

## OTOČENÍ

Př. 1; A4 na výšku; O [10; 7]

Otočte rovinu  $\alpha = (-6; ?; 6)$  do nárysny. Sestrojte bod  $A^\circ$  (tj. otočený bod  $A \in \alpha$ , A [3; 2; 8]) a bod  $B^\circ$  (tj. otočený bod  $B \in \alpha$ , B [-1; 5,5; ?]).

Př. 1a; A4 na výšku; O [10; 9]

Otočte rovinu  $\alpha = (-6; ?; 6)$  do roviny  $\Psi$  rovnoběžné s nárysou proložené bodem B,  $B \in \alpha$ , B [-1; 5,5; ?]. Sestrojte  $A^\circ$  (tj. otočený bod  $A \in \alpha$ , A [3; 2; 8]).

Př. 1b; A4 na výšku; O [8; 13]

Otočte rovinu  $\alpha = (-6; ?; 6)$  do půdorysny. Sestrojte bod  $A^\circ$  (tj. otočený bod  $A \in \alpha$ , A [3; 2; 8]) a bod  $B^\circ$  (tj. otočený bod  $B \in \alpha$ , B [0,5; 8,5; ?]).

Př. 2; A4 na výšku; O [9; 7,5]

Zobrazte pravidelný šestiúhelník se středem v bodě S [-5; 3,5; ?] a vrcholem v bodě A [-2; ?; 3,5], který leží v rovině  $\alpha = (7; 5; 4)$ .

Př. 3; A4 na výšku; O [10; 10]

Zobrazte rovnostranný trojúhelník nad úsečkou AB, bod A [?; 2,5; 7] a bod B [?; 2,5; 2], v rovině  $\alpha = (-6; 60^\circ; 45^\circ)$ . Vyberte ten bod C, jehož z-ová souřadnice je menší.

Př. 4; A4 na výšku; O [11; 12]

Zobrazte rovnostranný trojúhelník ABC, který leží v rovině  $\alpha = (-9; ?; ?)$ . Strana AB trojúhelníka leží na přímce AM, A [5; 7; 10,5], M [0; 3; 7,5],  $y_B < y_A$ ,  $y_C > 0$ . Poloměr kružnice trojúhelníku opsané je  $r=5,5$ .

Př. 5; A4 na výšku; O [10,5; 13,5]

Zobrazte čtverec v rovině kolmé k přímce KL, K [0; 7,5; 8,5] a L [-7,5; 0; -5], s vrcholem v bodě A [1; 2,5; 2] a středem na přímce KL.

Př. 6; A4 na výšku; O [15; 6]

Zobrazte čtverec se středem v bodě S [7; ?; 6] a vrcholem v bodě A [9; ?; 2] v rovině  $\alpha = (\infty; 5; 9)$ .

Př. 6a; A4 na výšku; O [15; 7]

Zobrazte čtverec se středem v bodě S [7; ?; 6] a vrcholem v bodě A [9; ?; 2] v rovině  $\alpha = (\infty; 5; 9)$ .

Př. 7; A4 na výšku; O [10; 10]

Zobrazte čtverec se středem v bodě S [4,5; 3,5; 5] a stranou rovnoběžnou s osou x o délce 7 cm, který leží v rovině  $\alpha$ ,  $\alpha = (S, x)$ .

Př. 8; A4 na výšku; O [12; 10,5]

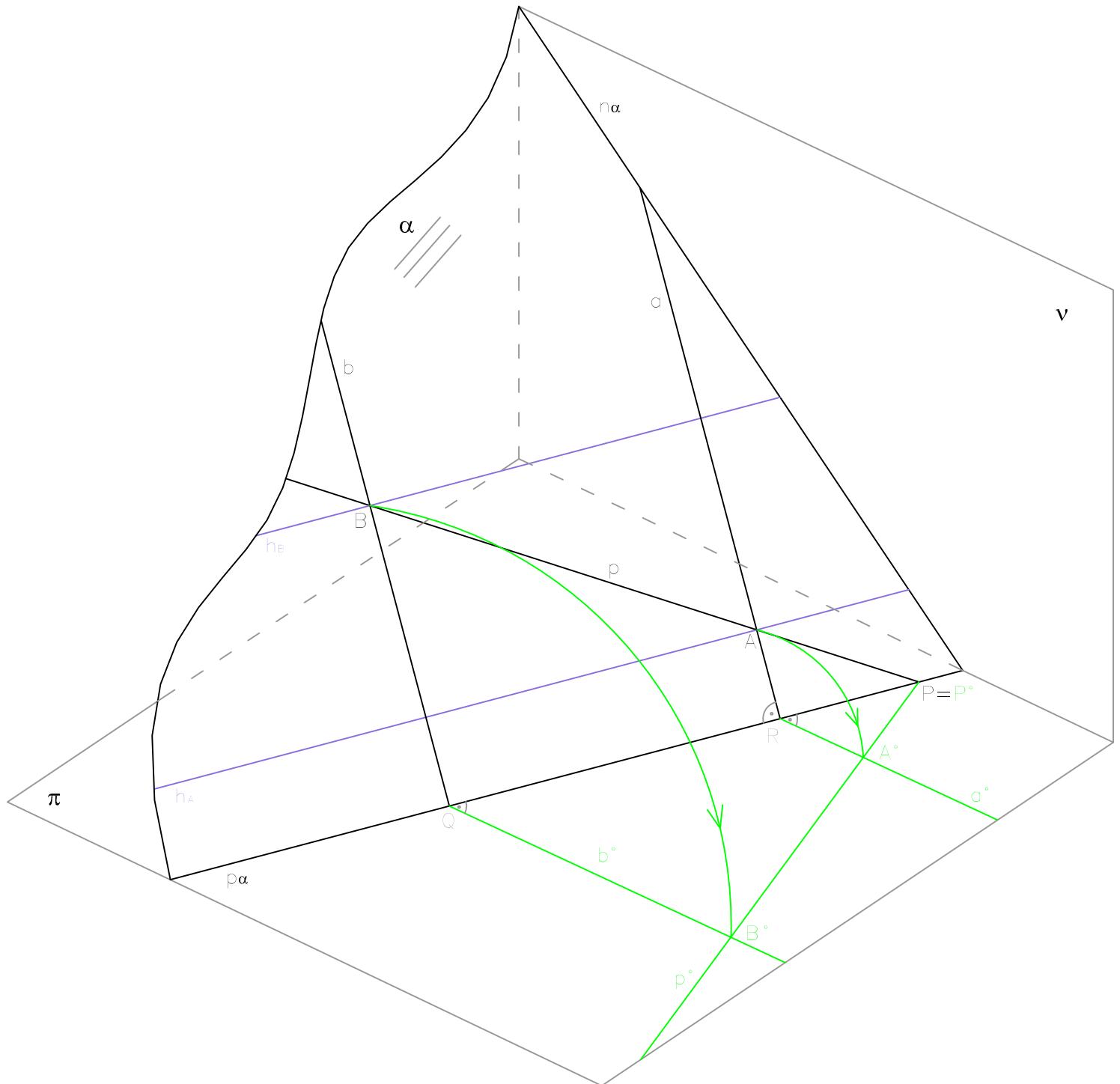
Zobrazte střed kružnice vepsané trojúhelníku ABC, A [8; 6; 3], B [-3; 9; 7], C [2; 3,5; 8,5].

