Roviny

A5 na šířku

1.) MP O[9;6]
Zobrazte stopy rovin α(6;2;3) a β(-5;45°;120°).

A5 na šířku

2.) MP O[9;5]
Zobrazte stopy rovin α(-4;h;4) a β(5;1;h).

A5 na šířku

3.) MP O[5;7]
Rovina α je dána body A[-2;3;3], B[-4;1;5] a C[-7;4;1].
Zobrazte stopy roviny α.

A5 na šířku

4.) MP O[9;6]
Zobrazte přímku p=AB, která leží v rovině α(3;2;2),
A[-6;4;?], B[-8;1;?]

A5 na šířku

5.) MP O[8,5;7]
Dourčete přímku h=EF tak, aby ležela v rovině α(-10;6;5),
E[0;?;2,5], F[-10;?;2,5].

A5 na šířku

6.) MP O[10;8,5]
Dourčete přímku f=AB tak, aby ležela v rovině α(3;3;-6),
A[4;2;?], B[-3;2;?].

A5 na šířku

7.) MP O[9;6]
Zobrazte bod A[-2;2;?], který náleží rovině α(h;5;6).

A4 na výšku

8.) MP O[9;9]
Zobrazte bod A[4;?;5], který náleží rovině α(h;6;8).

A5 na šířku

9.) MP O[6,5;5,5]
Dourčete bod M[-3,5;3,5;?] tak, aby ležel v rovině α(A;B;C), A[1;4;5], B[-4;2;1], C[-6;5;7].

A5 na šířku

10.) MP O[10;7]
Dourčete bod M[0;?;4] tak, aby ležel v rovině α(A;B;C), A[2;0,5;5], B[-2;5;1], C[-5;3;3].

A5 na šířku

11.) MP O[10;7]
Dourčete bod M[0;3;?] tak, aby ležel v rovině α(A;B;C), A[3;4;3], B[3;2;3], C[-3;3;2].

A5 na šířku

12.) MP O[10;6]
Dourčete přímku p=KL tak, aby náležela rovině α(A;B;C), A[4;4;2], B[0;1;4], C[-3;3;1], K[4;?;3], L[-3;?;2].

A4 na výšku

13.) MP O[9;10]
Dourčete přímku p=AB, tak aby ležela v rovině α(K;L;M), A[-2;?;3], B[2;?;1], K[0;6;6], L[0;6;1], M[-5;2,5;3].

A4 na výšku

14.) MP O[9; 11]

Dourčete přímku p=KL tak, aby ležela v rovině α(A,B,C), A[3;4;8], B[0;1;10], C[-7;3;5,5], K[5;?;3], L[-8;?;2].

A4 na výšku

15.) MP O[11; 10]

Zobrazte hlavní přímky (horizontální i frontální) roviny α(A,B,C), které procházejí bodem B, A[5;5;6], B[0;3;7], C[-3;9;2].

A5 na šířku

16.) MP O[9; 7]

Dourčete bod M tak, aby ležel v rovině α(A,x) a zobrazte hlavní přímky roviny α, které procházejí bodem M. A[2;5;6], M[-4;?;3].

A5 na šířku

17.) MP O[9; 9]

Zobrazte hlavní přímky roviny α(A,B,C), které procházejí bodem B, A[4;5;5], B[-1;7;2], C[-6;5;5].

A5 na šířku

18.) MP O[9; 9]

Zobrazte hlavní přímky roviny α(A,B,C), které procházejí bodem C, A[3;8;5], B[3;3;5], C[-6;6;3].

A5 na šířku

19.) MP O[9; 7]

Dourčete přímku p tak, aby ležela v rovině α(A;B;C), přímka p prochází bodem P[3;4;?] a je kolmá k ose x, A[5;2,5;4,5], B[0;5;7],C[-5;3;3].

A5 na šířku

20.) MP O[9; 8]
Dourčete přímky b=BC a d=DE tak, aby ležely v rovině α(A,x), A[-4;6;5], B[5;?;3], C[-8;?;4], D[4;0;0], E[4;6,5;?].

A4 na výšku

21.)MP O[9; 12]
Zobrazte hlavní přímky roviny α(A;B;C), které prochází bodem A[0;3;8], B[7;8;3], C[-4;10;5].

A5 na šířku

22.) MP O[10; 6]
Dourčete přímku p=KL tak, aby náležela rovině α(3,5;-4;2), K[-5;4;?], L[1;5;?].

A4 na výšku

23.) MP O[9; 9,5]
Dourčete bod M tak, aby ležel v rovině α(A,x), A[2;6;5], M[-8;8;?].

A5 na šířku

24.) MP O[9; 6]
Dourčete přímku a tak, aby ležela v rovině α(5; 3;6). Přímka a prochází bodem A[-4;2;?] a je kolmá k ose x.

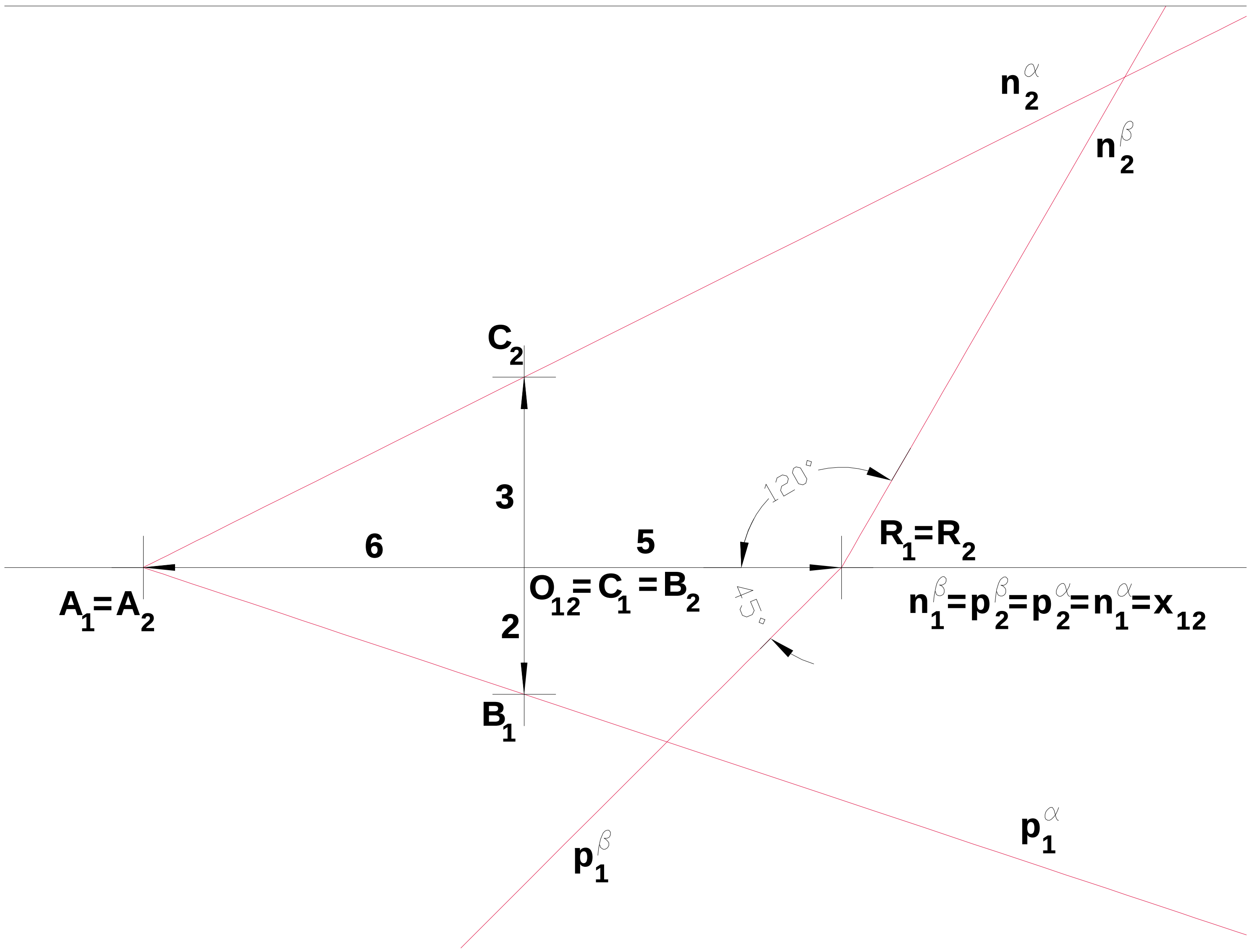
A5 na šířku

1.) MP O[9; 6]

Zobrazte stopy rovin α(6; 2;3) a β(-5;45°;120°).

1. Zadaná 3 čísla roviny α souvisí se souřadnicemi průsečíků roviny α s osami x, y, z; A[6;0;0] je průsečík roviny α s osou x, B[0;2;0] je průsečík roviny α s osou y a C[0;0;3] je průsečík s osou z.
Zobrazme si tyto 3 body. Body A, B leží v půdorysně, tedy přímka AB je půdorysná stopa, body A, C jsou body nárysny, tedy přímka AC je nárysná stopa.

2. Číslo -5 v zadání roviny β souvisí se souřadnicemi průsečíku R roviny β s osou x, R[-5;0;0]. První úhel 45° je orientovaný úhel, který svírá půdorysná stopa roviny β a kladná poloosa osy x. Druhý úhel 120° je orientovaný úhel, který svírá nárysná stopa s kladnou poloosou osy x.



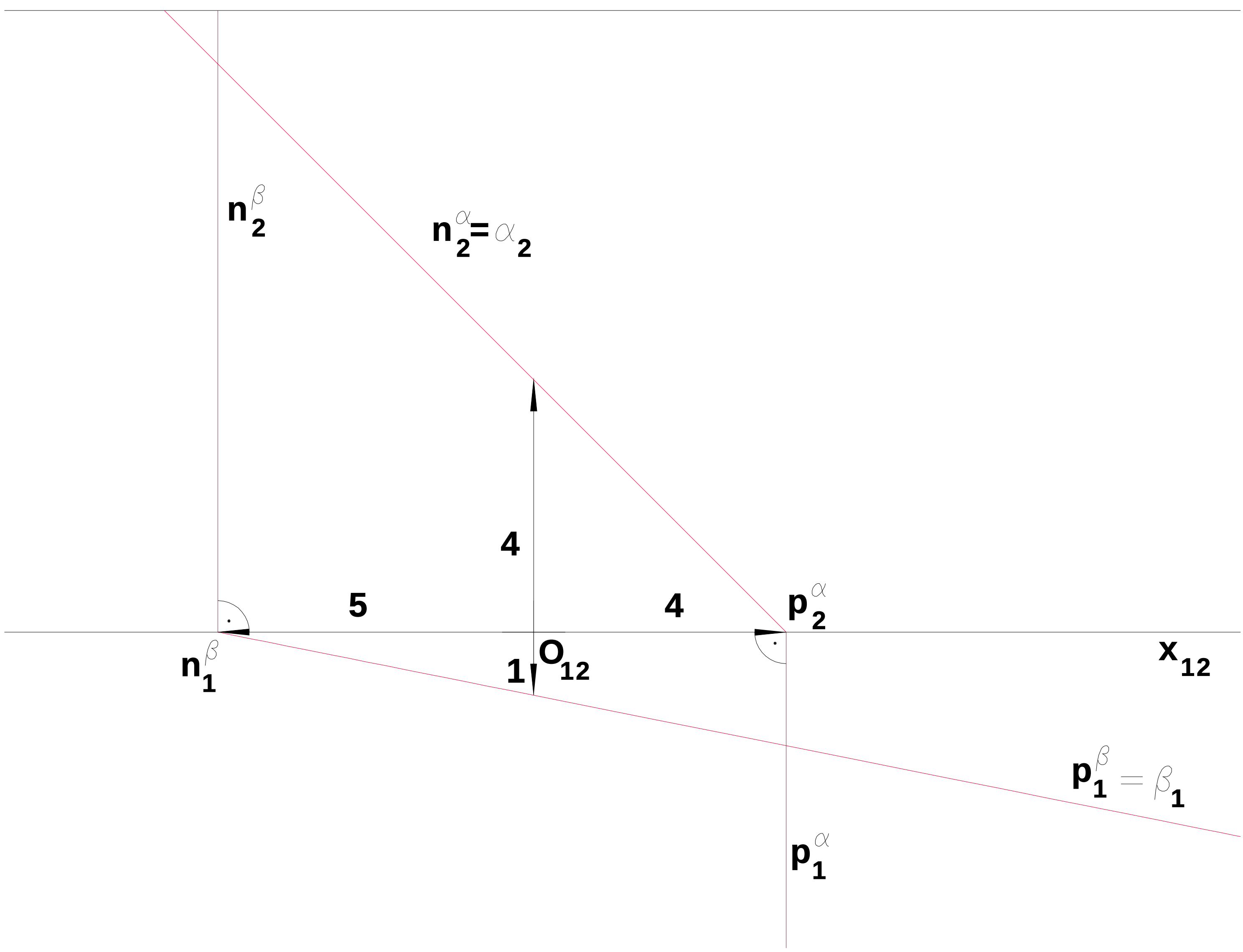
A5 na šířku

2.) MP O[9; 5]
Zobrazte stopy rovin $\alpha(-4;$ h;4) a β(5;1;h).

