PRŮNIK PŘÍMKY S TĚLESEM

1 A4 na výšku
PA : Δ XYZ, X[3; 8,5], IXYI = 10, IXZI = 12, IYZI = 10
Je dán rotační válec s podstavnou kružnicí k se středem S[6; 0; 12] a poloměrem r = 5 v nárysně $\gamma(x, z)$. Výška válce je 15; označíme-li $\overline{S}$ střed druhé podstavy, je $y_{\overline{S}}>0$. Válec zobrazte. Dále je dána přímka p = QR, Q[9,5; 7,5; 0], R[0; 0; 16]. Zobrazte průnik přímky a válce, stanovte viditelnost.

2 A4 na výšku
PA : Δ XYZ, Y[4; 10], IYXI = 10, izometrie, PODHLED!
Je dán kosý kruhový válec s podstavnou kružnicí k o středu S[0; 6; 6] a poloměru r = 5 v bokorysně $\mu(y, z)$. Bod $\overline{S}$[10; 0; 12] je střed druhé podstavy. Válec zobrazte (sestrojte tečny elips daného směru a všechny body dotyku). Dále je dána přímka p = QR, Q[0; 1,5; 2], R[5; 1,5; 8,5]. Zobrazte průnik přímky p s válcem, stanovte viditelnost.

3 A4 na výšku
PA : Δ XYZ, Y[6; 16], IYXI = IYZI = 9, IXZI = 10, PODHLED!
Je dán kosý kruhový válec s podstavnou kružnicí k o středu S[5,5; -2,5; 3] a poloměru r = 4,5 v rovině α rovnoběžné s nárysnou $\gamma(x, z)$. Bod $\overline{S}$[9; 11; -2] je střed druhé podstavy. Válec zobrazte (sestrojte tečny elips daného směru a všechny body dotyku). Dále je dána přímka p = QR, Q[-2; 11; 3], R[8; 4; -3]. Zobrazte průnik přímky p s válcem, stanovte viditelnost.

4 A4 na výšku
PA: Δ XYZ, X = [7; 13], IXYI = 11, IYZI = 10, IXZI = 8
Je dán kosý čtyřboký hranol se čtvercovou podstavou o středu S[6; 6; 0] a vrcholu A[10; 9,5; 0] v půdorysně $\pi(x, y)$. Bod $\overline{S}$[5; 0; 10] je střed druhé podstavy. Hranol zobrazte. Dále je dána přímka p = QR, Q[10,5; 0; 7], R[0; 8; 3]. Zobrazte průnik přímky p a hranolu, stanovte viditelnost.

5

A4 na výšku

PA : Δ YXZ, Y[5; 12], IYXI = 10, izometrie, PODHLED!

Je dán pravidelný šestiboký hranol s podstavou o středu S[8; 6; 11] a vrcholu A[4; 10; 11] v rovině α rovnoběžné s půdorysnou π(x, y). Výška hranolu v = 3; označíme-li $\overline{A}$ vrchol druhé podstavy, je $z_{\overline{A}}$ = 14. Hranol zobrazte. Dále je dána přímka p = QR, Q[8; 3; 5], R[6; 13; 20]. Zobrazte průnik přímky p a hranolu, stanovte viditelnost.

6

A4 na výšku

PA : Δ XYZ, X[5; 12], IXYI = 11, izometrie

Je dán kosý trojboký hranol s podstavou o středu S[5,5; -3; 6,5] a vrcholu A[2,5; -3; 2,5] v rovině α rovnoběžné s nárysnou γ(x, z). Bod $\overline{S}$[3; 12; 9] je střed druhé podstavy. Hranol zobrazte. Dále je dána přímka p = QR, Q[0; 5; 11], R[7; -4; 2,5]. Zobrazte průnik přímky p a hranolu, stanovte viditelnost.

7

A4 na výšku

PA : Δ XYZ, X[7; 11], IXYI = 10, IXZI = 8, IYZI = 9

Je dán kosý pětiboký hranol s podstavou o středu S[-7; 0; 0] a vrcholu A[-7; 3; 2] v rovině α rovnoběžné s bokorysnou μ(y, z). Bod $\overline{A}$[6; 3; -2] je vrchol druhé podstavy. Hranol zobrazte. Dále je dána přímka p = QR, Q[8; -2; 8], R[-3; 1; -2,5]. Zobrazte průnik přímky p a hranolu, stanovte viditelnost.

8

A4 na výšku

PA : Δ XYZ, X[5; 13], IXYI = 11,IYZI = 10, IXZI = 8

Je dán kosý kruhový kužel s podstavnou kružnicí k o středu S[6; 6; 0] a poloměrem r = 5,5 v půdorysně π(x, y). Bod V[5; 0; 10] je vrchol kužele. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse a body dotyku). Dále je dána přímka p = QR, Q[7,5; 0; 6], R[7; 8,5; 4]. Zobrazte průnik přímky p a kužele, stanovte viditelnost.