Př. 9; A4 na výšku; O [10,5; 15]

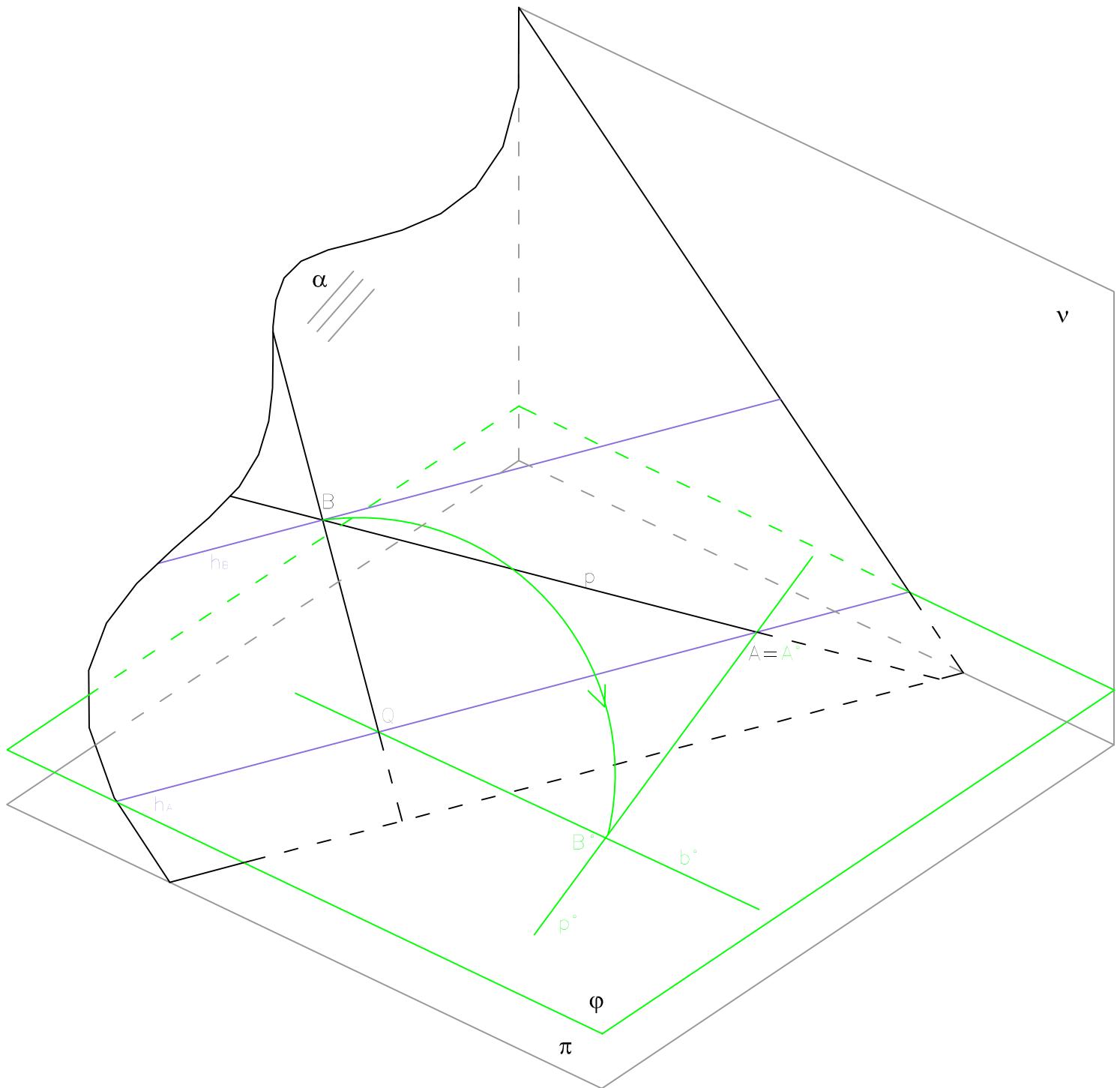
Sestrojte pravidelný pětiúhelník se středem v bodě S [3; 5; 4] a vrcholem v bodě A [-1; ?; 1], který leží v rovině  $\alpha = (-5; 6; ?)$ .

Otočení roviny  $\alpha$  kolem  $p\alpha$  do  $\pi$ .

Bod A se otáčí po kružnici o středu R a poloměru  $|RA|$ , bod R je průsečík spádové přímky a s půdorysnou stopou  $p\alpha$ ;  $|A^\circ R|=|ARI|$ . Bod B se otáčí po kružnici o středu Q a poloměru  $|QB|$ , bod Q je průsečík spádové přímky b se stopou  $p\alpha$ ;  $|B^\circ Q|=|BQ|$ .



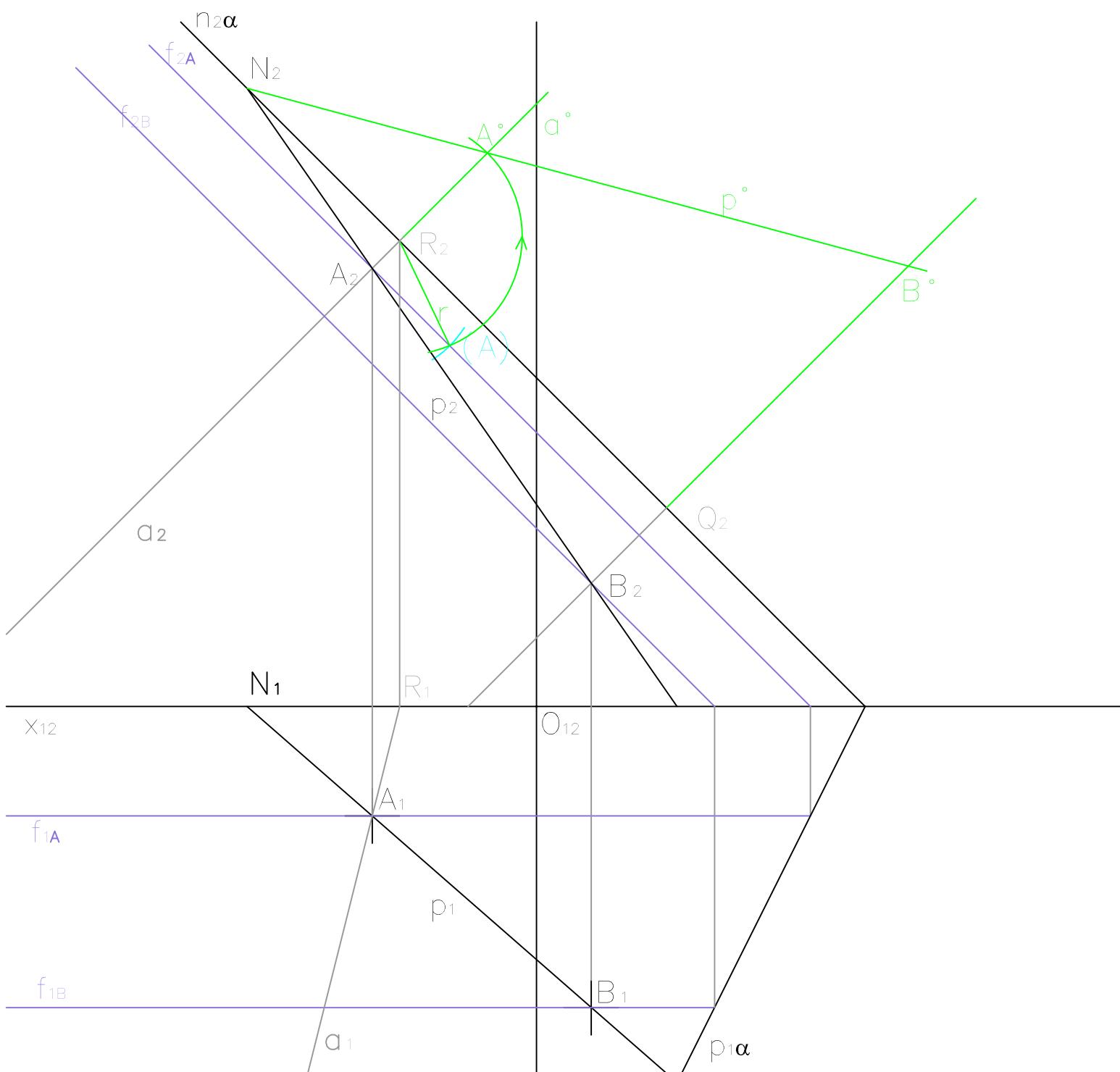
Otočení roviny  $\alpha$  kolem hlavní přímky  $h_A$  do roviny  $\varphi$  rovnoběžné s půdorysnou. Bod B se otáčí po kružnici o středu Q a poloměru  $|QB|$ , bod Q je průsečík spádové přímky b s hlavní přímkou  $h_A$ ;  $|B^\circ Q|=|BQ|$ .



Př. 1; A4 na výšku; O [10; 7]

Otočte rovinu  $\alpha = (-6; ?; 6)$  do nárysny. Sestrojte bod  $A^\circ$  (tj. otočený bod  $A \in \alpha$ ,  $A [3; 2; 8]$ ) a bod  $B^\circ$  (tj. otočený bod  $B \in \alpha$ ,  $B [-1; 5,5; ?]$ ).