1. Pokud je v zápise roviny znak h, znamená to, že rovina neprotíná některou z os, tzn. je s příslušnou osou rovnoběžná.

2. Rovina α neprotíhá osu y, je s osou y rovnoběžná. Rovina α je tedy kolmá k nárysně a jejím nárysem je přímka.

3. Rovina β neprotíná osu z, je s osou z rovnoběžná. Rovina β je tedy kolmá k půdorysně a jejím půdorysem je přímka.



A5 na šířku

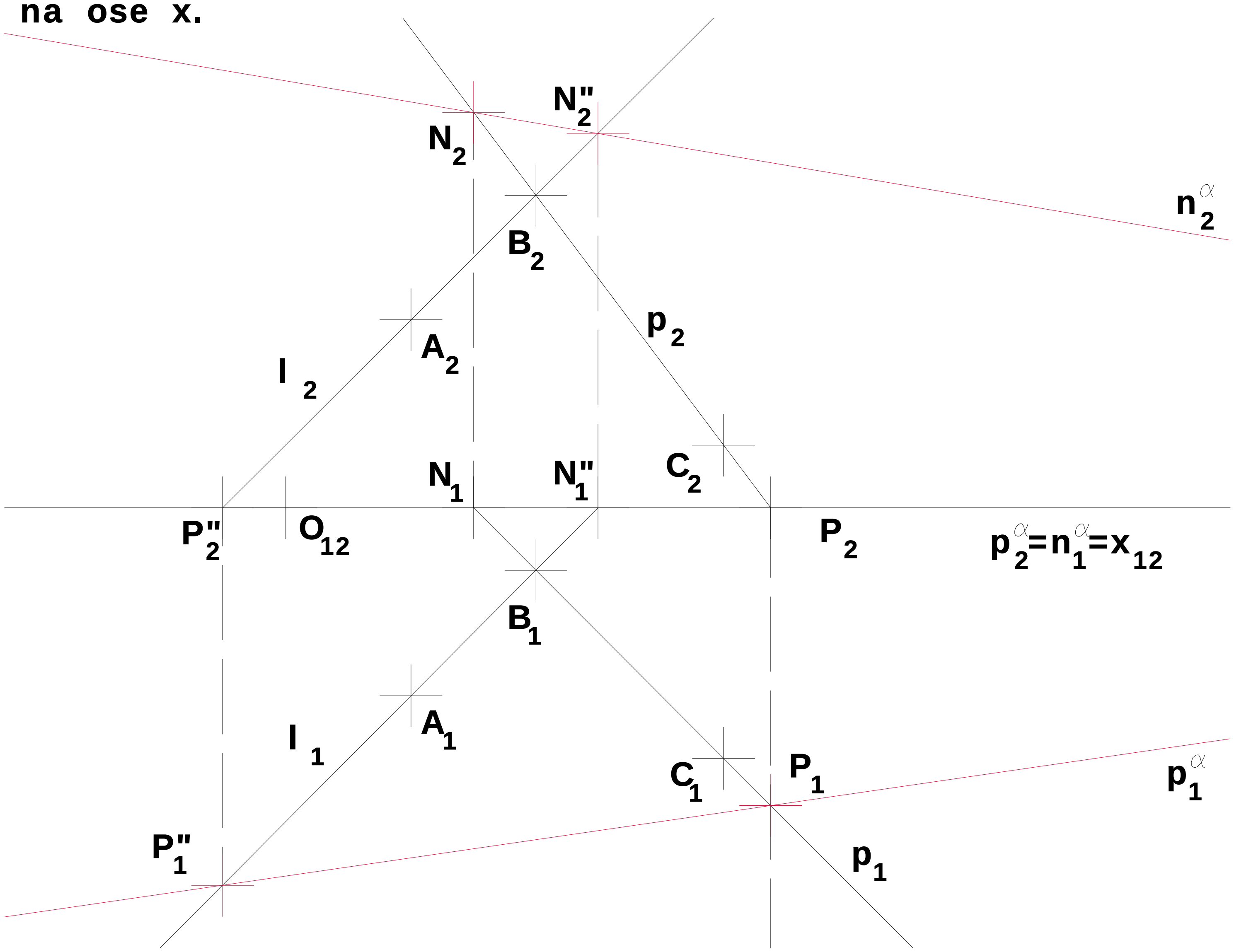
3.) MP O[5; 7]

Rovina α je dána body A[-2;3;3], B[-4;1;5] a C[-7;4;1]. Zobrazte stopy roviny α.

1. Půdorysná stopa roviny α je průsečnice roviny α a půdorysny. Abychom zobrazili tuto stopu, potřebujeme zobrazit 2 její různé body. Vybereme si 2 libovolné přímky a zobrazíme jejich půdorysné stopníky. Zde jsme použili přímku l=BA a přímku p=BC.

2. Nárysná stopa roviny α je průsečnice roviny α a nárysny. Abychom zobrazili tuto stopu, potřebujeme zobrazit 2 její různé body. Vybereme si 2 libovolné přímky a zobrazíme jejich nárysné stopníky. Zde jsme použili přímku l=BA a přímku p=BC.

3. Pokud se půdorysná a nárysná stopa protínají, protínají se na ose x.



A5 na šířku

4.) MP O[9; 6]

Zobrazte přímku p=AB, která leží v rovině $\alpha(3; 2; 2)$, A[-6;4;?], B[-8;1;?]

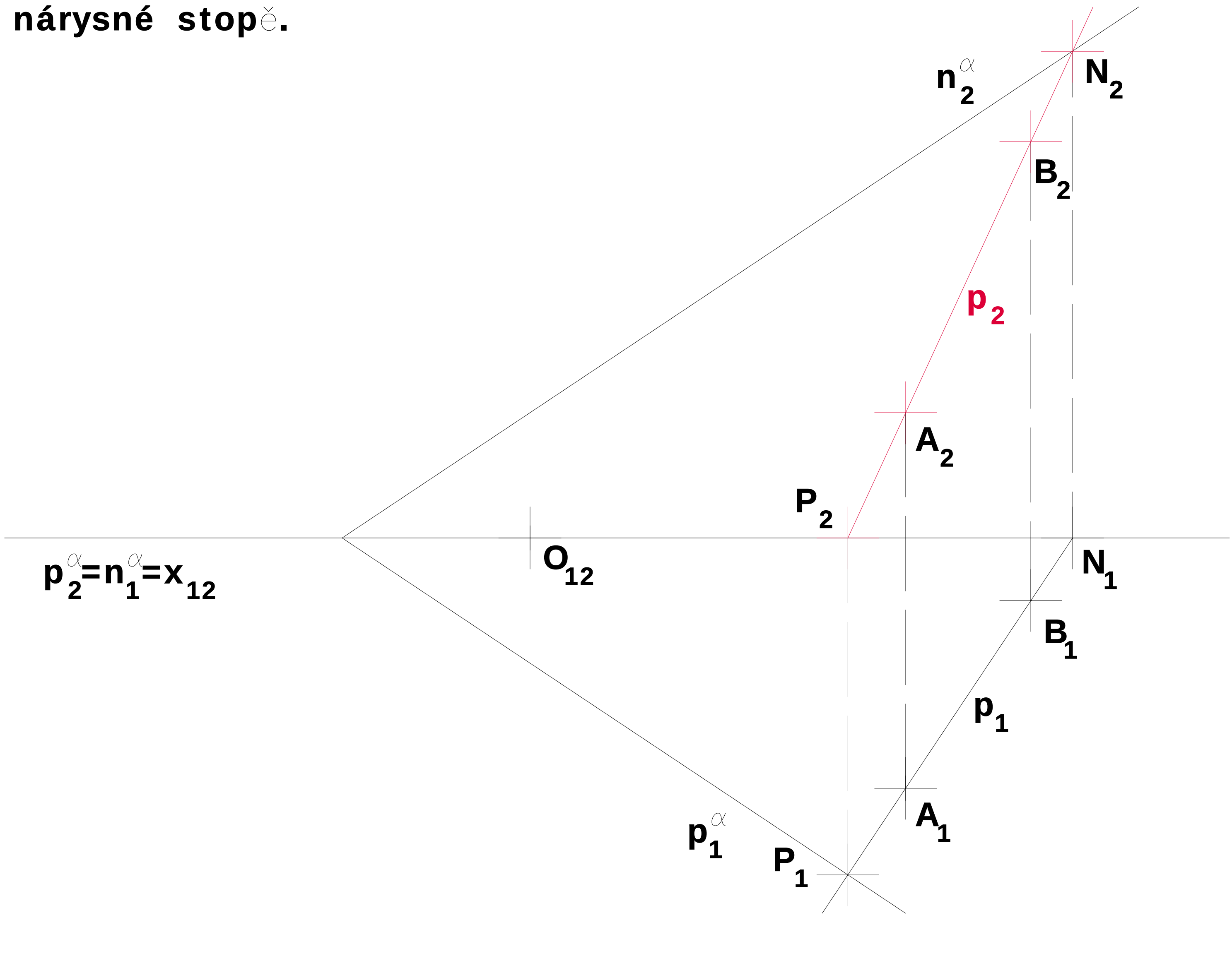
1. Přímka p roviny α je s přímkami roviny α rovnoběžná nebo různoběžná. Zde můžeme zjistit vzájemnou polohu přímky p a půdorysné či nárysné stopy.

2. Z půdorysu je zřejmé, že přímka p a půdorysná stopa jsou přímky různoběžné, jejich průsečík označíme P. Snadno najdeme nárys bodu P.

3. Z půdorysu je zřejmé, že přímka p a nárysná stopa jsou přímky různoběžné, jejich průsečík označíme N. Snadno najdeme nárys bodu N.

4. Na náryse přímky p leží i nárysy bodů A a B.

Pozn.: Stopníky přímky roviny α leží na stopách roviny α, půdorysný stopník na půdorysné stopě, nárysný stopník na nárysné stopě.



A5 na šířku

5.) MP O[8,5; 7]

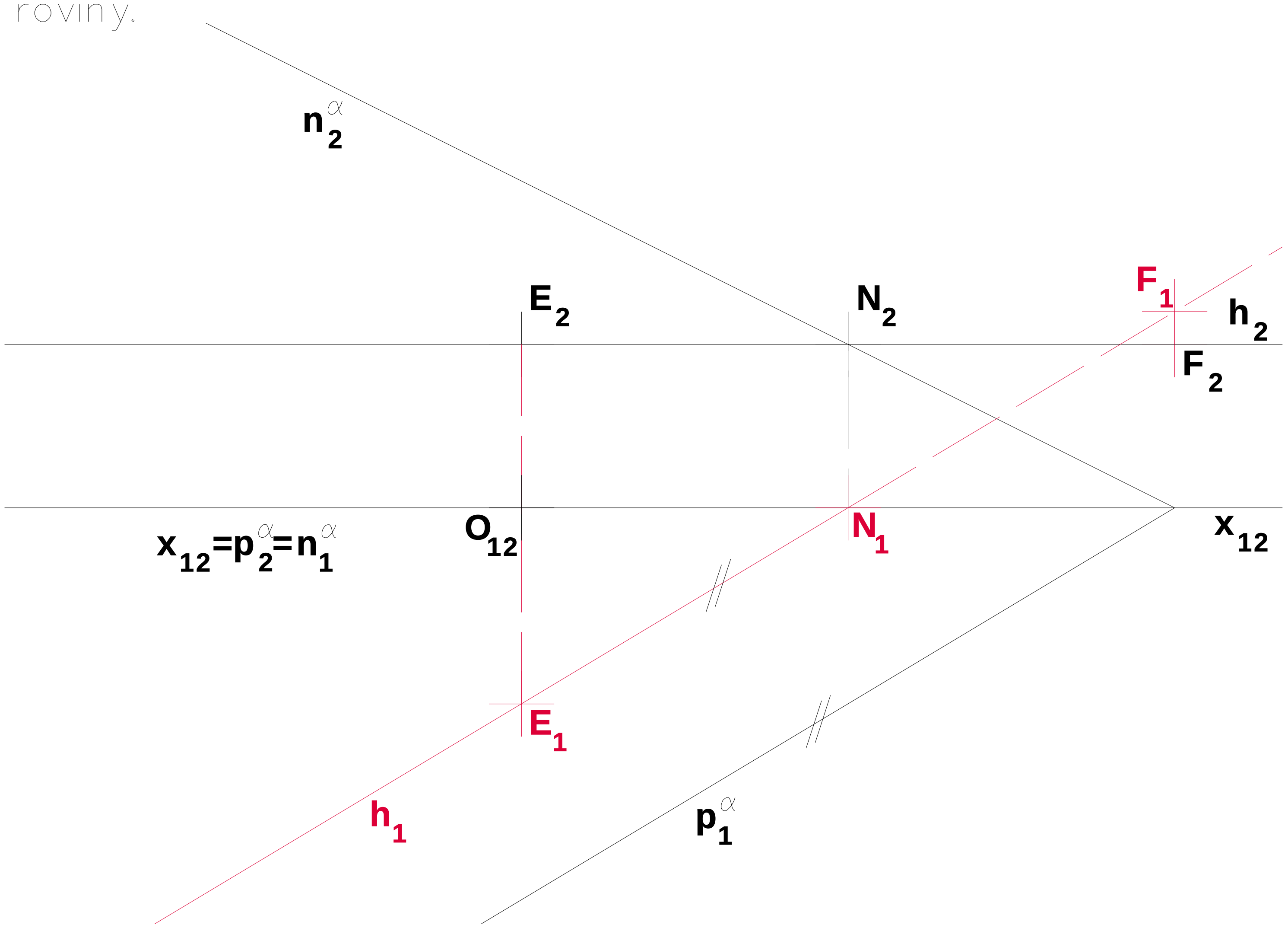
Dourčete přímku h=EF tak, aby ležela v rovině α(-10;6;5), E[0;?;2,5], F[-10;?;2,5].

1. Přímka h je s přímkami roviny α rovnoběžná nebo různoběžná. Zjistíme vzájemnou polohu přímky h a přímek p^{α}, n^{α}.

2. Z nárysu je zřejmé, že přímky h a n^{α} jsou různoběžné a mají společný bod N.

3. Z nárysu je zřejmé, že přímky h a p^{α} jsou rovnoběžné, tedy i půdorysy těchto přímek jsou přímky rovnoběžné.

Přímka h roviny α je rovnoběžná s půdorysnou, neboť její nárys je přímka rovnoběžná s osou x.
Všechny přímky roviny α, které jsou rovnoběžné s půdorysnou, se nazývají hlavní přímky 1. osnovy roviny α nebo také horizontální hlavní přímky.
Jednou z horizontálních hlavních přímek je půdorysná stopa roviny.