9

A4 na výšku

PA : Δ XYZ, X[5; 7], IXYI = 10,IYZI = 11, IXZI = 12

Je dán kosý kruhový kužel s podstavnou kružnicí k o středu S[0; 6; 7] a poloměrem r = 5 v bokorysně μ(y, z). Bod V[10; -2,5; 0] je vrchol kužele. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse a body dotyku). Dále je dána přímka p = QR, Q[5; 5; 3], R[-4; 2; 12]. Zobrazte průnik přímky p a kužele, stanovte viditelnost.

10 A4 na výšku

PA : Δ YXZ, Y[4; 10], IYXI = 10,IYZI = 12, IXZI = 11, PODHLED!

Je dán kosý kruhový kužel s podstavnou kružnicí k o středu S[9; 5; 12] a poloměrem r = 5 v rovině α rovnoběžné s půdorysnou π. Bod V[6; 4; 0] je vrchol kužele. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse a body dotyku). Dále je dána přímka p = QR, Q[0; 4,5; 5,5], R[15,5; 5; 8,5]. Zobrazte průnik přímky p a kužele, stanovte viditelnost.

11 A4 na výšku

PA : Δ XYZ, X[6; 12], IXYI = 10, izometrie

Je dán kosý pětiboký jehlan s pravidelnou podstavou o středu S[8; 0; 8] a vrcholu A[8; 0; 1,5] v nárysně γ(x, z). Bod V[0; 11; 5] je vrchol jehlanu. Jehlan zobrazte. Dále je dána přímka p = QR, Q[14; 4,5; 6,5], R[0; 4,5; 8]. Zobrazte průnik přímky p a jehlanu, stanovte viditelnost.

12 A4 na výšku

PA : Δ YXZ, Y[5; 10], IYXI = 10, IYZI = IXZI = 11, PODHLED!

Je dán pravidelný šestiboký jehlan s podstavou o středu S[6; 0; 7] a vrcholu A[3; 0; 0] v nárysně γ(x, z). Bod V[6; 18; 7] je vrchol jehlanu. Jehlan zobrazte. Dále je dána přímka p = QR, Q[0; 1; -6,5], R[15; 10,5; 18]. Zobrazte průnik přímky p a jehlanu, stanovte viditelnost.

13 A4 na výšku

PA : Δ XYZ, X[4; 10], IXYI = 10, IYZI = IXZI = 12

Je dán kosý čtyřboký jehlan s pravidelnou podstavou o středu S[8; 6; 7] a vrcholu A[8; 1; 3] v rovině α, která je rovnoběžná s bokorysnou μ(y, z). Bod V[-9; 4; 0] je vrchol jehlanu. Jehlan zobrazte. Dále je dána přímka p = QR, Q[2; 4; 5], R[4; -4; 7]. Zobrazte průnik přímky p a jehlanu, stanovte viditelnost.

14 A4 na výšku

PA : Δ XYZ, X[5; 11], IXYI = IYZI = 11, IXZI = 10

Je dána koule o středu S[4; 5; 10,5] a poloměru r = 5,5. Dále je dána přímka p = PR, P[3; 0; 10], R[0; 11; 0]. Zobrazte průnik přímky p a koule, stanovte viditelnost.

15 A4 na výšku

PA : Δ YXZ, Y[6; 8], IYXI = IXZI = 12, IYZI = 10, PODHLED!

Je dána koule o středu S[0; 0; 6] a poloměru r = 6. Dále je dána přímka p = PR, P[-5; 8; 14], R[10; 0; 2]. Zobrazte průnik přímky p a koule, stanovte viditelnost.