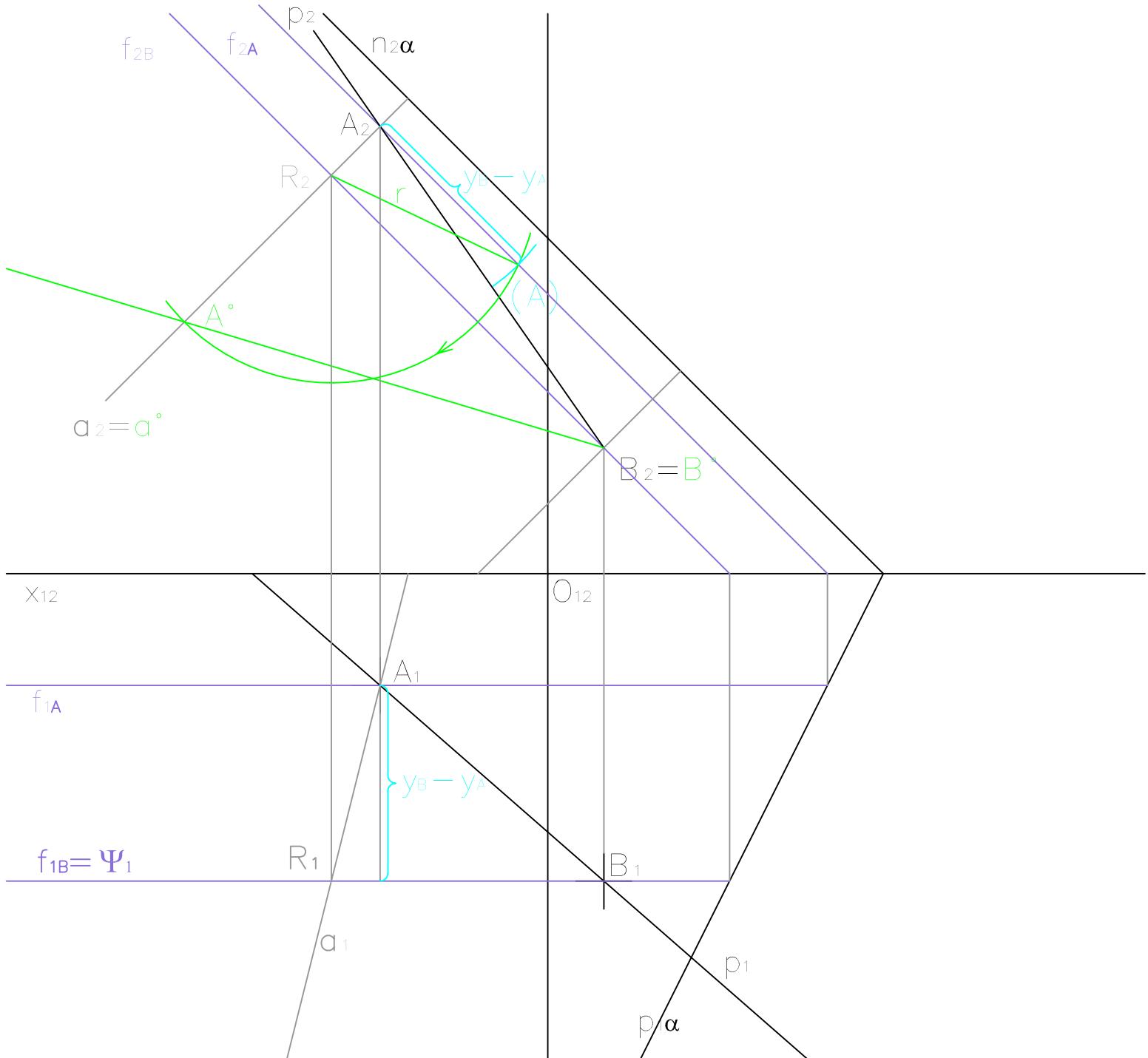
1. Rovinu otáčíme kolem její nárysné stopy,  $n_\alpha$  je osa otáčení.
2. Každý bod roviny  $\alpha$ , který neleží na  $n_\alpha$  se při otáčení pohybuje po kružnici. Potřebujeme určit střed  $R$  a poloměr  $r$  této kružnice pro bod  $A$ .
3. Střed  $R$  leží na ose otáčení  $n_\alpha$ . Označme  $g$  spádovou přímku roviny  $\alpha$  procházející bodem  $A$ .  $R$  je průsečík  $g$  a  $n_\alpha$ . Poloměr otáčení je roven skutečné velikosti úsečky  $RA$ .  $|R_2A^\circ| = |RA|$ .
4. Pro sestrojení bodu  $B^\circ$  využijeme otočení přímky  $p = AB$ . Průsečík  $N$  přímky  $p$  a  $n_\alpha$  zůstává při otáčení na místě, tedy  $p^\circ = NA^\circ$ . Bod  $B^\circ$  leží na přímce  $p^\circ$  ( $B^\circ B_2 \perp n_2\alpha$ ).
5. Otočíme-li jeden bod roviny  $\alpha$  do nárysny (nesmí ležet na  $n_\alpha$ ), získáme afinitu. Osou affinity je  $n_2\alpha$ , dvojicí odpovídajících si bodů je  $A_2 \leftrightarrow A^\circ$ .



Př. 1a; A4 na výšku; O [10; 9]

Otočte rovinu  $\alpha = (-6; ?; 6)$  do roviny  $\Psi$  rovnoběžné s nárysou proložené bodem B,  $B \in \alpha$ ,  $B [-1; 5,5; ?]$ . Sestrojte  $A^\circ$  (tj. otočený bod A  $\in \alpha$ , A [3; 2; 8]).

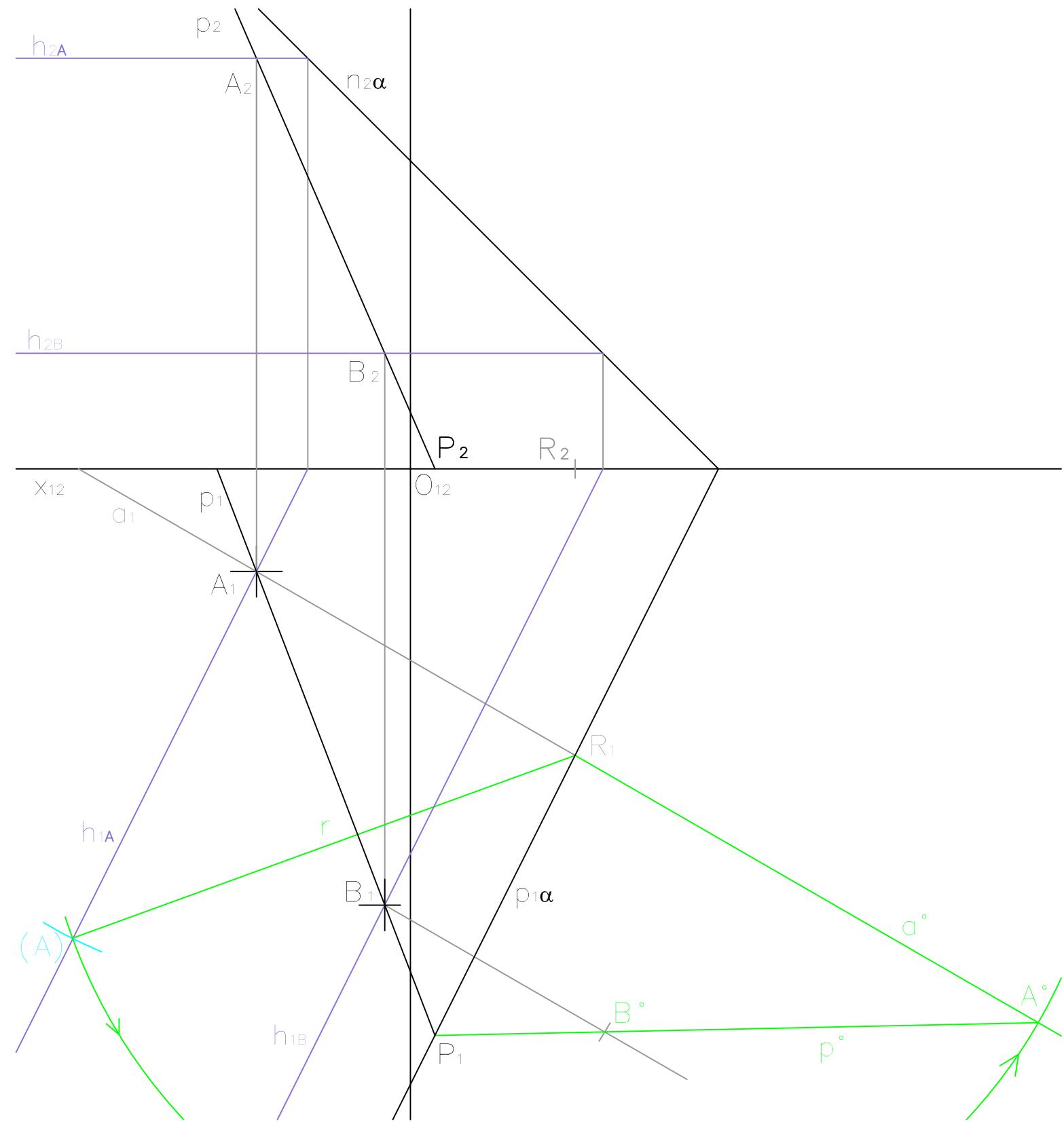
1. Rovinu otáčíme kolem její hlavní přímky procházející bodem B a rovnoběžné s nárysou stopou,  $f_B$  je osa otáčení.
2. Každý bod roviny  $\alpha$ , který neleží na  $f_B$  se při otáčení pohybuje po kružnici. Potřebujeme určit střed R a poloměr r této kružnice pro bod A.
3. Střed R leží na ose otáčení  $f_B$ . Označme  $g$  spádovou přímku roviny  $\alpha$  procházející bodem A. R je průsečík  $g$  a  $f_B$ . Poloměr r otáčení je roven skutečné velikosti úsečky RA.  $|R_2A^\circ| = |RA|$ .
5. Otočíme-li jeden bod roviny  $\alpha$  do roviny  $\Psi$  (nesmí ležet na  $f_B$ ), získáme afinitu. Osou affinity je  $f_{2B}$ , dvojicí odpovídajících si bodů je  $A_2 \leftrightarrow A^\circ$ .