A5 na šířku

6.) MP O[10; 8,5]

Dourčete přímku f=AB tak, aby ležela v rovině $\alpha(3;3;-6)$, A[4;2;?], B[-3;2;?].

1. Přímka f je s přímkami roviny α rovnobežná nebo různoběžná. Zjistíme vzájemnou polohu přímky f a p^α, n^α.

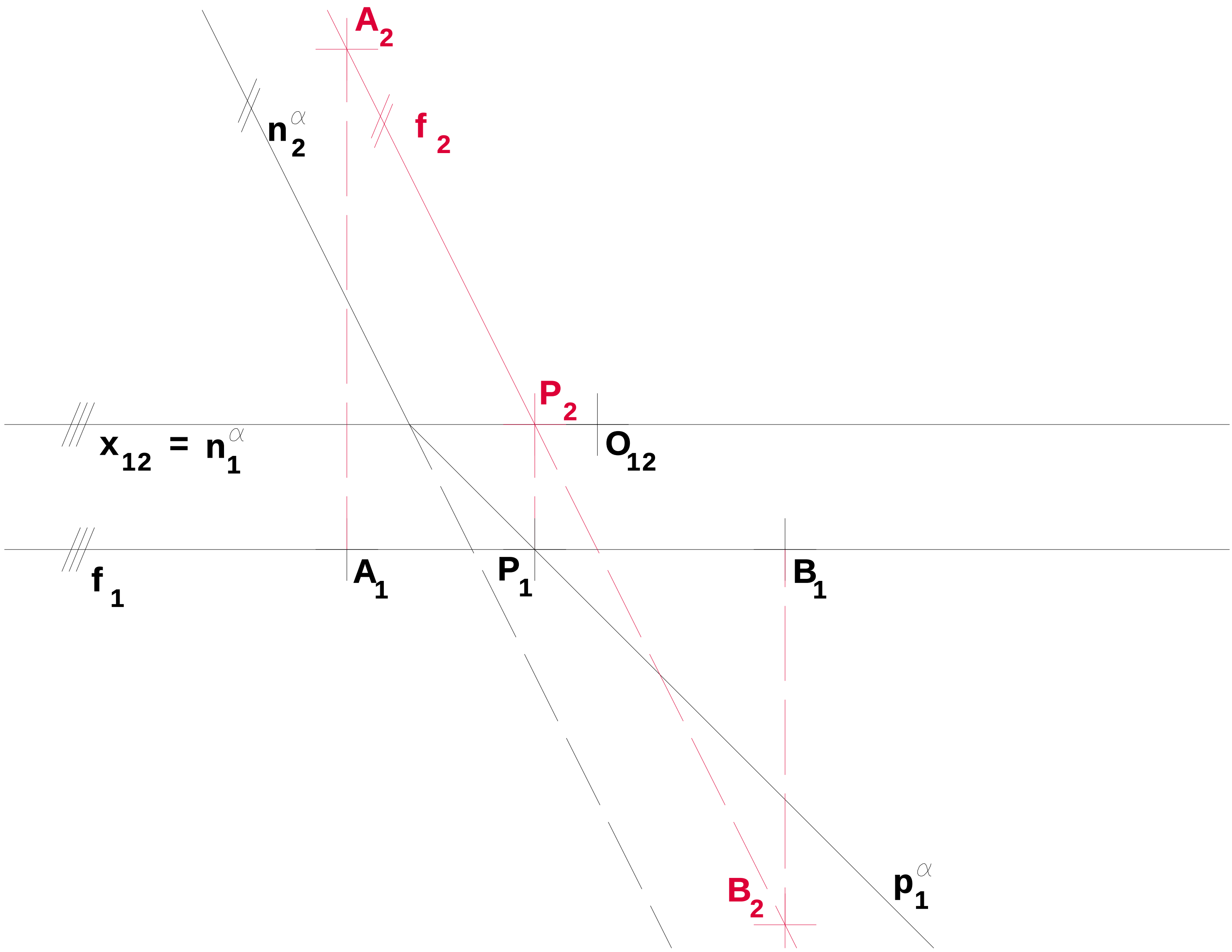
2. Z půdorysů je zřejmé, že přímky f a p^α jsou různoběžné a mají společný bod P.

3. Z půdorysů je zřejmé, že přímky f a n^α jsou rovnoběžné, tedy i nárysy těchto přímek jsou přímky rovnoběžné.

Přímka f roviny α je rovnoběžná s nárysnou, neboť její půdorys je přímka rovnoběžná s osou x.

Všechny přímky roviny α, které jsou rovnoběžné s nárysnou, se nazývají <u>hlavní přímky 2. osnovy roviny α</u> nebo také <u>frontální hlavní přímky</u>.

Jednou z frontálních hlavních přímek je nárysná stopa roviny α.



A5 na šířku

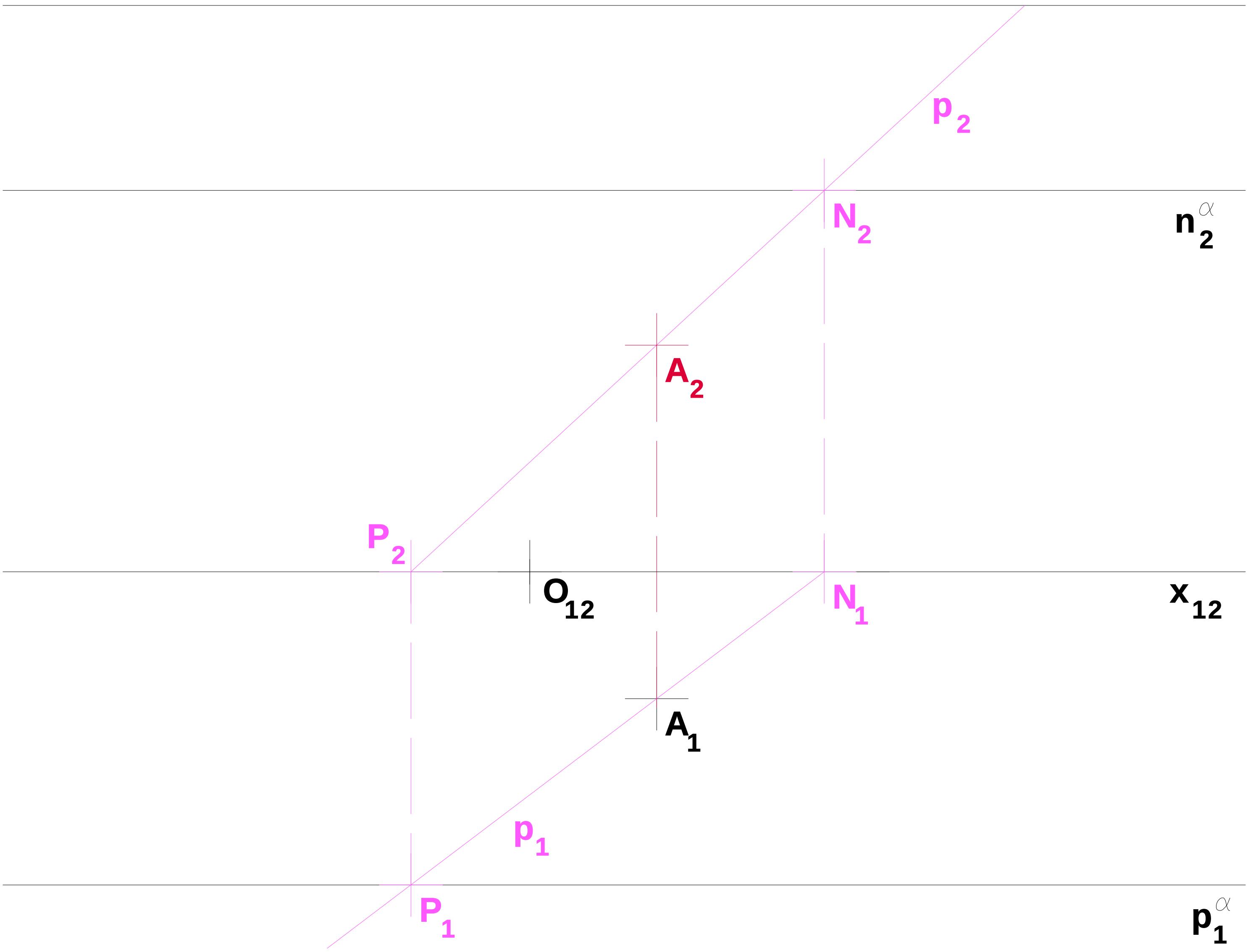
7.) MP O[9; 6]
Zobrazte bod A[-2;2;?], který náleží rovině α(h;5;6).

1. Rovina α je rovnoběžná s osou x. Její stopy jsou rovnoběžné s osou x.

2. Bod roviny α dourčíme pomocí libovolné přímky p roviny α, na které bude bod A ležet. Tuto přímku nazýváme nositelka bodu A.

3.Půdorys přímky p je libovolná přímka procházející půdorysem bodu A. Přímku p volíme libovolně, ale vhodně. Zde ji volíme tak, abychom rychle dourčili nárys přímky pomocí stopníků P a N.

4. Nárys bodu A leží na nárysе přímky p.



A4 na výšku

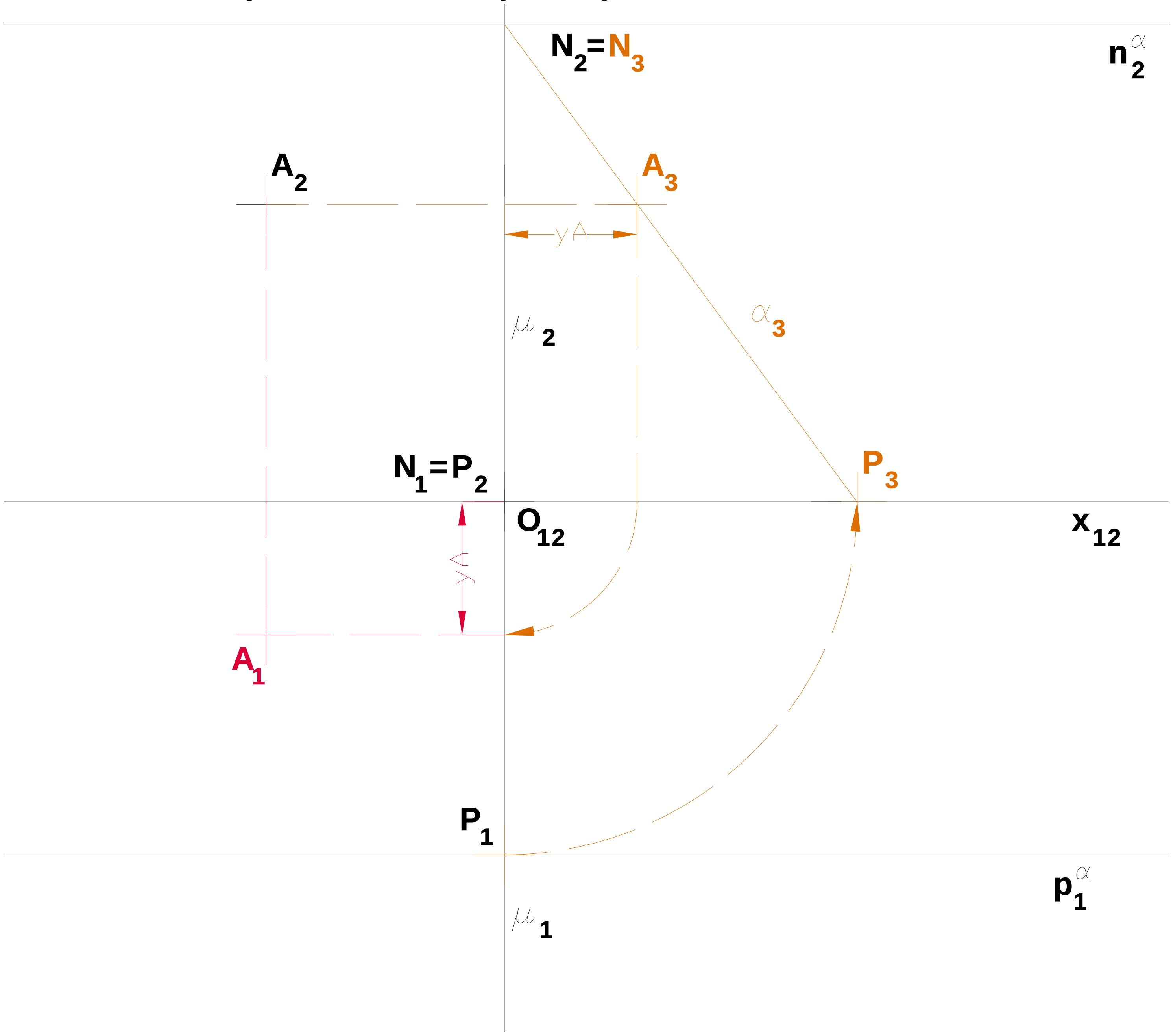
8.) MP O[9; 9]

Zobrazte bod A[4;?;5], který náleží rovině α(h;6;8).

Opět můžeme využít libovolnou nositelku bodu A, ale v tomto příkladě si ukážeme jiný způsob řešení. Rovina α je rovnoběžná s osou x, jejím třetím průmětem je přímka. Úlohu tedy řešíme otočením třetího průmětu do nárysny.

1. Zvolíme třetí průmětnu (zde bokorysnu μ(y, z)) kolmou na osu x. Třetím průmětem roviny α je přímka. Třetí průmět bodu A musí ležet na této přímce.