1 A4 na výšku

PA : Δ XYZ, X[3; 8,5], IXYI = 10, IXZI = 12, IYZI = 10

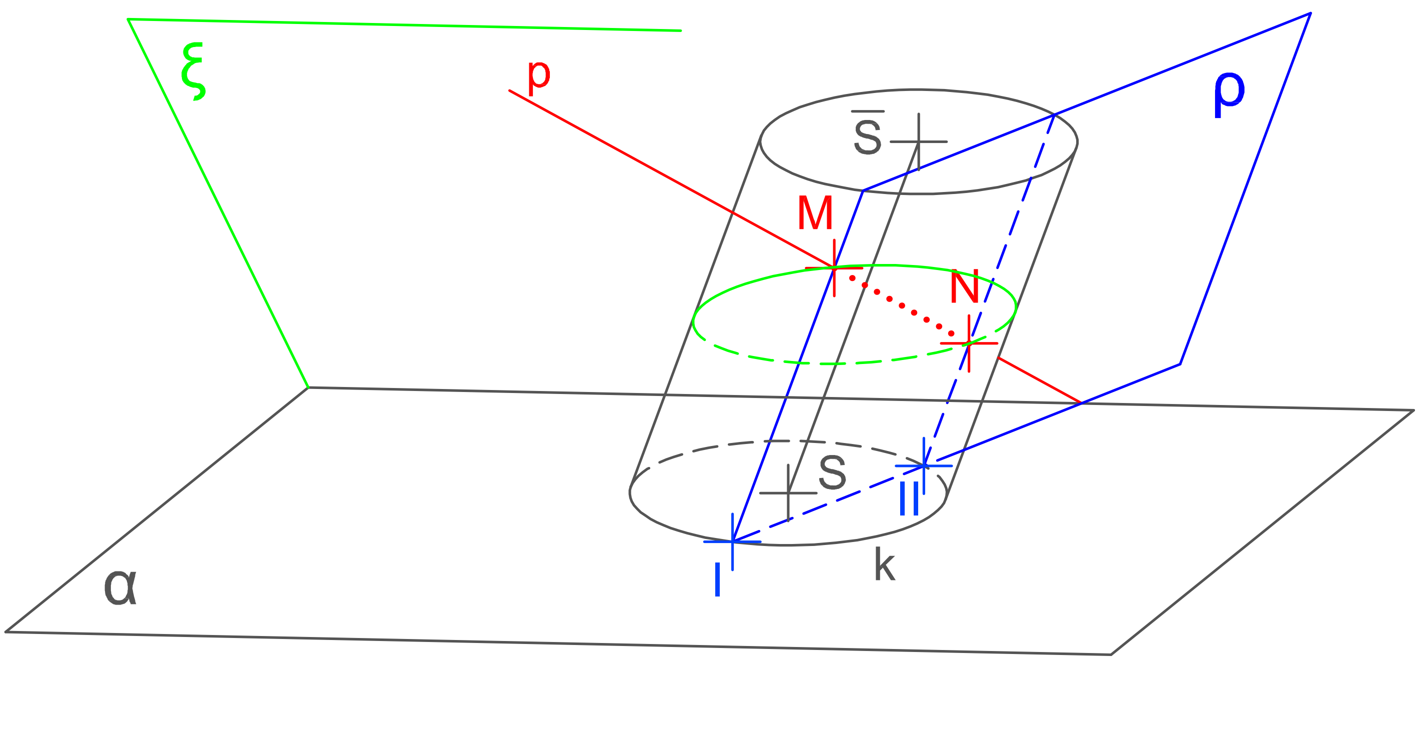
Je dán rotační válec s podstavnou kružnicí k se středem S[6; 0; 12] a poloměrem r = 5 v nárysně γ(x, z). Výška válce je 15; označíme-li $\overline{S}$ střed druhé podstavy, je $y_{\overline{S}}>0$. Válec zobrazte. Dále je dána přímka p = QR, Q[9,5; 7,5; 0], R[0; 0; 16]. Zobrazte průnik přímky a válce, stanovte viditelnost.

Řešení: 1. Pro určení průniku přímky p a válce použijeme libovolnou rovinu ρ, která obsahuje přímku p. Zobrazíme řez válce rovinou ρ, společná část řezu a přímky p je hledaný průnik. Vzhledem k tomu, že si můžeme rovinu ρ volit, pokusíme se vybrat takovou rovinu, aby řez válce touto rovinou byl co nejjednodušší. Obecně řezem válce rovinou je elipsa (nebo její část) a vnitřek elipsy (nebo jeho část). Pokud je rovina řezu rovnoběžná se střednou válce (u rotačního válce s osou), je řezem válce rovnoběžník (u rotačního válce obdélník). Dourčíme rovinu ρ tak, aby obsahovala přímku p a byla rovnoběžná s osou o = S $\overline{S}$. Vedeme libovolným bodem přímky p (zde bodem L) přímku q rovnoběžnou s přímkou o. Rovina ρ je jednoznačně určena přímkami p a q.