Př. 1b; A4 na výšku; O [8;13]

Otočte rovinu  $\alpha = (-6; ?; 6)$  do půdorysné. Sestrojte bod  $A^\circ$  ( tj. otočený bod  $A \in \alpha$ , A [3;2;8]) a bod  $B^\circ$  ( tj. otočený bod  $B \in \alpha$ , B [0,5;8,5;?]).

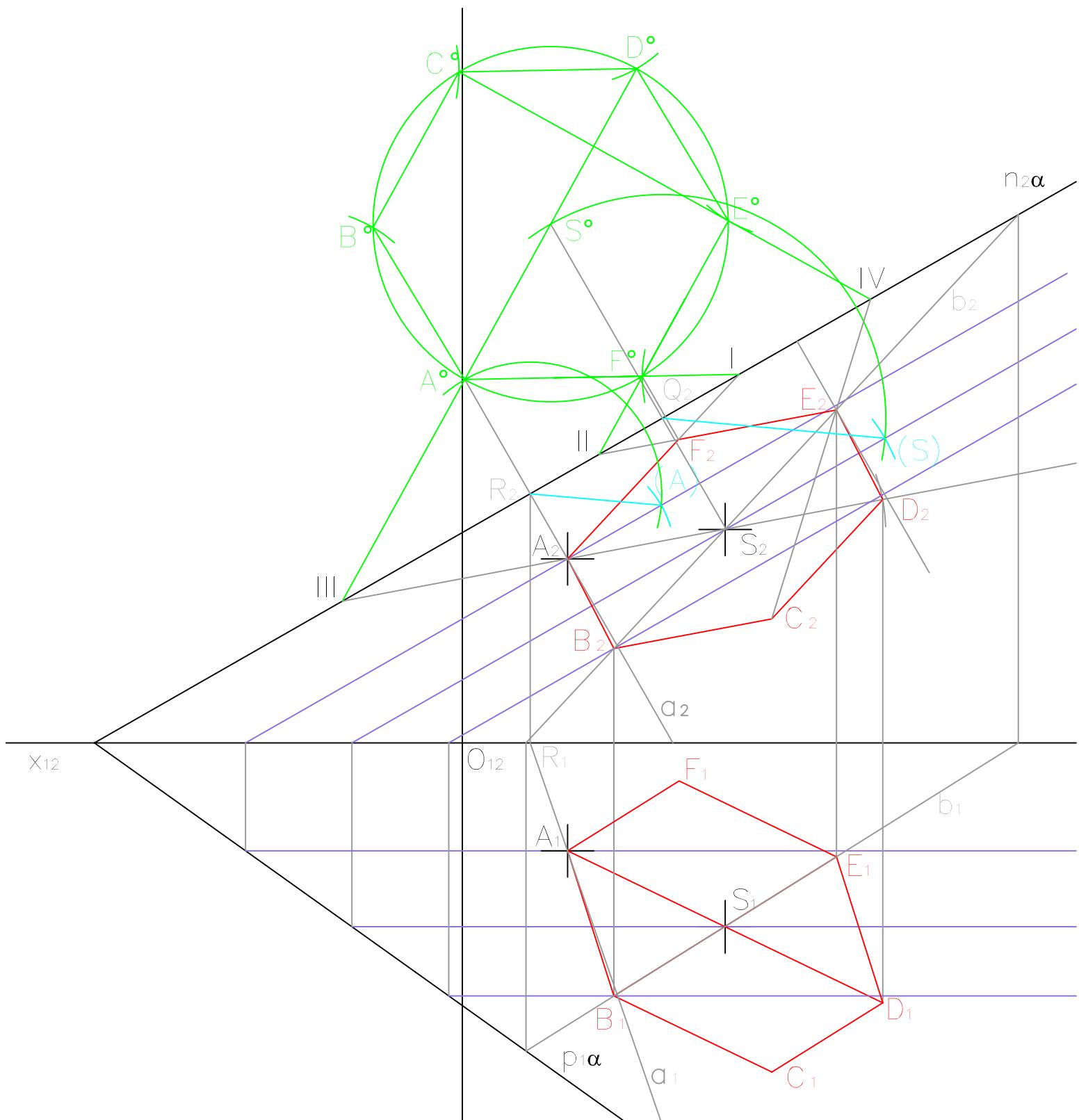
1. Rovinu otáčíme kolem její půdorysné stopy,  $p_\alpha$  je osa otáčení.
2.  $A_1 \rightarrow A^\circ$ .
3. Pomocí afinity sestrojíme  $B^\circ$ . ( Osou affinity je  $p_{\perp \alpha}$ )



Př. 2; A4 na výšku; O [9; 7,5]

Zobrazte pravidelný šestiúhelník se středem v bodě S  $[-5; 3,5; ?]$  a vrcholem v bodě A  $[-2; ?; 3,5]$ , který leží v rovině  $\alpha = (7; 5; 4)$ .

1. Využijeme otočení roviny  $\alpha$  do nárysny, sestrojíme A° a S°.
2. Sestrojíme pravidelný šestiúhelník A°B°C°D°E°F°. S využitím afinity s osou  $n_2\alpha$  a dvojicí odpovídajících si bodů A<sub>2</sub>↔A° sestrojíme nárys šestiúhelníka.  
( Samodružné body označujeme římskými čísly).
3. Ke konstrukci půdorysu použijeme libovolné přímky roviny (např. b=EB nebo hlavní přímky). Využíváme také toho, že dělící poměr se v afinitě a rovnoběžném promítání zachovává (bod S<sub>2</sub> je střed A<sub>2</sub>D<sub>2</sub>, bod S<sub>1</sub> je střed A<sub>1</sub>D<sub>1</sub>...).