2. V třetím průmětu lze zjistit y-ovou souřadnici bodu A.



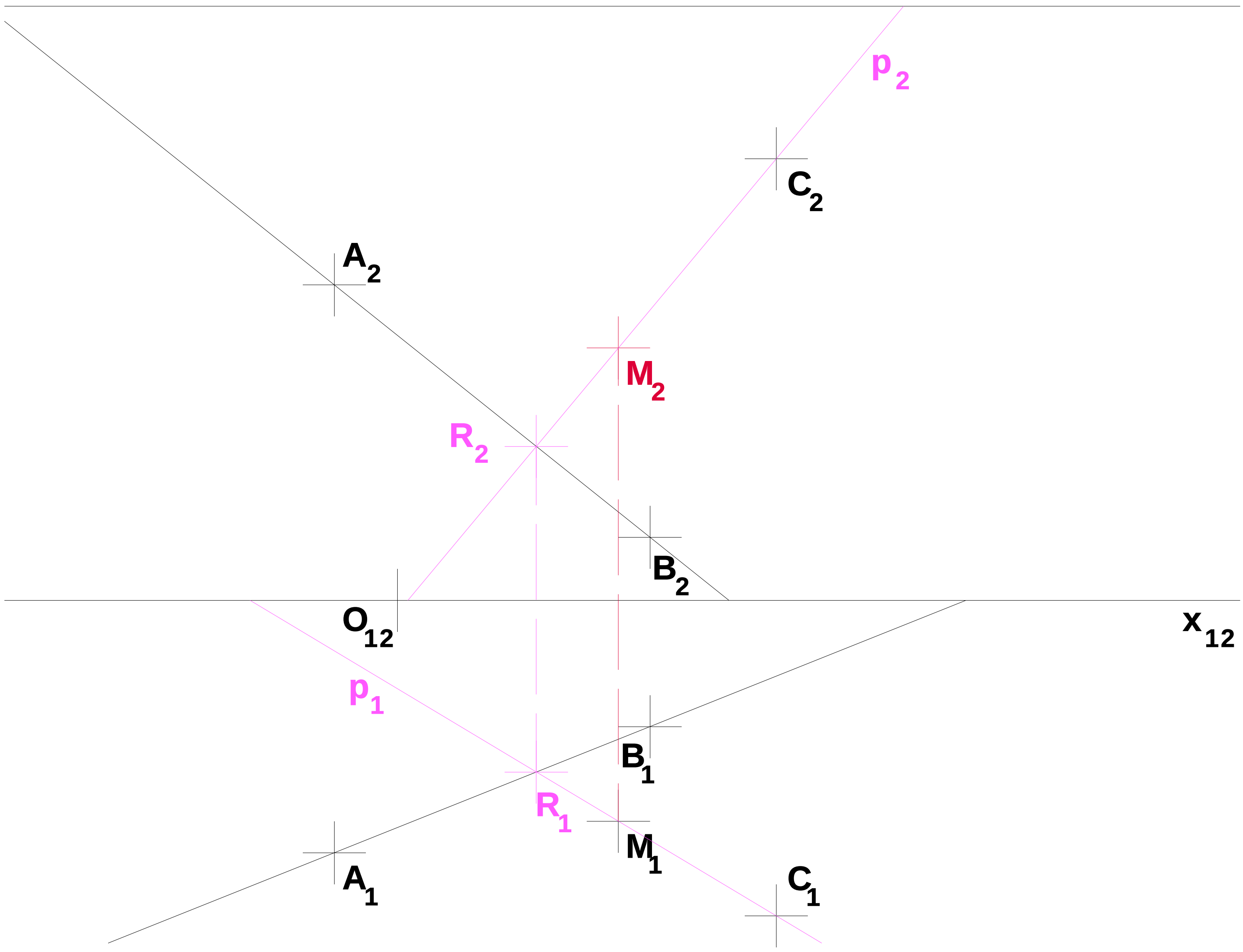
A5 na šířku

9.) MP O[6,5; 5,5]
Dourčete bod M[-3,5;3,5;?] tak, aby ležel v rovině α(A;B;C), A[1;4;5], B[-4;2;1], C[-6;5;7].

1.Bod dourčíme pomocí libovolné nositelky p bodu A. Půdorys nositelky prochází půdorysem bodu M. Půdorys volíme libovolně; třeba tak, že prochází půdorysem některého bodu roviny α (zde bodem C_1).

2. Nositelka p je s přímkami roviny α rovnoběžná nebo různoběžná. Z půdorysu vidíme, že přímky AB a p jsou různoběžné, snadno dourčíme jejich průsečík R.

3. Nárys bodu M leží na náryse přímky p=RC.

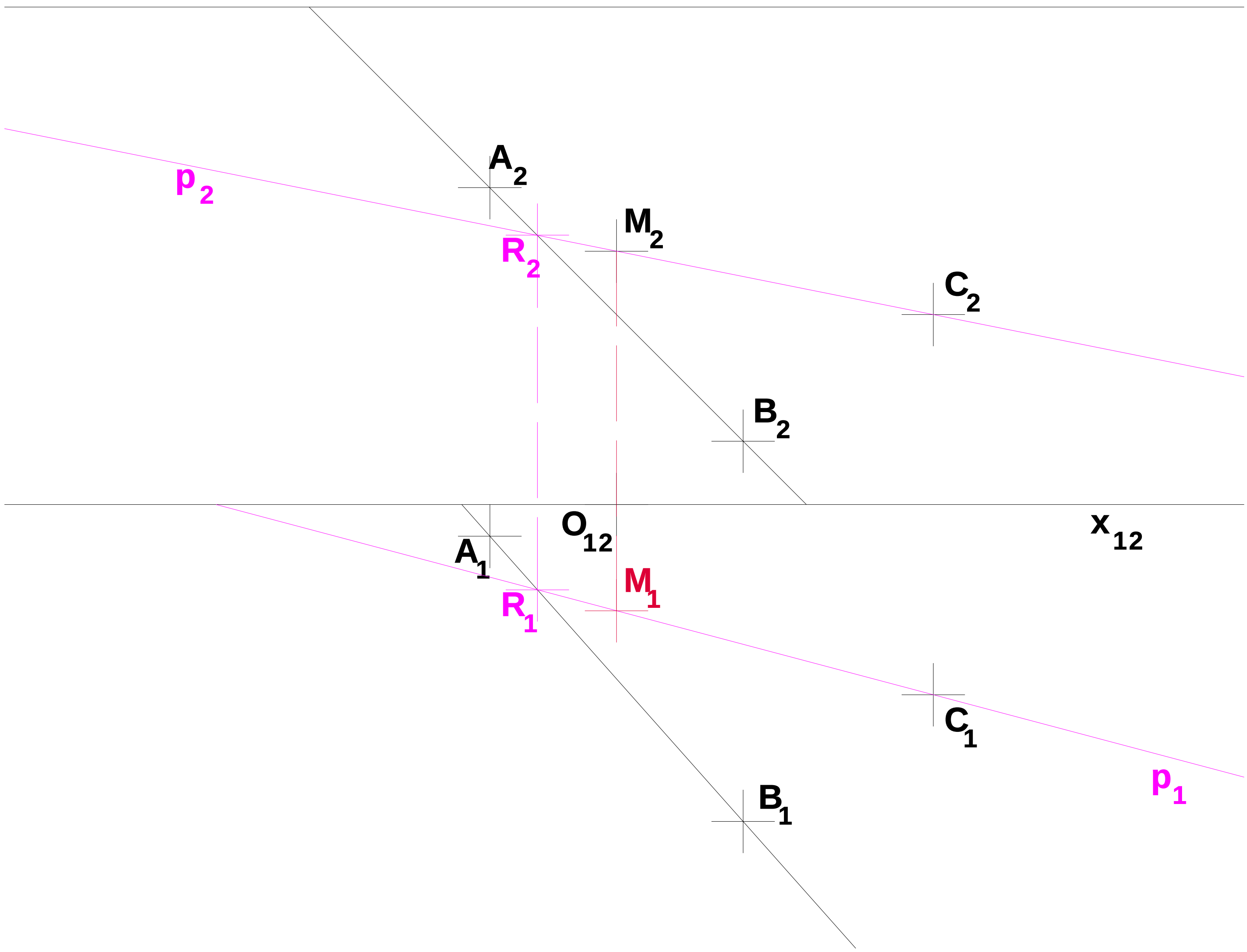


A5 na šířku

10.) MP O[10; 7]
Dourčete bod M[0;?;4] tak, aby ležel v rovině α(A;B;C), A[2;0,5;5], B[-2;5;1], C[-5;3;3].

1.Úlohu řešíme obdobně jako úlohu 9.
K dourčení bodu M použijeme libovolnou přímku p roviny α, která prochází bodem M. Protože máme nárys bodu M, začínáme nárysem přímky p. Zde jsme zvolili p=MC.

2.Přímky jedné roviny jsou rovnoběžné nebo různoběžné. Podle nárysů přímky p a přímky AB je zřejmé, že jsou to přímky různoběžné a protínají se v bodě R.
Dourčíme půdorys bodu R a získáme i půdorys přímky p. Půdorys bodu M leží na půdorysu přímky p.

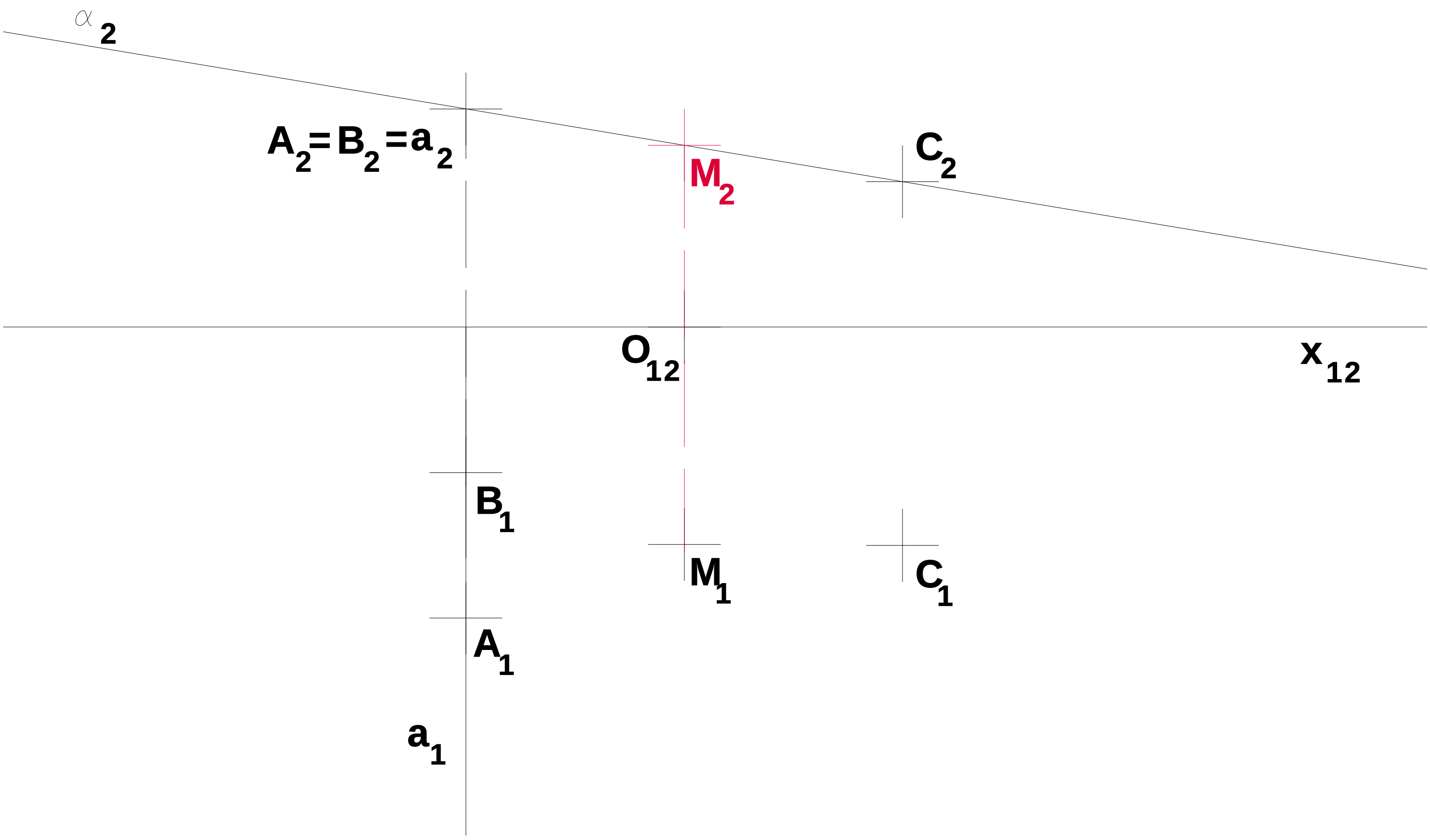


A5 na šířku

11.) MP O[10; 7]
Dourčete bod M[0;3;?] tak, aby ležel v rovině α(A;B;C), A[3;4;3], B[3;2;3], C[-3;3;2].

1. Všimneme si, že přímka a=AB roviny α je kolmá k nárysně. Obsahuje-li rovina přímku kolmou k nárysně, je tato rovina kolmá k nárysně. Nárysem roviny α je přímka $\alpha_2 = A_2C_2$.

