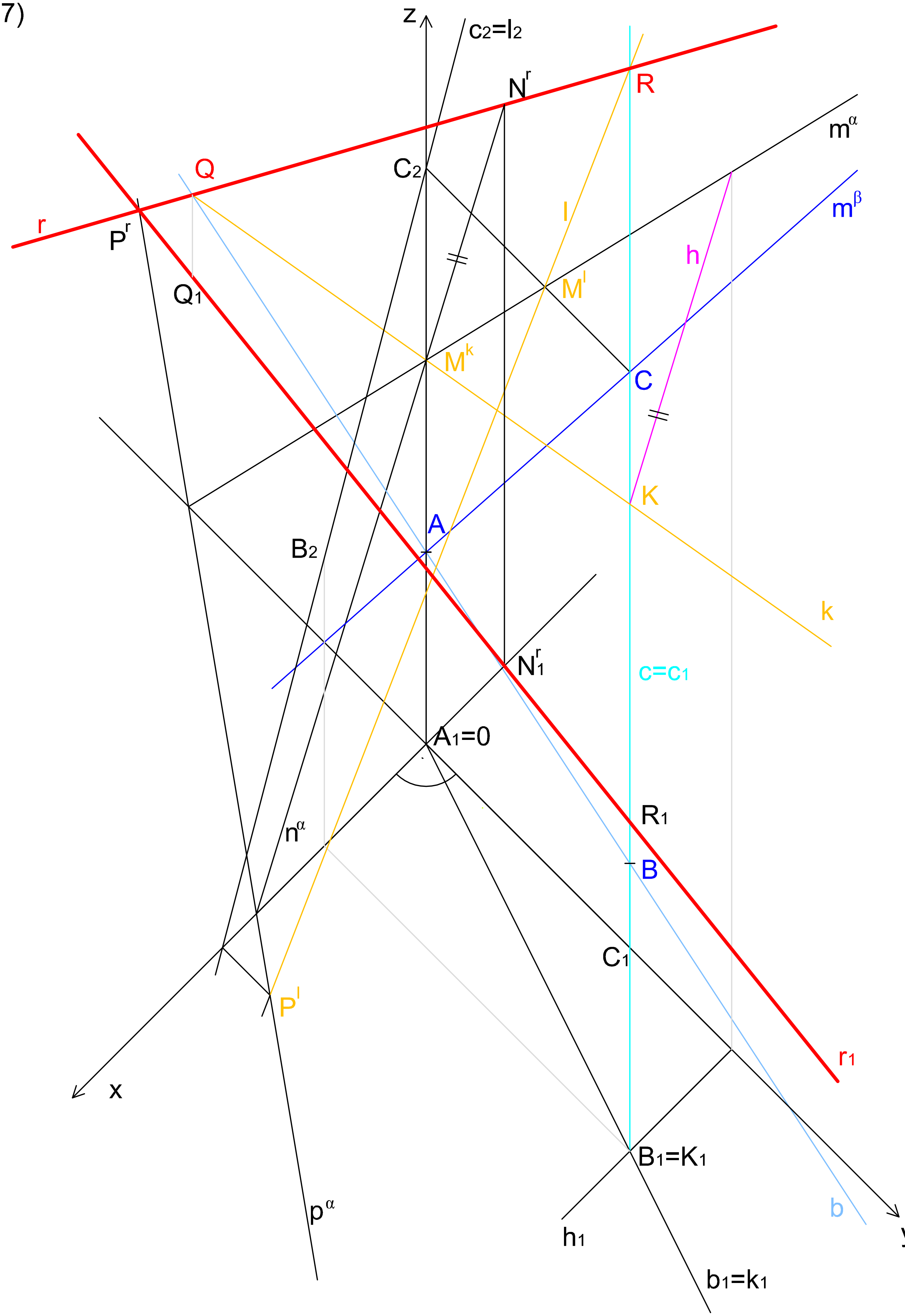
Určete vzájemnou polohu rovin α (5,-7,8) a β (A,B,C), A [0;0;4], B [3;9;6], C [0;6;12]. Jsou-li roviny různoběžné, zobrazte jejich průsečnici.

Řešení :

1. Zobrazíme stopy roviny α a zadané body A,B,C.
2. Přímka AC je bokorysná stopa roviny β. Bokorysné stopy rovin α a β se protínají (v nedostupném bodě), roviny α a β jsou různoběžné.
3. Zobrazíme 2 různé body průsečnice $r=\alpha \cap \beta$. Nejdříve jsme zobrazili průsečík Q přímky b=AB roviny β s rovinou α (krycí přímka k, $k_1=b_1$). Dále jsme zobrazili průsečík R přímky c=BC roviny β s rovinou α (krycí přímka l, $l_2=c_2$).

   Hledaná průsečnice je r=QR. zobrazili jsme také půdorys této průsečnice (využili jsme stopníky přímky r).

27)


z
$c_2=l_2$
N^r
R
m^α
C_2
Q
l
r
P^r
Q_1
h
M^l
m^β
M^k
C
K
A
B_2
k
N_1^r
$c=c_1$
$A_1=0$
R_1
n^α
B
C_1
P^l
r_1
x
$B_1=K_1$
b
y
h_1
p^α
$b_1=k_1$