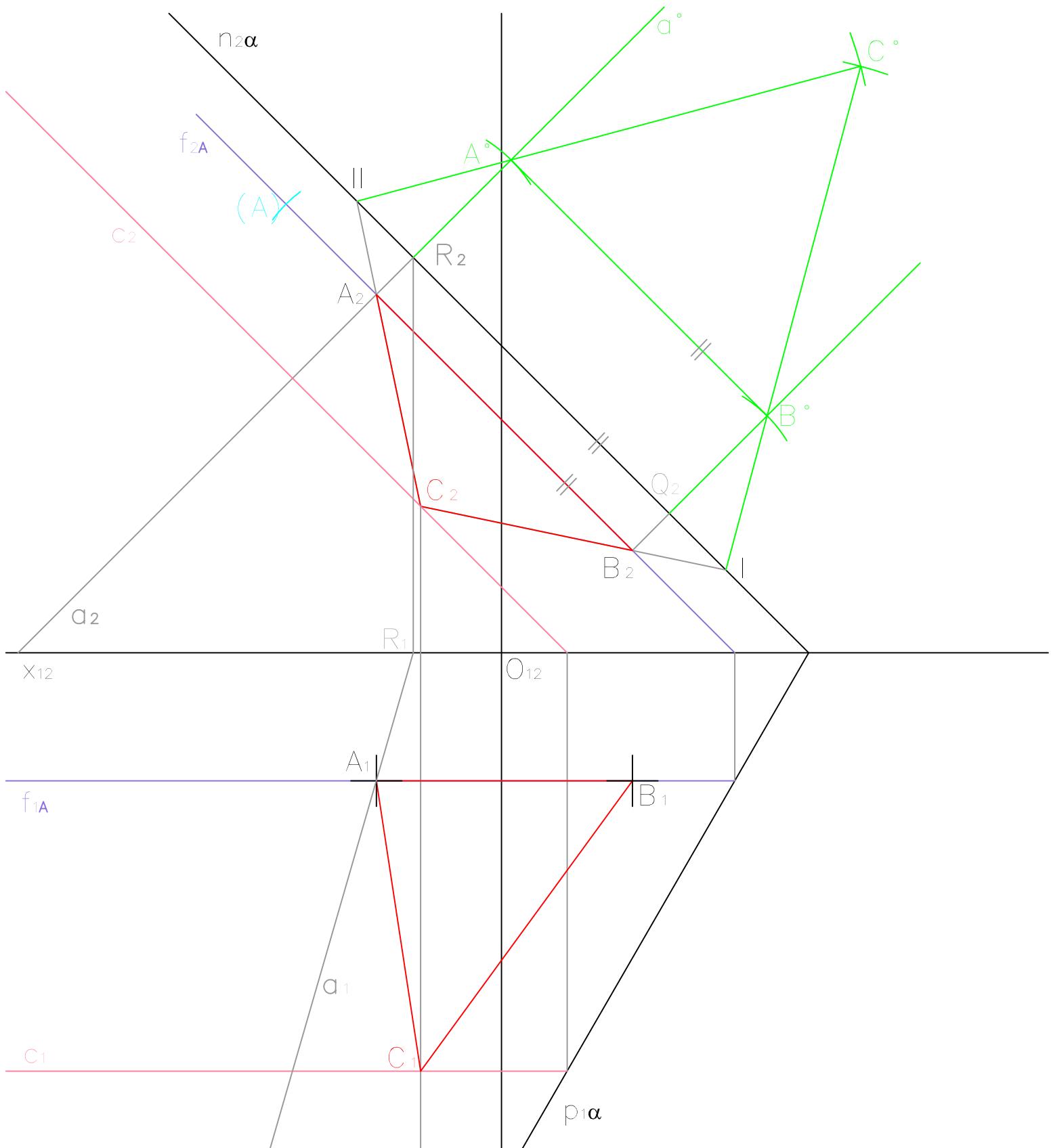


Př. 3; A4 na výšku; O [10;10]

Zobrazte rovnostranný trojúhelník nad úsečkou AB,

bod A [?; 2,5; 7] a bod B [?; 2,5; 2], v rovině  $\alpha$  ( $-6; 60^\circ; 45^\circ$ ). Vyberte ten bod C, jehož z-ová souřadnice je menší.

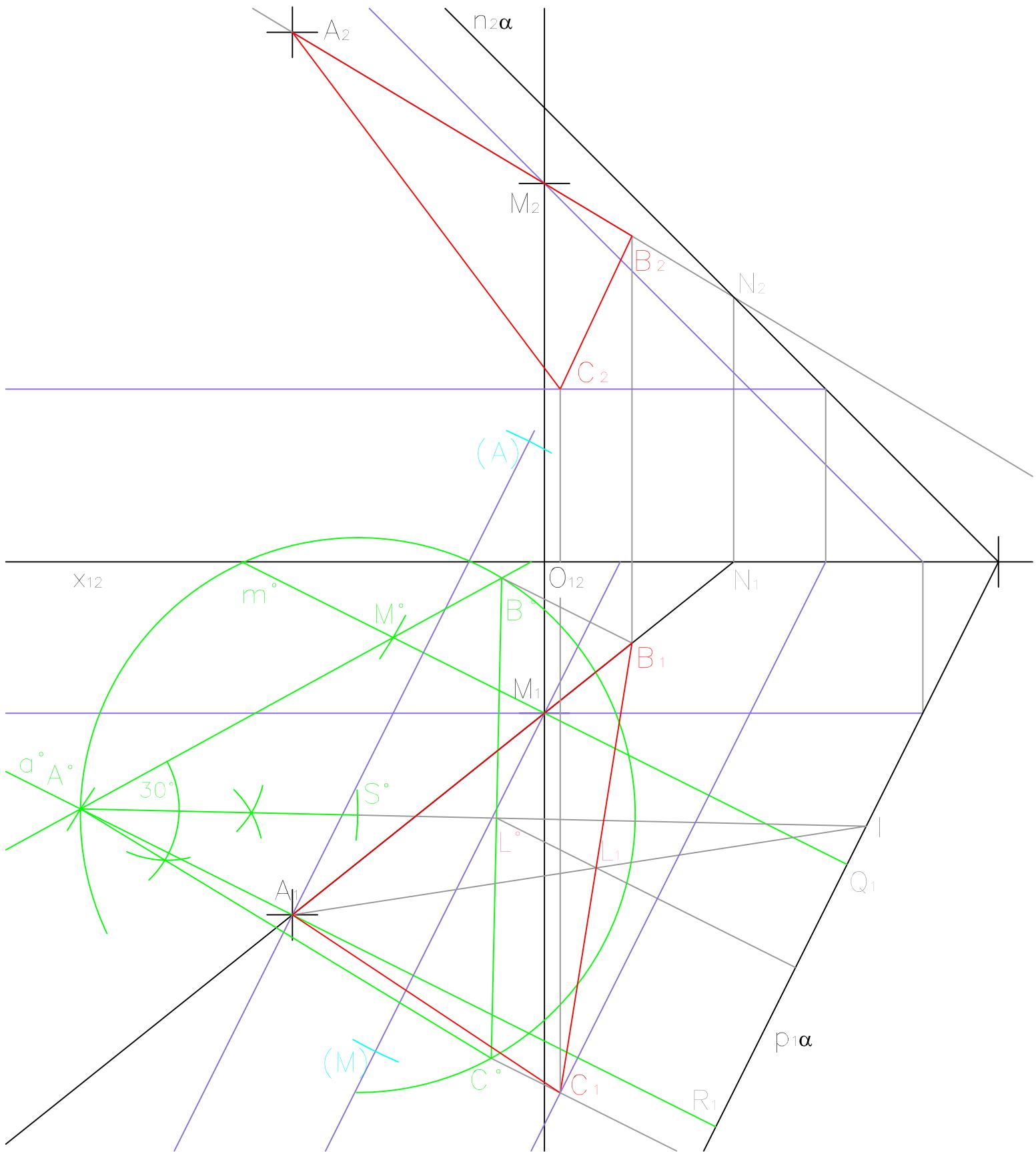
1. Otáčíme  $\alpha$  do nárysny.
  2. S využitím affinity s osou  $n_2$  a dvojicí odpovídajících si bodů  $A_2 \leftrightarrow A'$  sestrojíme nárys trojúhelníka.
  3. Pomocí libovolné přímky roviny  $\alpha$  dourčíme půdorys bodu C (zde přímka c).



Př. 4; A4 na výšku; O [11; 12]

Zobrazte rovnostranný trojúhelník ABC, který leží v rovině  $\alpha$  ( $-9; ?; ?$ ). Strana AB trojúhelníka leží na přímce AM, A [5; 7; 10,5], M [0; 3; 7,5],  $y_B < y_A$ ,  $y_C > 0$ . Poloměr kružnice trojúhelníku opsané je  $r=5,5$ .