2. Nárys bodu M musí ležet na nárysu α_2 roviny α.



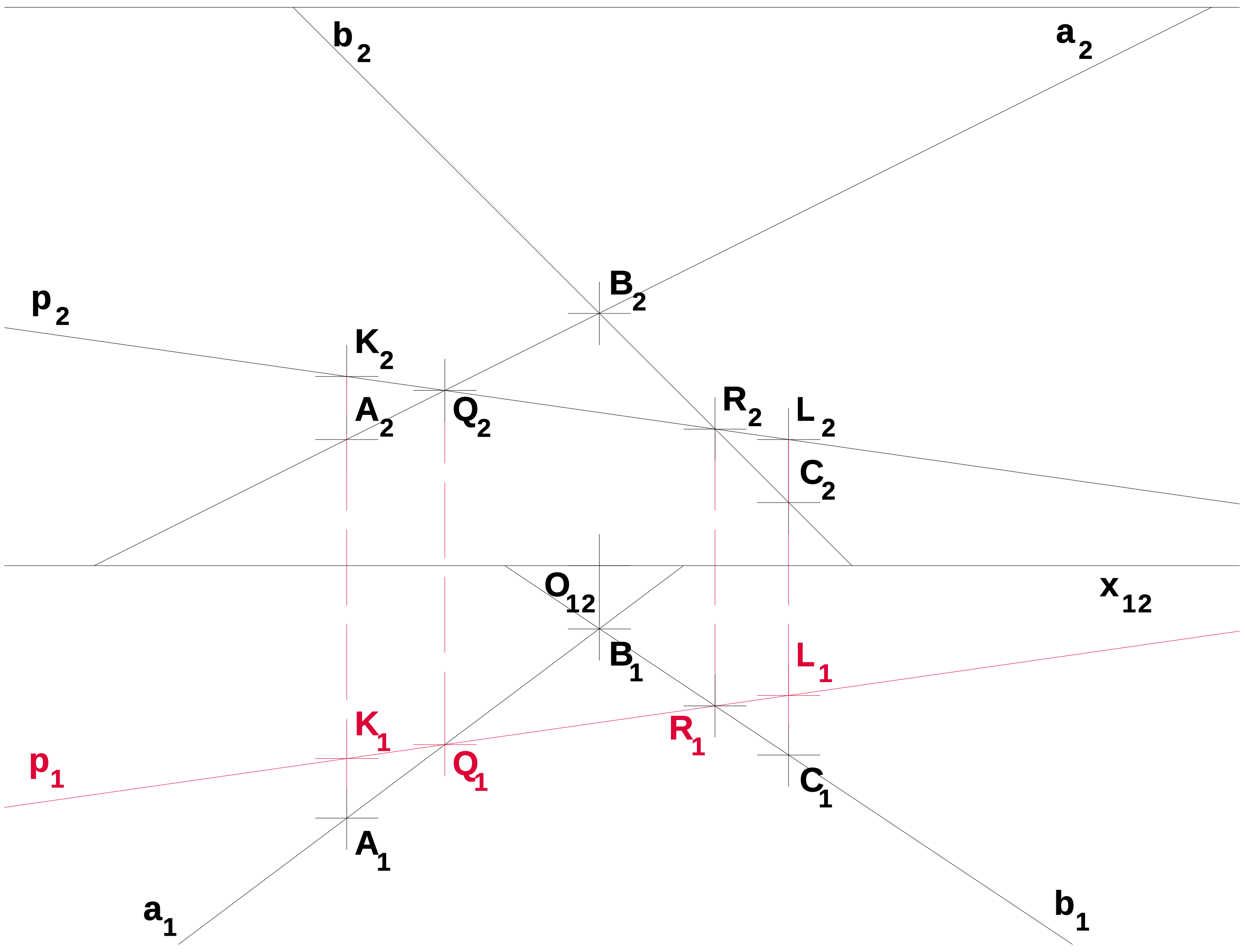
A5 na šířku

12.) MP O[10; 6]

Dourčete přímku p=KL tak, aby náležela rovině α(A;B;C), A[4;4;2], B[0;1;4], C[-3;3;1], K[4;?;3], L[-3;?;2].

1. Přímky jedné roviny jsou rovnoběžné nebo různoběžné. Podle nárysu rozhodneme o vzájemné poloze přímky p a přímek roviny α(A,B,C). Zde jsou přímky p a AB různoběžné (společný bod Q) a přímky p a BC také různoběžné (společný bod R).
Mohli jsme také určit vzájemnou polohu přímek p a AC, podle nárysu vidíme, že jsou to přímky rovnoběžné. Půdorysy přímek p a AC musí být také rovnoběžné.

2. Půdorys přímky p je přímka $p_1=Q_1R_1$, na této přímce leží i půdorysy bodů K a L.



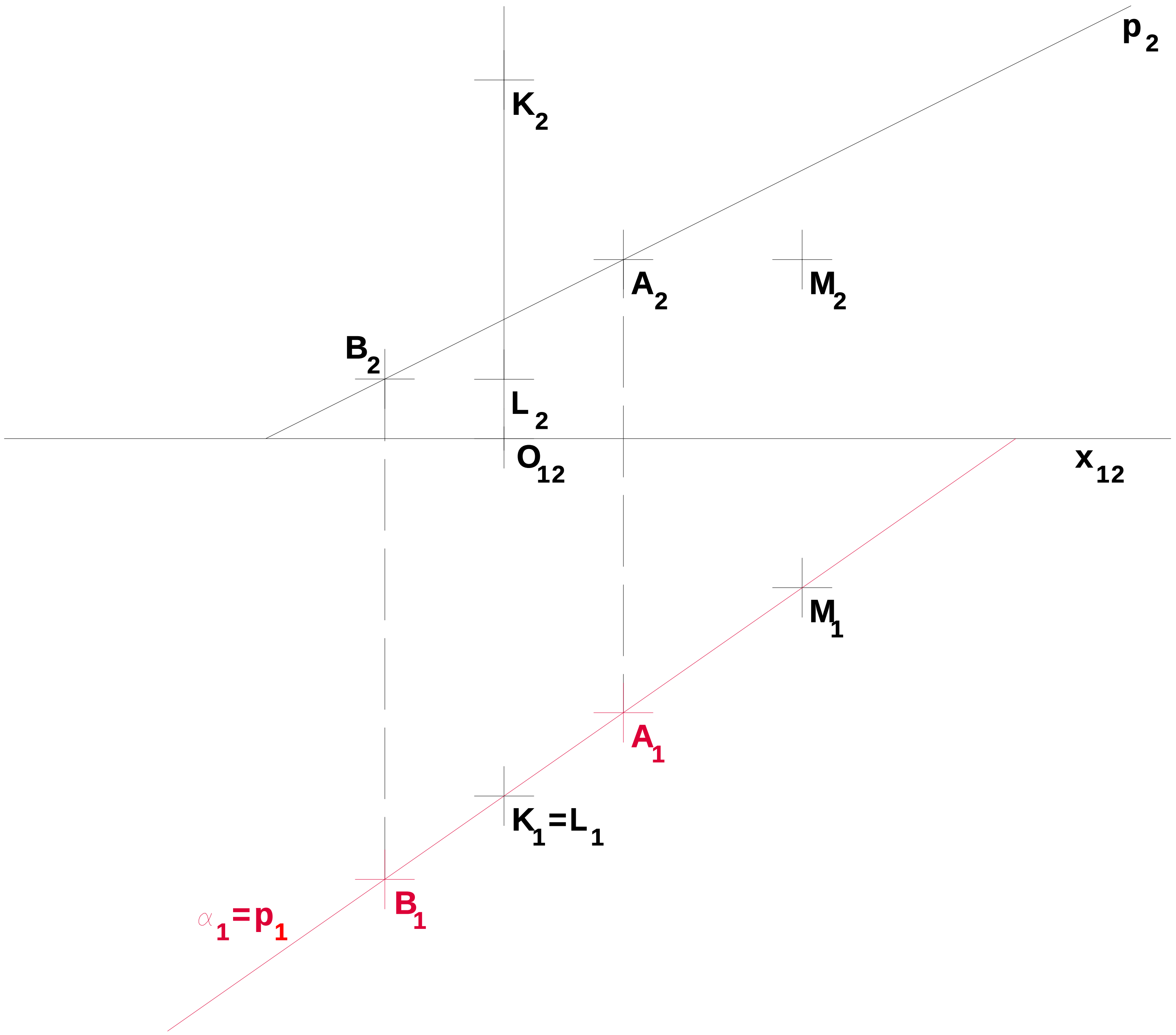
A4 na výšku

13.) MP O[9; 10]

Dourčete přímku p=AB, tak aby ležela v rovině α(K;L;M), A[-2;?;3], B[2;?;1], K[0;6;6], L[0;6;1], M[-5;2,5;3].

1. Všimneme si, že přímka KL roviny α je kolmá k půdorysně. Obsahuje-li rovina α přímku kolmou k půdorysně, je tato rovina kolmá k půdorysně. Půdorysem roviny α je přímka $\alpha_1=K_1M_1$.

2. Půdorys přímky p splyne s α_1. Snadno už dourčíme půdorysy bodů A, B.



A4 na výšku

14.) MP O[9; 11]
Dourčete přímku p=KL tak, aby ležela v rovině α(A,B,C), A[3;4;8], B[0;1;10], C[−7;3;5,5], K[5;?;3], L[−8;?;2].

1. Přímky jedné roviny jsou rovnoběžné nebo různoběžné. Vyšetříme vzájemnou polohu přímky p a přímek roviny α. Přímka p je různoběžná s přímkami AB, AC i BC, ale průměty průsečíků jsou mimo formát. Musíme použít jiné přímky roviny α.

2. Zvolili jsme libovolnou přímku l roviny α rovnoběžnou s přímkou AB (s přímkou BC má společný bod D). Přímky l a p jsou různoběžné, mají společný bod Q.

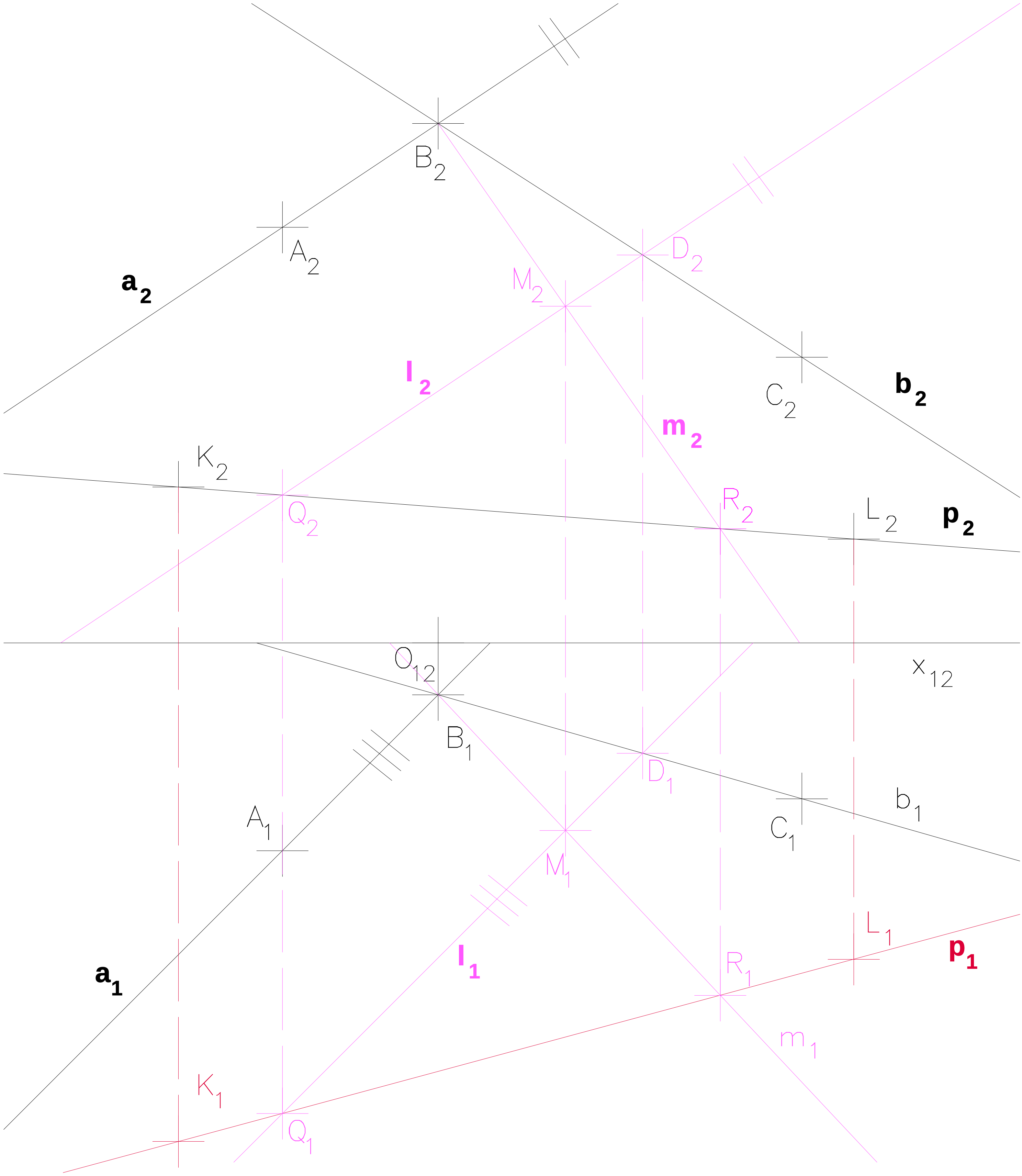
3. Zvolili jsme libovolnou přímku m roviny α, m=BM (bod M je průsečík m a l). Přímky m a p jsou různoběžné, mají společný bod R.

4. Přímka p je jednoznačně určena body Q, R, snadno dourčíme body K, L.

Řešení na dalším listu.

A4 na výšku

14.) MP O[9; 11]
Dourčete přímku p=KL tak, aby ležela v rovině α(A,B,C),
A[3;4;8], B[0;1;10], C[−7;3;5,5], K[5;?;3], L[−8;?;2].



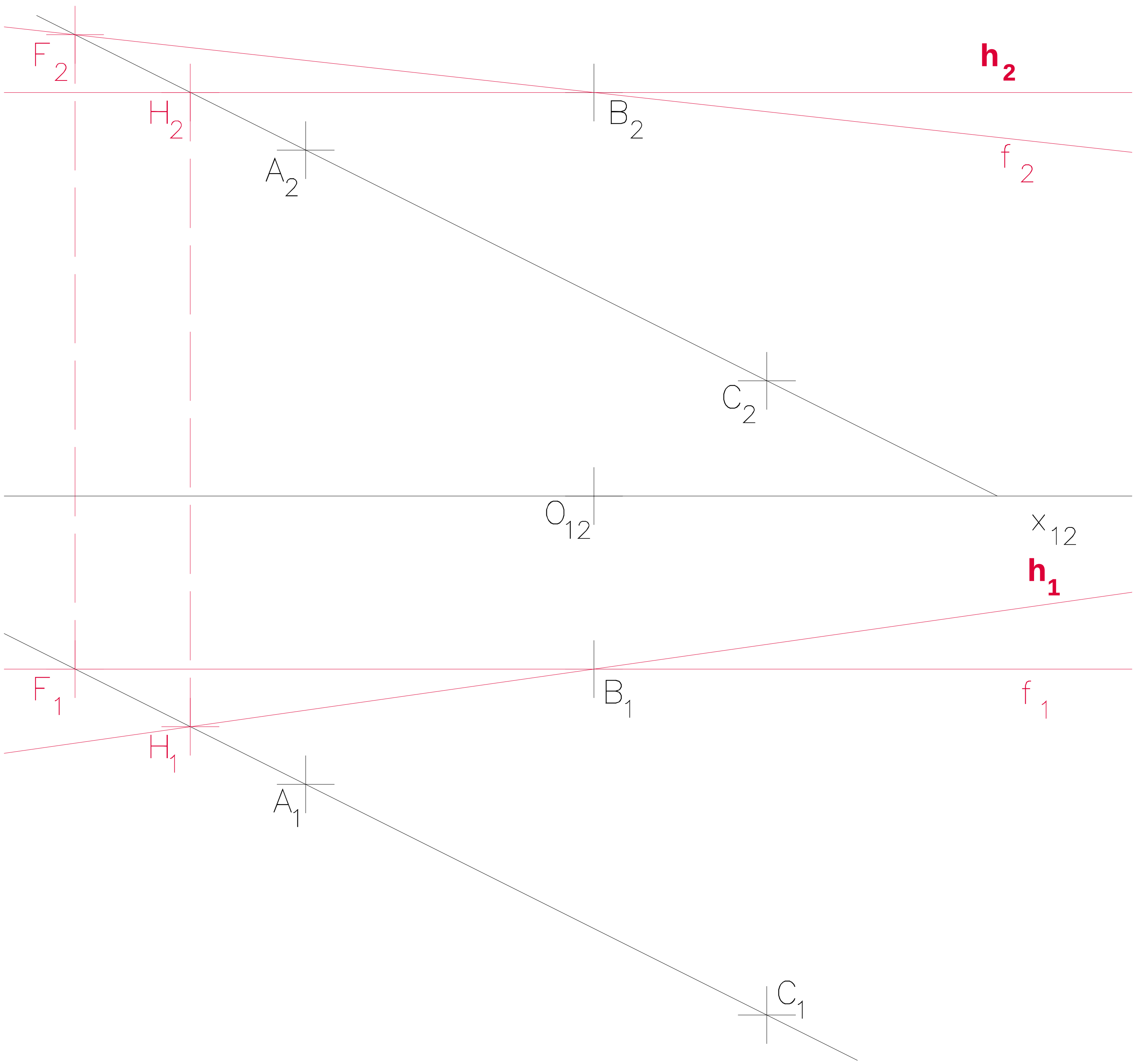
A4 na výšku

15.) MP O[11; 10]

Zobrazte hlavní přímky (horizontální i frontální) rovin $\alpha(A,B,C)$, které procházejí bodem B, A[5;5;6], B[0;3;7], C[-3;9;2].

1. Víme, že nárys h_2 horizontální přímky h je rovnobežný s osou x (B_2 leží na h_2). Rozhodneme o vzájemné poloze přímky h a přímky AC, jsou to přímky různoběžné a mají společný bod H. Přímka h je určena body B a H.

2. Víme, že půdorys f_1 frontální přímky je rovnoběžný s osou x (B_1 leží na f_1). Rozhodneme o vzájemné poloze přímek f a AC, jsou to přímky různoběžné a mají společný bod F. Přímka f je určena body B a F.

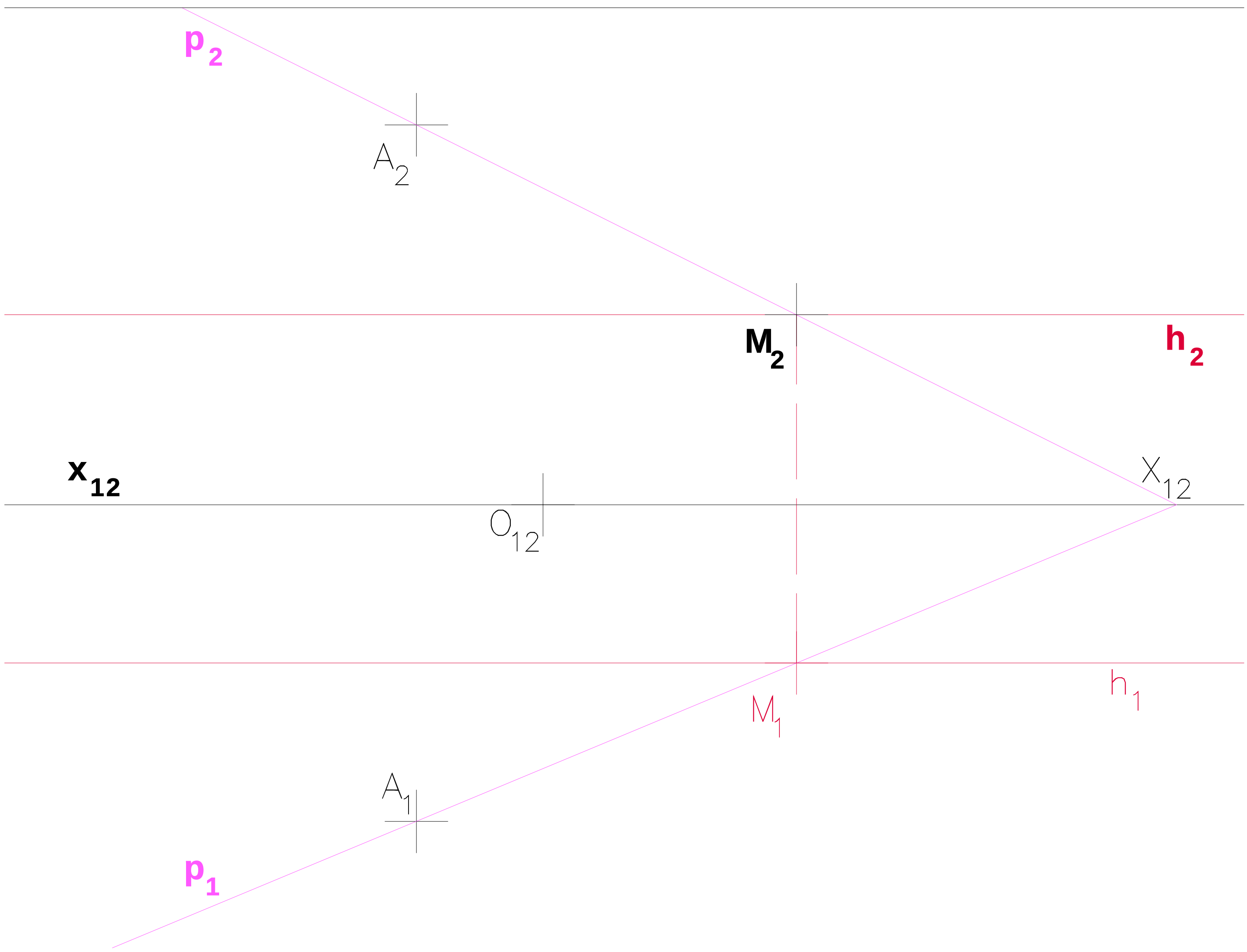


A5 na šířku

16.) MP O[9; 7]
Dourčete bod M tak, aby ležel v rovině α(A,x) a zobrazte hlavní přímky roviny α, které procházejí bodem M.
A[2;5;6], M[-4;?;3].

1. Zvolíme libovolnou nositelku p pro bod M, zde jsme vybrali přímku p=MA.
Vyšetříme vzájemnou polohu přímky p a přímky x, jsou to různoběžné přímky se společným bodem X. Přímka p je určena body A, X, půdorys bodu M leží na půdoryse přímky p.

2. Hlavní přímka h je přímka rovnoběžná s osou x, je to přímka rovnoběžná s půdorysnou i nárysnou. Rovina α má jen jeden systém hlavních přímek.



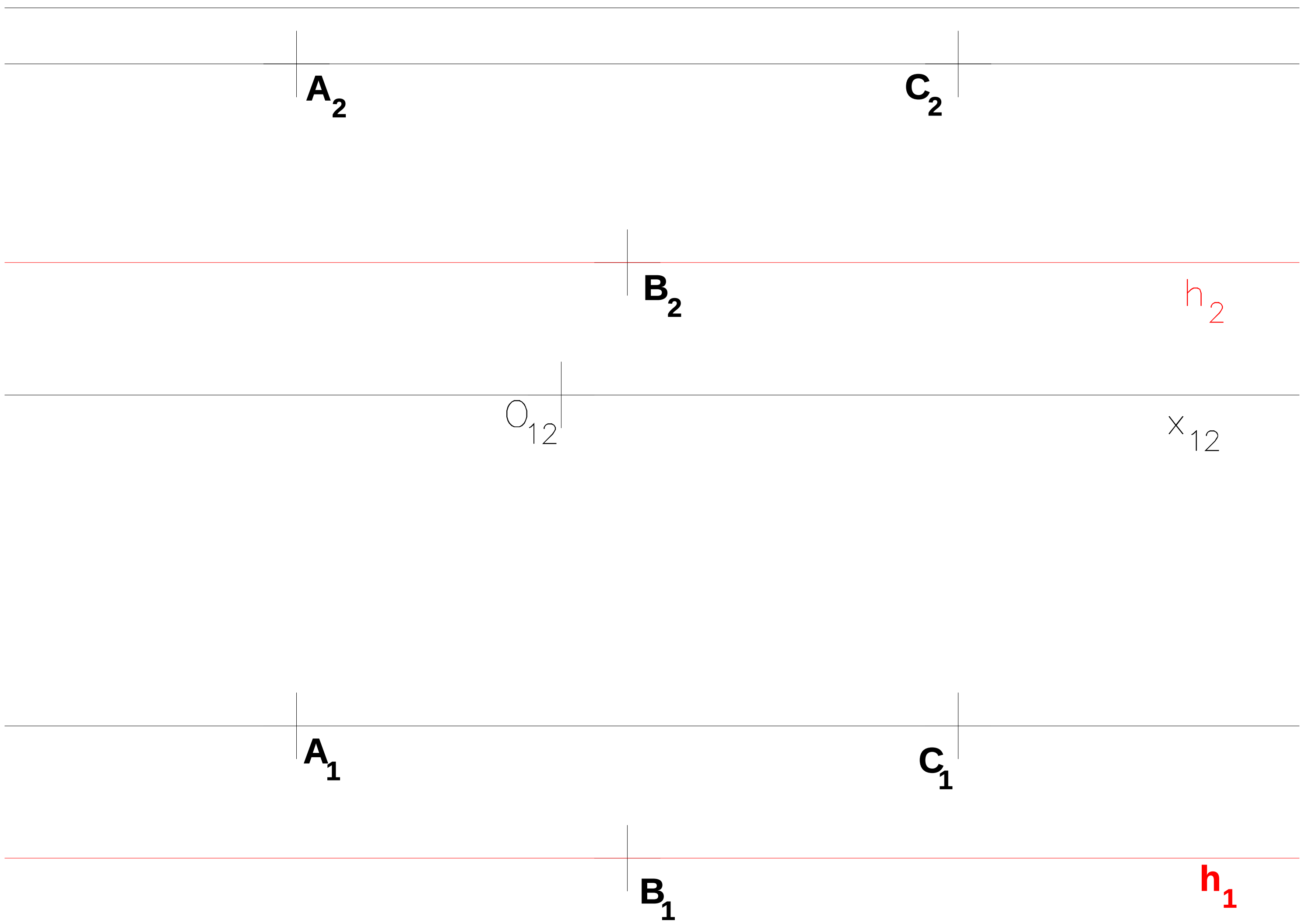
A5 na šířku

17.) MP O[9; 9]

Zobrazte hlavní přímky roviny α(A,B,C), které procházejí bodem B, A[4;5;5], B[-1;7;2], C[-6;5;5].

1. Přímka AC roviny α je přímka rovnoběžná s osou x, tedy rovina α je rovnoběžná s osou x.
Přímka AC je hlavní přímka roviny α rovnoběžná s půdorysnou i nárysnou. Rovina α má jen jeden systém hlavních přímek.