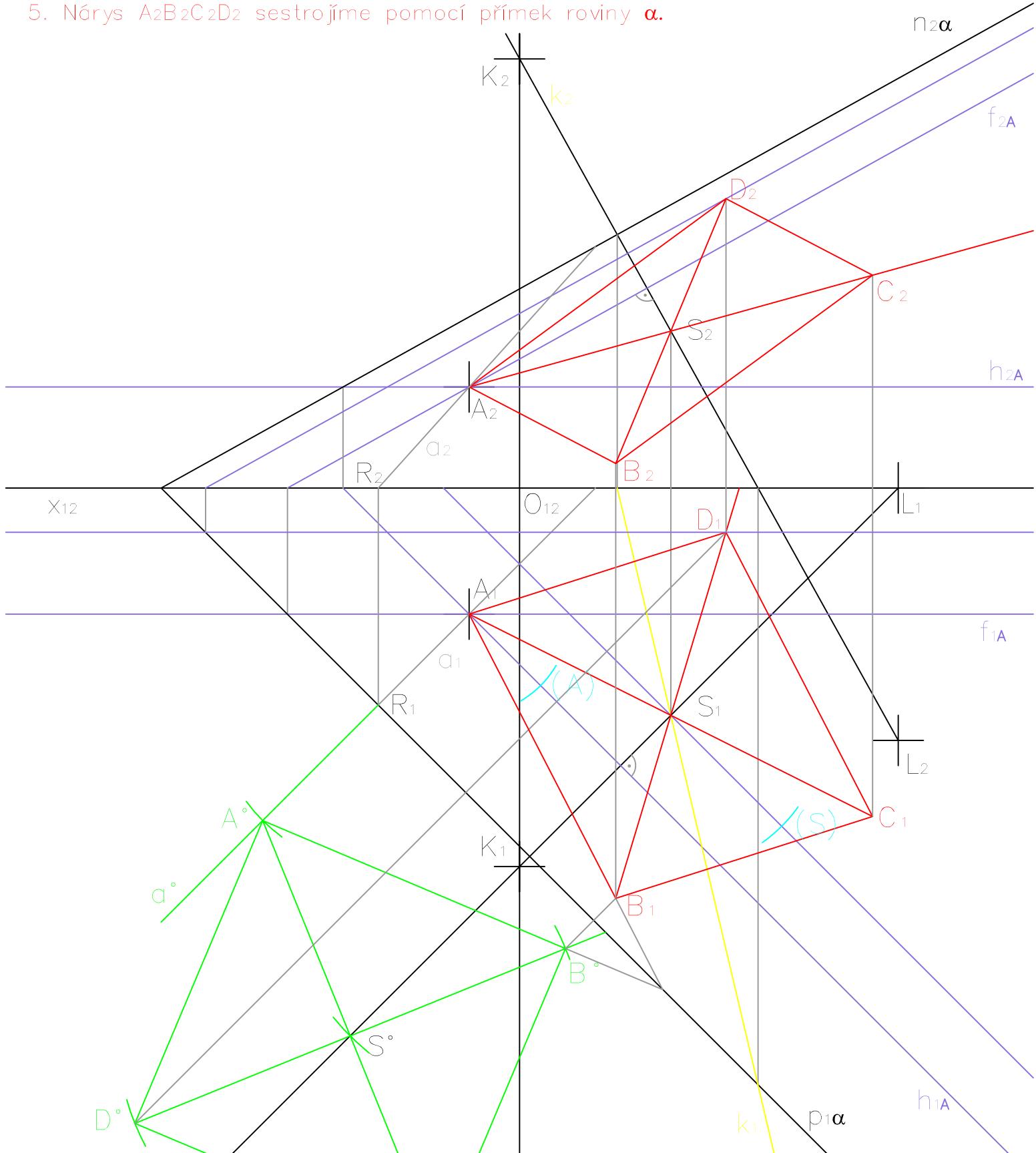
1. Zobrazíme stopy roviny  $\alpha$ . Otočíme rovinu  $\alpha$  kolem  $p_1\alpha$  do půdorysny.
2. Afinita; osa affinity je  $p_1\alpha$ . Směr je dán dvojicí bodů  $A_1 \leftrightarrow A^\circ$ .
3. Trojúhelník  $A_1B_1C_1$ . Pozn.: Ke konstrukci bodu  $C_1$  jsme použili střed  $L^\circ$  strany  $C^\circ B^\circ$ .



Př. 5; A4 na výšku; O [10,5;13,5]

Zobrazte čtverec v rovině kolmý k přímce KL, K [0;7,5;8,5] a L [-7,5;0;-5], s vrcholem v bodě A [1;2,5;2] a středem na přímce KL.

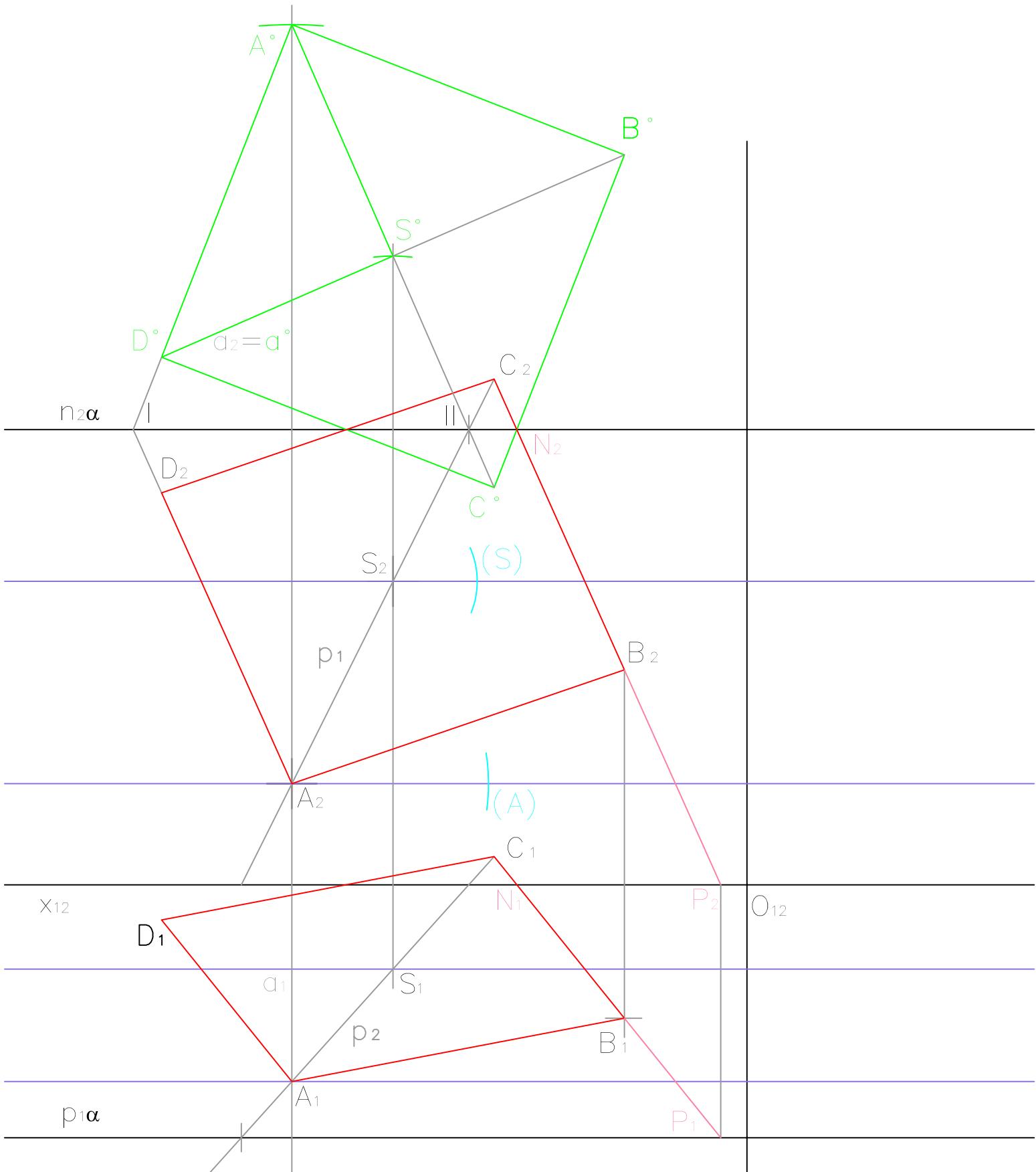
1. Označme  $\alpha$  rovinu procházející bodem A a kolmou ke KL, je určena hlavními přímkami  $f_A$ ,  $h_A$ . Sestrojíme stopy roviny  $\alpha$ .
2. Bod S je průsečík KL a  $\alpha$ . (využijeme krycí přímku  $k$ ).
3. Otočíme  $\alpha$  kolem  $p_1\alpha$  do půdorysny. Afinita je určena osou  $p_1\alpha$  a dvojící odpovídajících si bodů  $A_1 \leftrightarrow A^\circ$ .
4. Sestrojíme půdorys  $A_1B_1C_1D_1$  s využitím affinity.
5. Nárys  $A_2B_2C_2D_2$  sestrojíme pomocí přímek roviny  $\alpha$ .



Př. 6; A4 na výšku; O [15; 6]

Zobrazte čtverec se středem v bodě S [7; ?; 6] a vrcholem v bodě A [9; ?; 2] v rovině  $\alpha(\infty; 5; 9)$ .

1. Body A a S dourčíme pomocí přímky  $p=AS$  roviny  $\alpha$ .
2. Otočíme rovinu  $\alpha$  do nárysny. Afinita je určena osou  $n_{2\alpha}$  a dvojící odpovídajících si bodů  $A_2 \leftrightarrow A'$ .
3. Sestrojíme nárys  $A_2B_2C_2D_2$  s využitím affinity.
4. Půdorys  $A_1B_1C_1D_1$  sestrojíme pomocí libovolných přímek roviny  $\alpha$ .