2. Bodem B vedeme hlavní přímku h rovnoběžnou s AC.

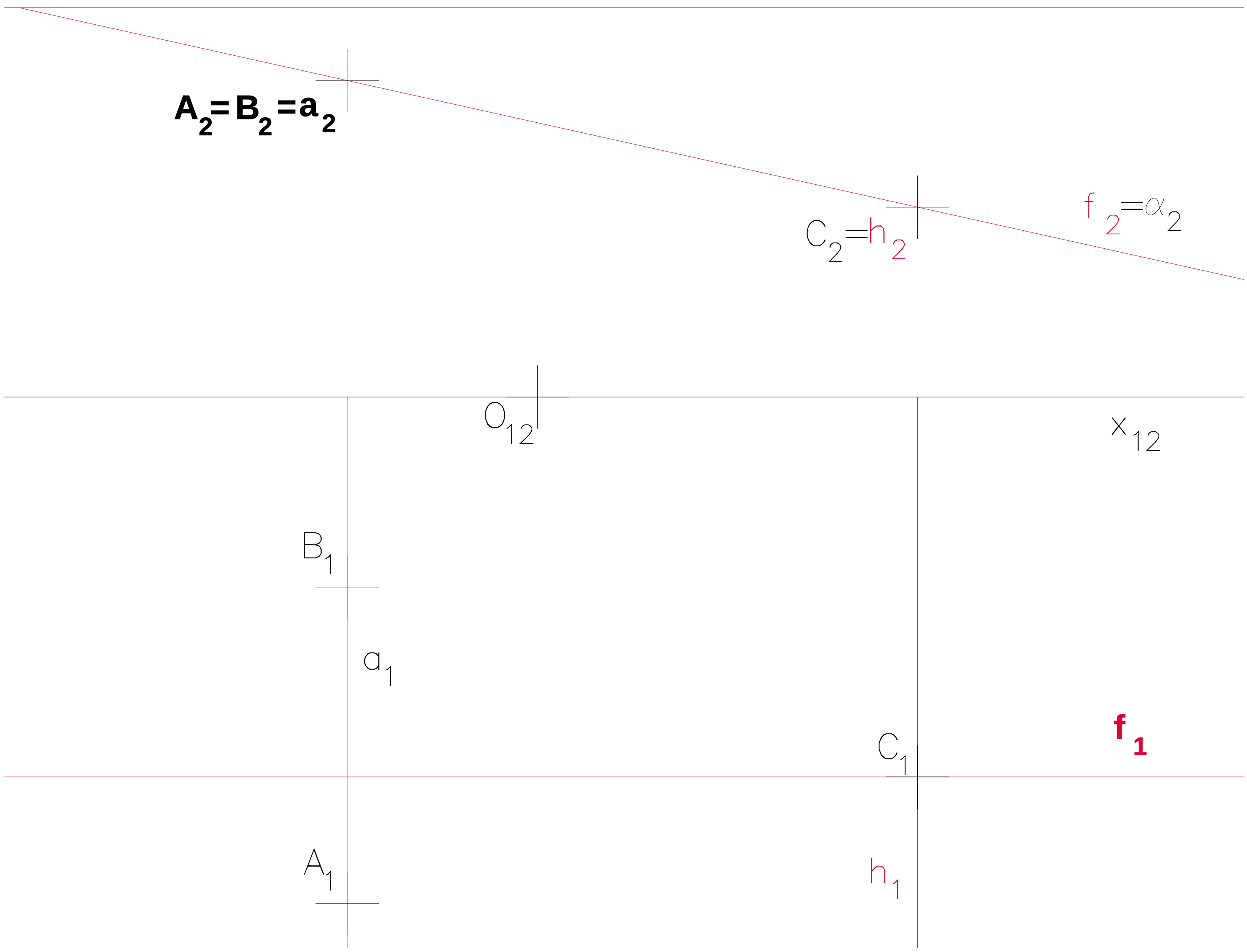


A5 na šířku

18.) MP O[9; 9]

Zobrazte hlavní přímky roviny α(A,B,C), které procházejí bodem C, A[3;8;5], B[3;3;5], C[-6;6;3].

1. Přímka AB roviny α je kolmá k nárysně, rovina α je tedy kolmá k nárysně a jejím nárysem je přímka $\alpha_2 = A_2C_2$.
2. Přímka AB je rovnoběžná s půdorysnou, je to tedy hlavní horizontální přímka roviny α, bodem C vedeme přímku h rovnoběžnou s AB.
3. Půdorys f_1 frontální přímky je přímka rovnoběžná s osou x, nárys f_2 splyne s α_2.



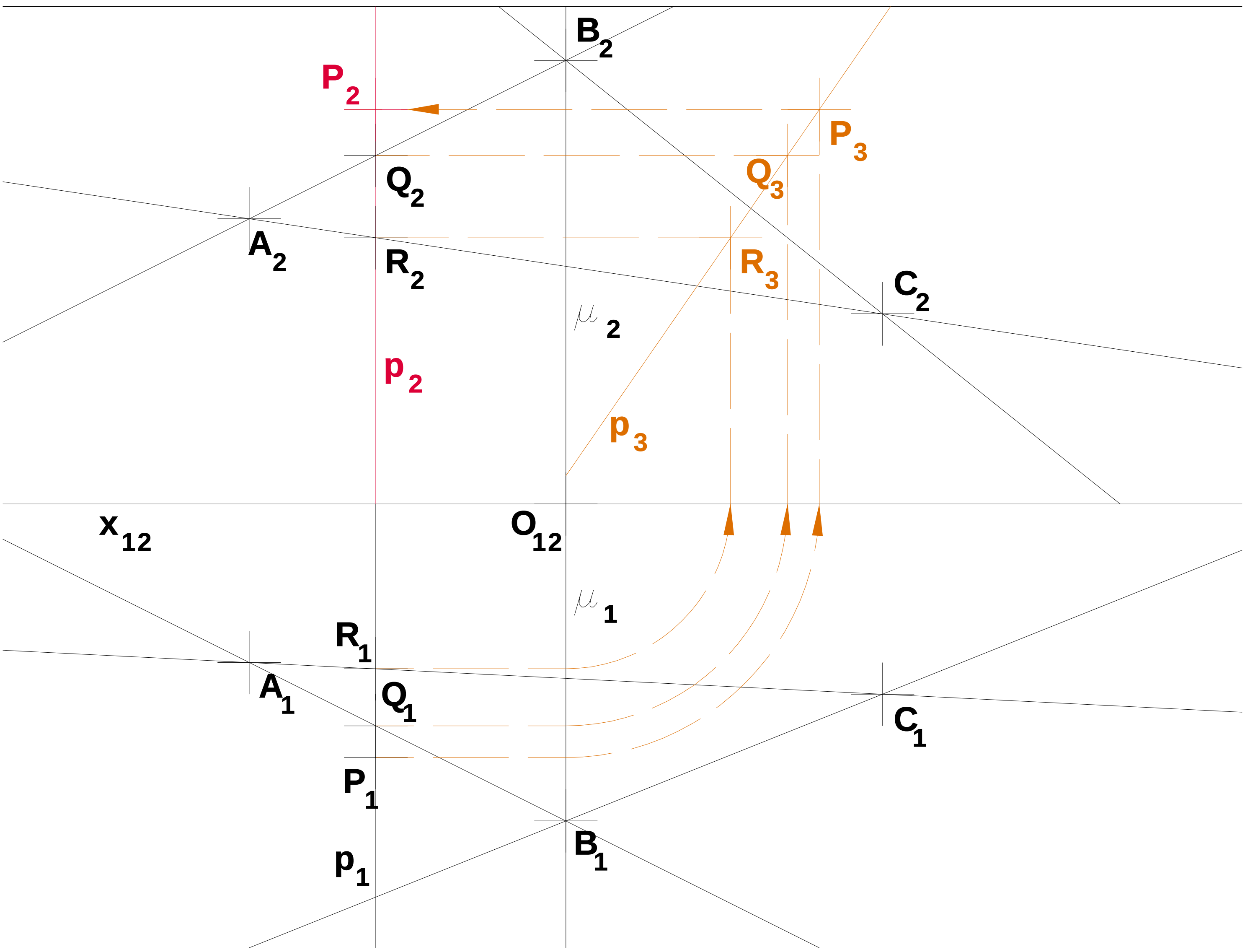
A5 na šířku

19.) MP O[9; 7]
Dourčete přímku p tak, aby ležela v rovině α(A;B;C), přímka p prochází bodem P[3;4;?] a je kolmá k ose x, A[5;2,5;4,5], B[0;5;7],C[-5;3;3].

1. Přímka p je kolmá k ose x, proto $p_1 = p_2$ je přímka kolmá k ose x_{12}. Přímka kolmá k ose x není jednoznačně určená svým půdorysem a nárysem, musíme zobrazit dva různé body přímky p.

2. Přímky jedné roviny jsou navzájem rovnoběžné nebo různoběžné. Přímky p a AB jsou různoběžné, mají společný bod Q. Přímky p a AC jsou různoběžné, mají společný bod R. Přímka p je určena jednoznačně body Q a R.

3. Dourčíme také bod P, využijeme třetí průmět.



A5 na šířku

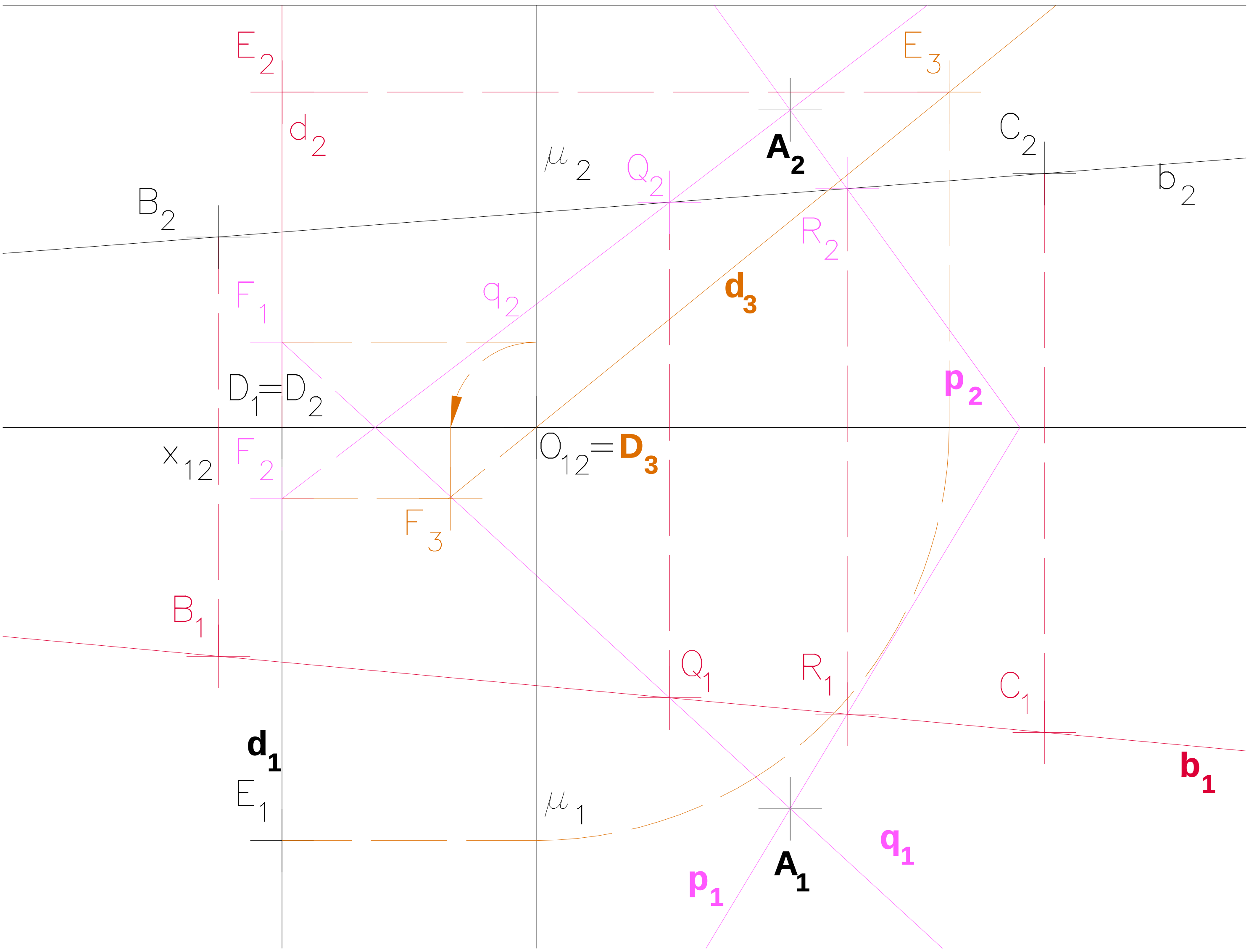
20.) MP O[9; 8]

Dourčete přímky b=BC a d=DE tak, aby ležely v rovině α(A,x), A[-4;6;5], B[5;?;3], C[-8;?;4], D[4;0;0], E[4;6,5;?].

1. Přímka b a osa x mají společný bod, jehož průměty jsou mimo papír. K dourčení přímky b využijeme libovolné přímky p a q roviny α. Přímky p a b jsou různoběžné, mají společný bod R; přímky b a q jsou různoběžné, mají společný bod Q. Přímka b je určena body Q a R, půdorysy bodů B, C leží na půdoryse přímky b.

2. Přímka d je kolmá k ose x, tedy $d_1=d_2$ je kolmice k ose x_{12}. Přímka kolmá k ose x není svým půdorysem a nárysem jednoznačně určena. Musíme zobrazit dva její různé body. Máme bod D a určíme další její bod pomocí libovolné přímky roviny α, využijeme třeba přímku q. Přímky d a q jsou různoběžné, mají společný bod F.

3. Přímka d je jednoznačně body D a F, dourčíme i bod E pomocí třetího průmětu.



A4 na výšku

21.) MP O[9; 12]
Zobrazte hlavní přímky roviny α(A;B;C), které prochází bodem A; A[0;3;8], B[7;8;3], C[-4;10;5].

1. Můžeme sestrojit nárys horizontální přímky h procházející bodem A a půdorys frontální přímky f procházející bodem A, jsou to přímky rovnoběžné s osou x.

2. K sestrojení půdorysu h_1 přímky h použijeme libovolnou horizontální přímku roviny α, kterou rychle dourčíme. Zde jsme použili přímku c procházející bodem C. Půdorysy přímek h a c jsou rovnoběžné přímky.

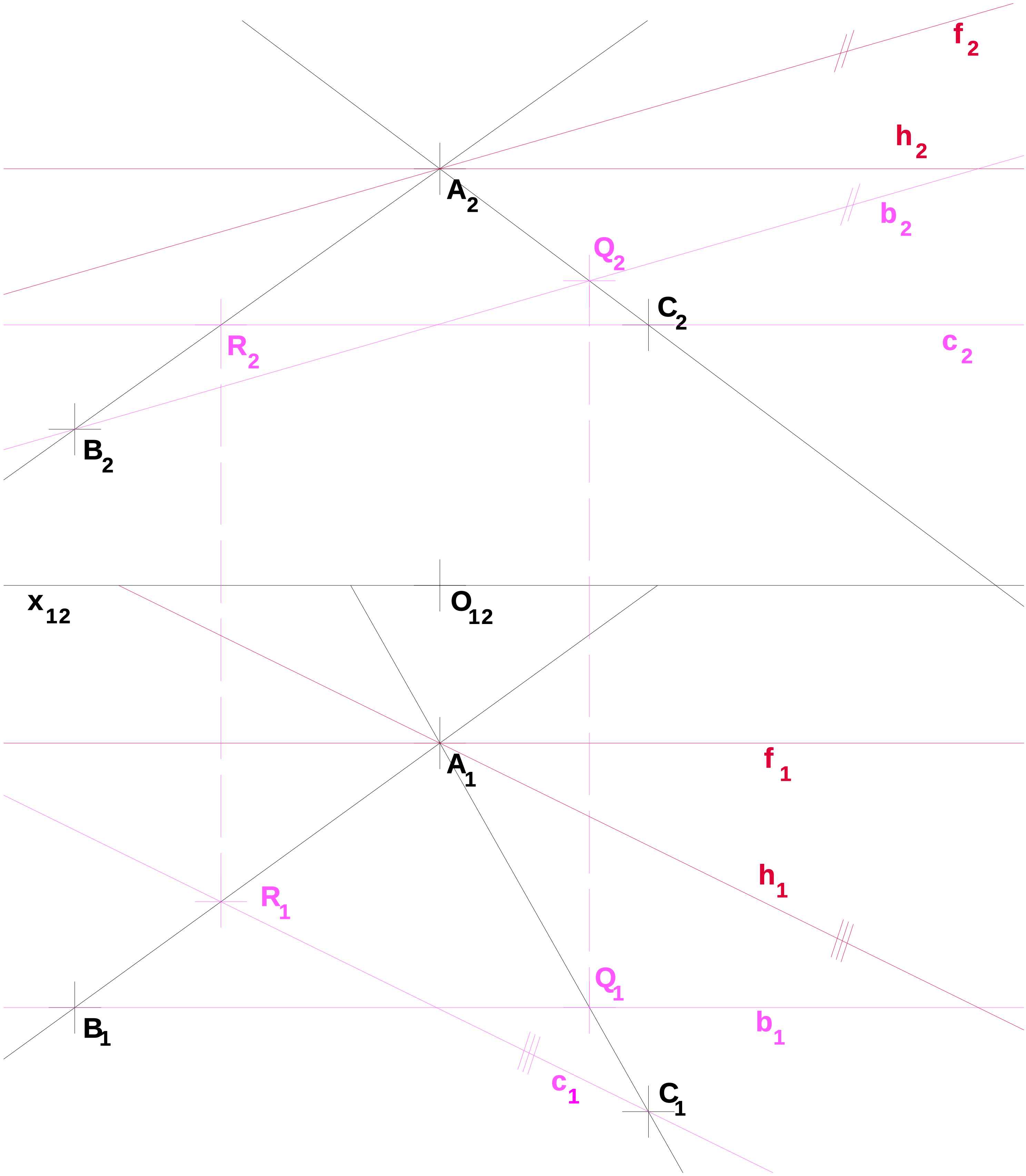
3. K sestrojení nárysu f_2 přímky f použijeme libovolnou frontální přímku roviny α, kterou rychle dourčíme. Zde jsme využili přímku b procházející bodem B. Nárysy přímek f a b jsou rovnoběžné přímky.

Řešení na dalším listě.

A4 na výšku

21.) MP O[9; 12]

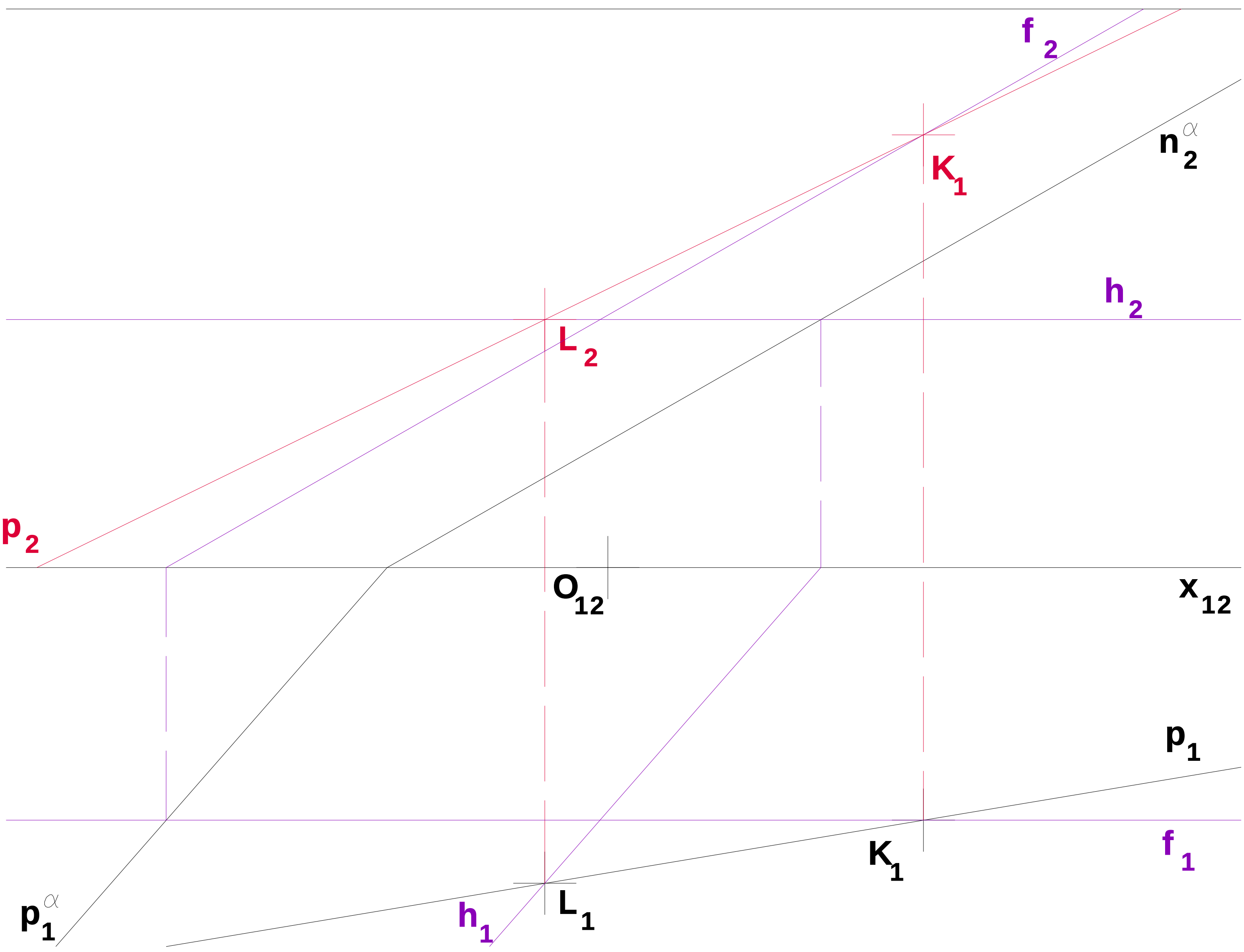
Zobrazte hlavní přímky roviny $\alpha(A;B;C)$, které prochází bodem A; A[0;3;8], B[7;8;3], C[-4;10;5].



A5 na šířku

22.) MP O[10; 6]
Dourčete přímku p=KL tak, aby náležela rovině $\alpha(3{,}5;-4;2)$, K[-5;4;?], L[1;5;?].

Dourčíme body K a L roviny α. Můžeme použít libovolné nositelky, zde jsme bod K dourčili pomocí frontální přímky f a bod L pomocí horizontální přímky h.



A4 na výšku

23.) MP O[9; 9,5]

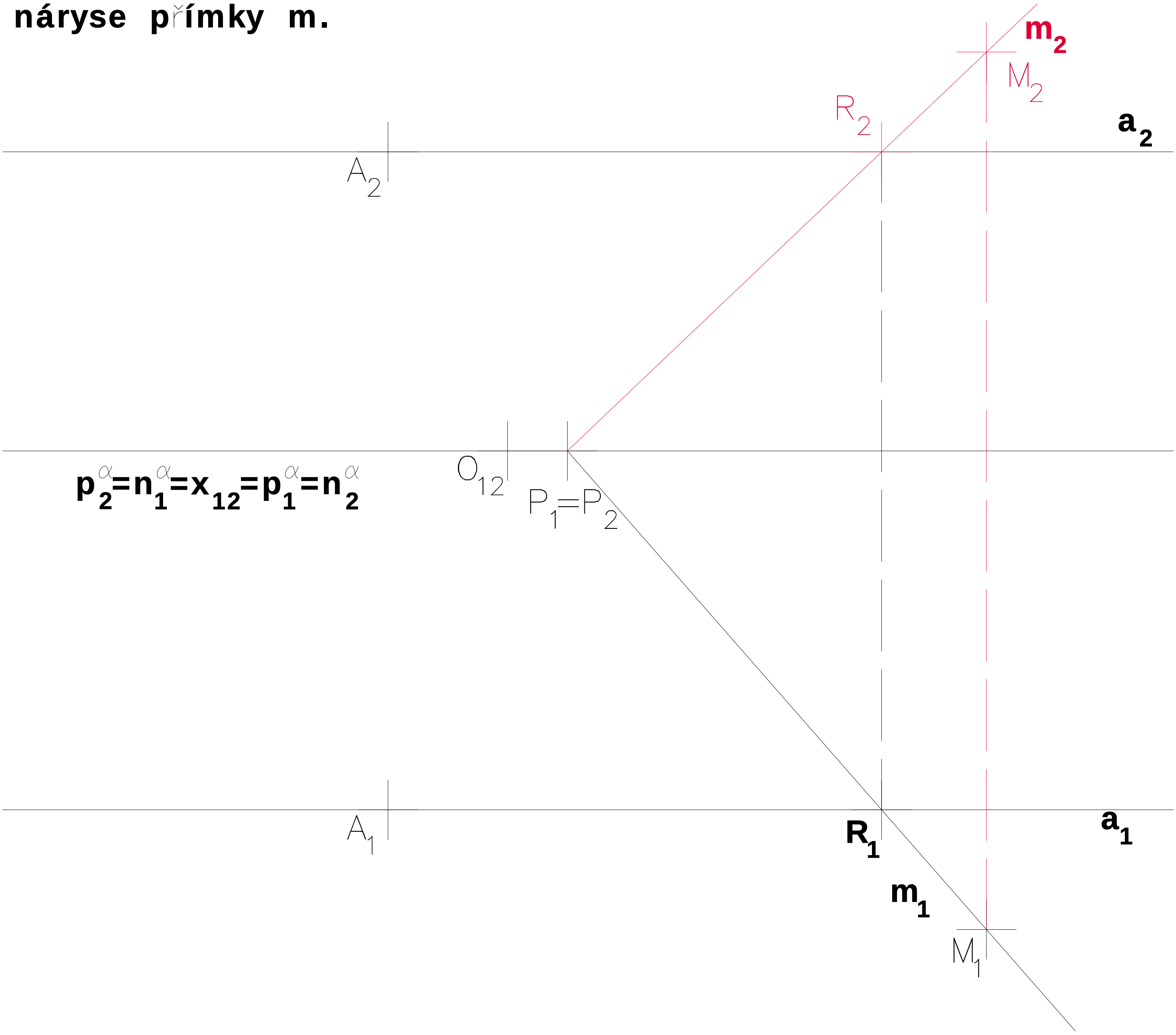
Dourčete bod M tak, aby ležel v rovině α(A,x), A[2;6;5], M[-8;8;?].

1. Pro dourčení bodu M využijeme libovolnou nositelku m, bod M_1 leží na m_1.

2. Přímky m a x jsou různoběžné, mají společný bod P.

3. Přímku m dourčíme pomocí další přímky roviny α, zde jsme zvolili přímku a procházející bodem A a rovnoběžnou s osou x. Přímky m a a mají společný bod R.

4. Přímka m je určena body P a R, nárys bodu M leží na náryse přímky m.



A5 na šířku

24.) MP O[9; 6]

Dourčete přímku a tak, aby ležela v rovině α(5; 3;6). Přímka a prochází bodem A[-4;2;?] a je kolmá k ose x.

1. Přímka a je kolmá k ose x, tedy $a_1 = a_2$ je přímka kolmá k ose x_{12}. Přímka a není svým půdorysem a nárysem určena jednoznačně, musíme zobrazit dva její různé body.

2. Přímky jedné roviny jsou navzájme rovnoběžné nebo různoběžné. Přímky a a p^α jsou různoběžné a mají společný bod P. Přímky a a n^α jsou různoběžné a mají společný bod N, nárys bodu N je ale mimo papír.

3. Dourčíme další bod přímky a a to právě bod A, využijeme hlavní přímku h. Přímka a je jednoznačně určena body A a P.