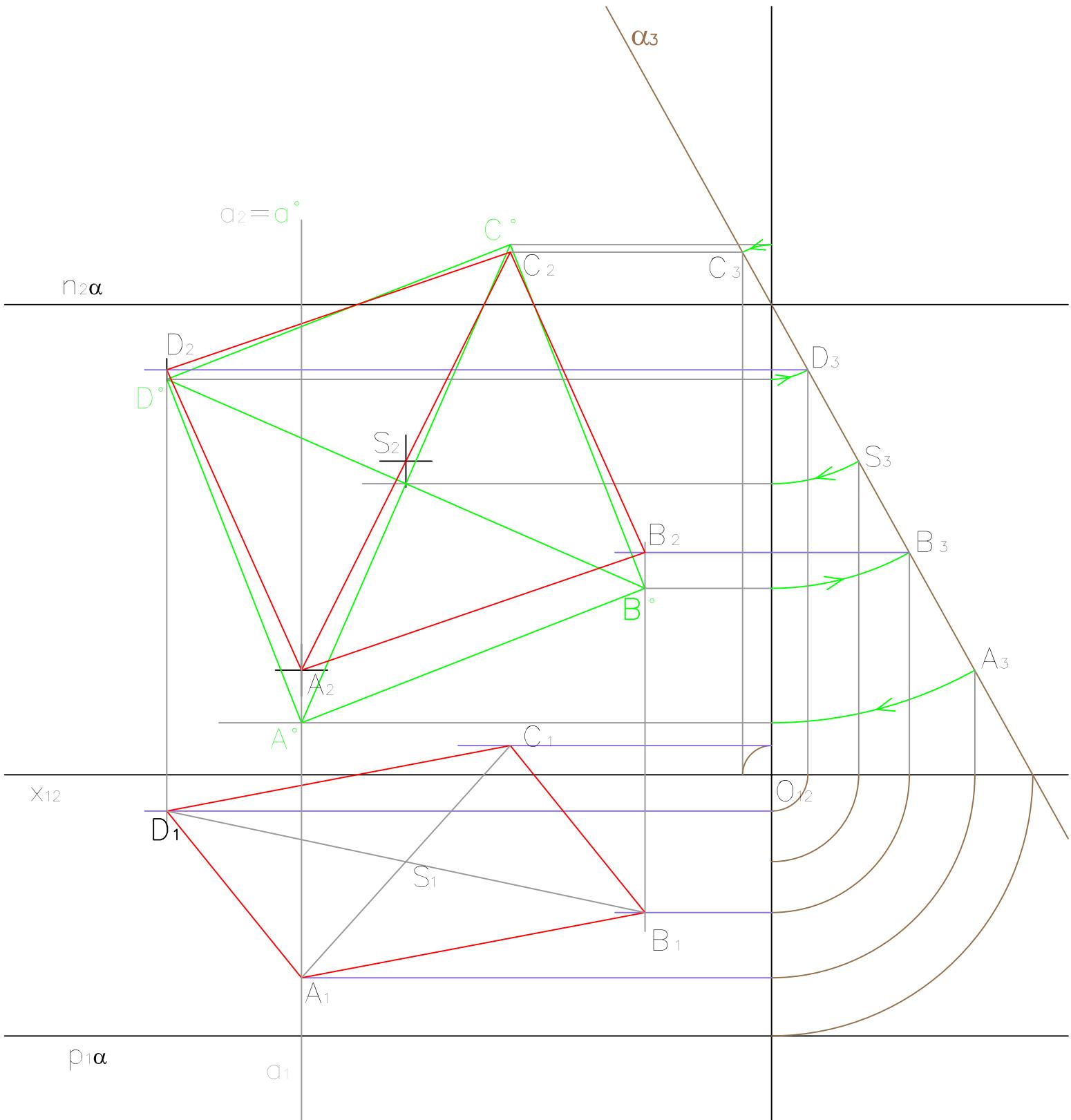
Př. 6a; A4 na výšku; O [15; 7]

Zobrazte čtverec se středem v bodě S [7; ?; 6] a vrcholem v bodě A [9; ?; 2] v rovině  $\alpha(\infty; 5; 9)$ .

1. Dourčíme body A a S, využijeme třeba třetí průmět.

2. Otočíme rovinu  $\alpha$  do nárysny. Poloměry otáčení jsou ve skutečné velikosti ve třetím průmětu, využijeme tedy třetí průmět k sestrojení bodů A<sup>3</sup> a S<sup>3</sup>. Sestrojíme čtverec A<sup>3</sup>B<sup>3</sup>C<sup>3</sup>D<sup>3</sup>.

3. Opačným postupem k postupu uvedeném v 2. sestrojíme nárys A<sub>2</sub>B<sub>2</sub>C<sub>2</sub>D<sub>2</sub> a následně půdorys A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>.

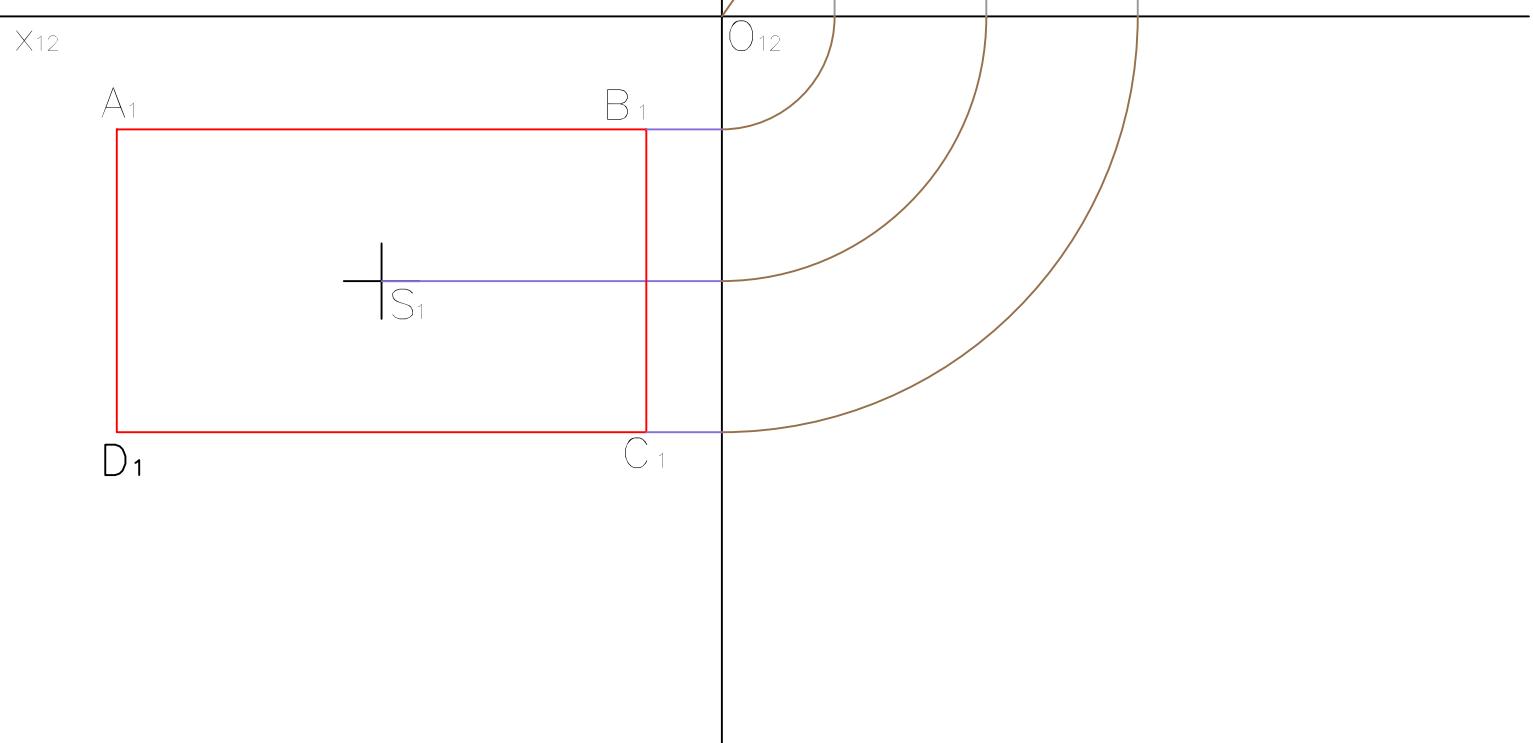
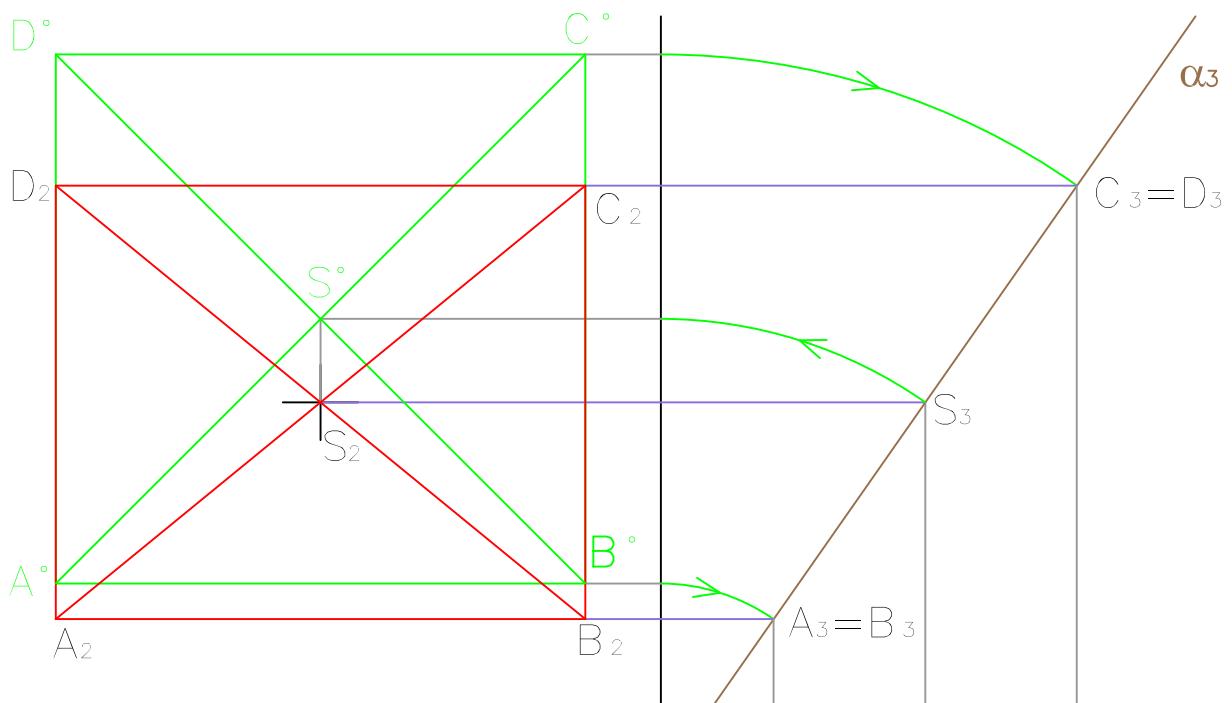


Př. 7; A4 na výšku; O [10;10]

Zobrazte čtverec se středem v bodě S [4,5;3,5;5] a stranou rovnoběžnou s osou x o délce 7 cm, který leží v rovině  $\alpha$ ,  $\alpha (S,x)$ .

1. Otočíme rovinu  $\alpha$  do nárysny.

2. Pro určení poloměrů otáčení jsme použili třetí průmětnu.



Př. 8; A4 na výšku; O [12;10,5]

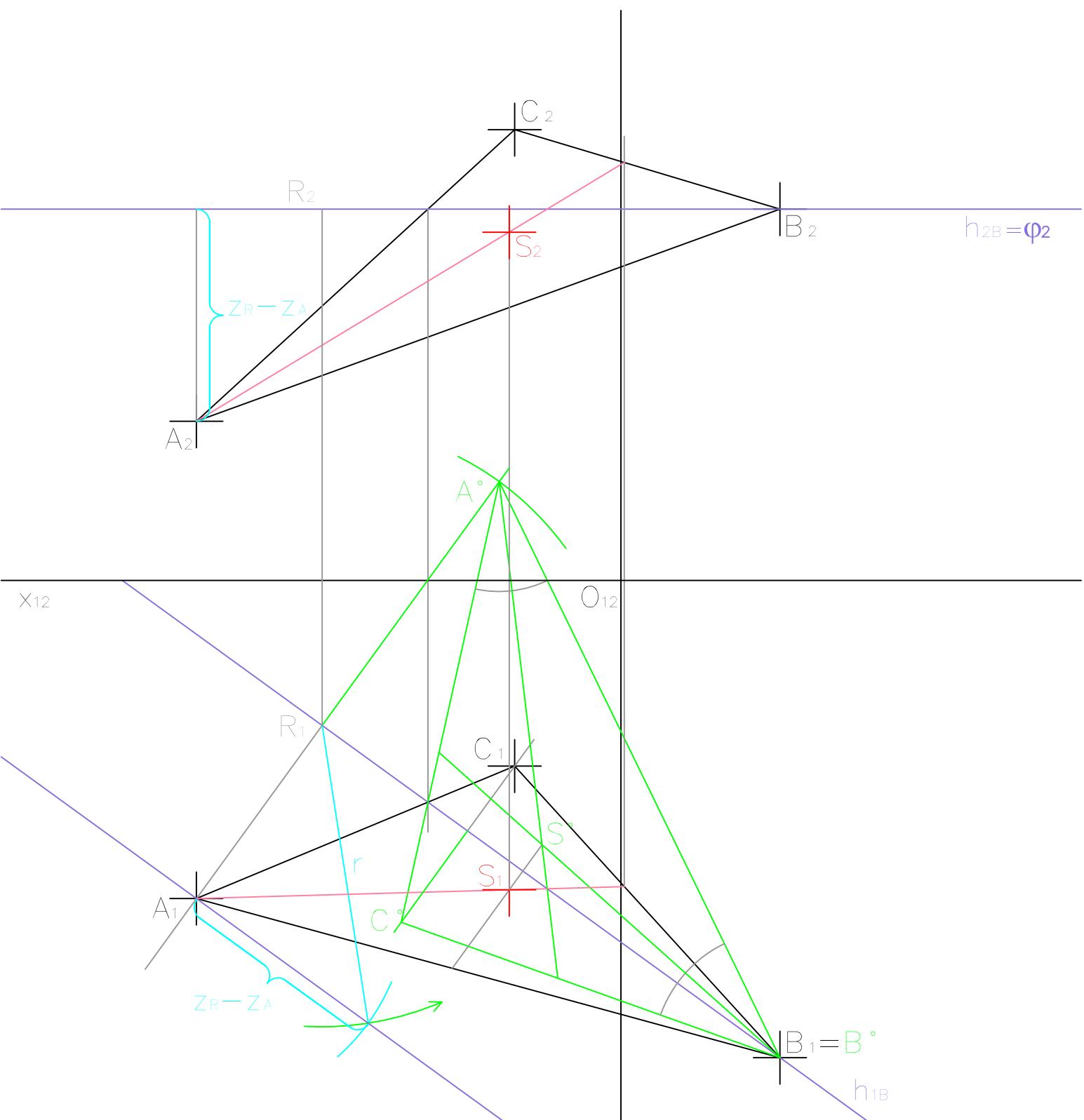
Zobrazte střed kružnice vepsané trojúhelníku ABC, A [8;6;3], B [-3;9;7], C [2;3,5;8,5].

1. Otočíme rovinu  $\alpha$  (A,B,C) do roviny  $\varphi$  rovnoběžné s půdorysnou. Osa otáčení je  $h_B$ .

2. Pomocí afinity s osou  $h_{1B}$  a dvojicí odpovídajících si bodů  $A_1 \leftrightarrow A^\circ$  sestrojíme otočený trojúhelník a dohledáme střed kružnice vepsané.

3. Bod  $S_1$  dourčíme opět s využitím afinity.

4. S pomocí libovolné přímky roviny  $\alpha$  sestrojíme  $S_2$ .



Př. 9; A4 na výšku; O [10,5;15]

Sestrojte pravidelný pětiúhelník se středem v bodě S [3; 5; 4] a vrcholem v bodě A [-1; ?; 1], který leží v rovině  $\alpha$  (-5; 6; ?).

1. Využijeme otočení roviny  $\alpha$  do půdorysny. Sestrojíme body S<sup>o</sup> a A<sup>o</sup> následně celý pravidelný pětiúhelník.

2. S využitím affinity s osou  $p_1\alpha$  a dvojicí odpovídajících si bodů A<sub>2</sub>↔A<sup>o</sup> sestrojíme půdorys šestiúhelníka.

(Samodružné body označujeme římskými čísly).

3. Nárys sestrojíme s využitím rovnoběžnosti a libovolných přímkov roviny  $\alpha$ .