ρ∩válec=rovnoběžník

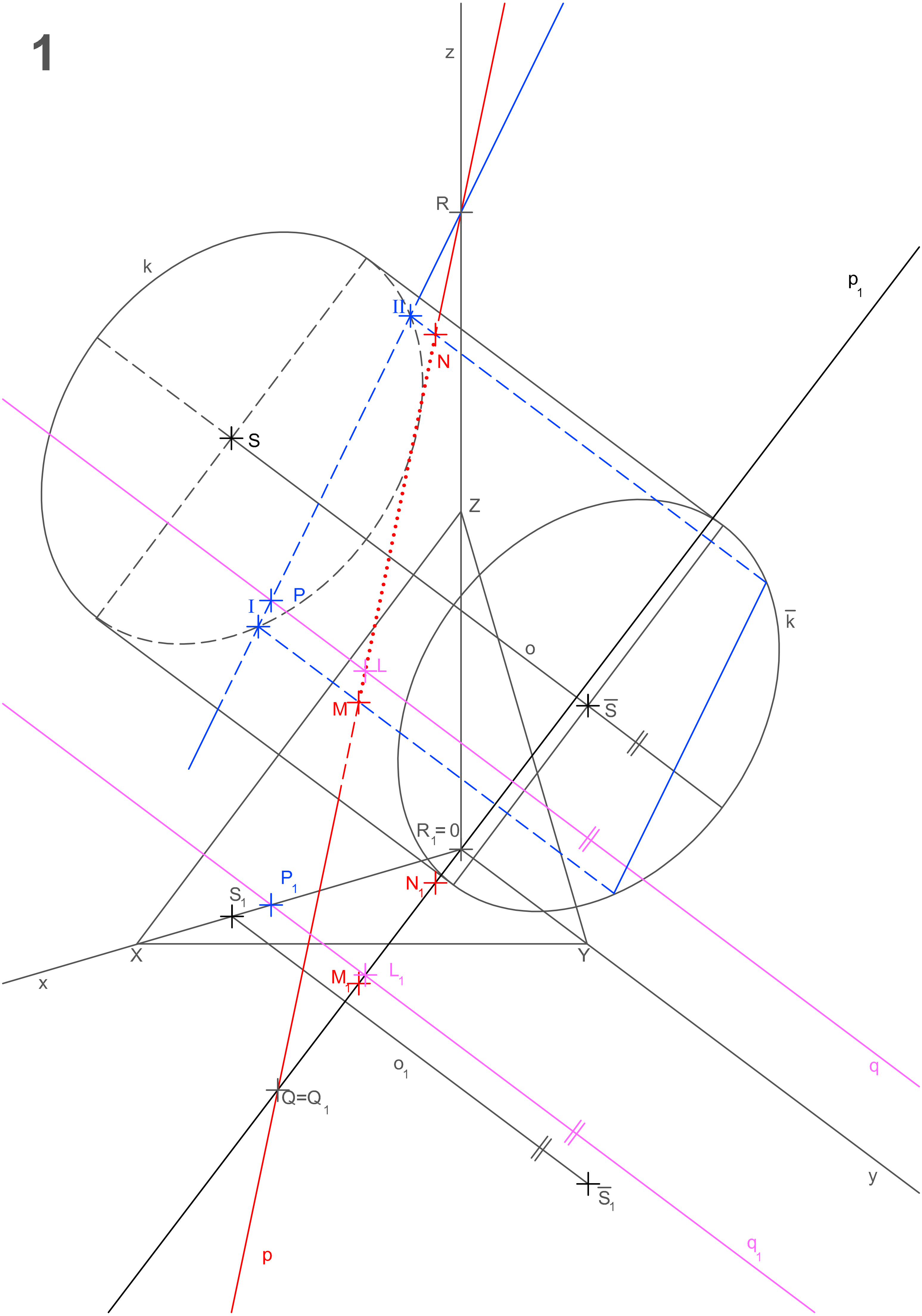
ξ∩válec=elipsa a její vnitřek

(p=ρ∩ξ)



2. Zobrazíme řez válce rovinou ρ; víme, že je to obdélník. Stačí najít průsečnici roviny ρ s rovinou podstavy, buď s rovinou kružnice k nebo s rovinou kružnice $\overline{k}$. V zadaném příkladě jsme zobrazili průsečnici ρ∩γ. Stačí najít dva body této průsečnice. Přímka p protíná γ v bodě R. Přímka q protíná γ v bodě P.
   Průsečnice PR = ρ∩γ protíná kružnici k v bodech I a II. Úsečka I II je částí řezu válce.
3. Zobrazíme řez válce rovinou ρ, tj. obdélník včetně jeho viditelnosti. Přímka p protíná strany obdelníku v bodech M a N, úsečka MN je hledaný průnik přímky a válce.

1



2 A4 na výšku

PA : Δ XYZ, Y[4; 10], IYXI = 10, izometrie, PODHLED!

Je dán kosý kruhový válec s podstavnou kružnicí k o středu S[0; 6; 6] a poloměru r = 5 v bokorysně μ(y, z). Bod $\overline{S}$[10; 0; 12] je střed druhé podstavy. Válec zobrazte (sestrojte tečny elips daného směru a všechny body dotyku). Dále je dána přímka p = QR, Q[0; 1,5; 2], R[5; 1,5; 8,5]. Zobrazte průnik přímky p s válcem, stanovte viditelnost.

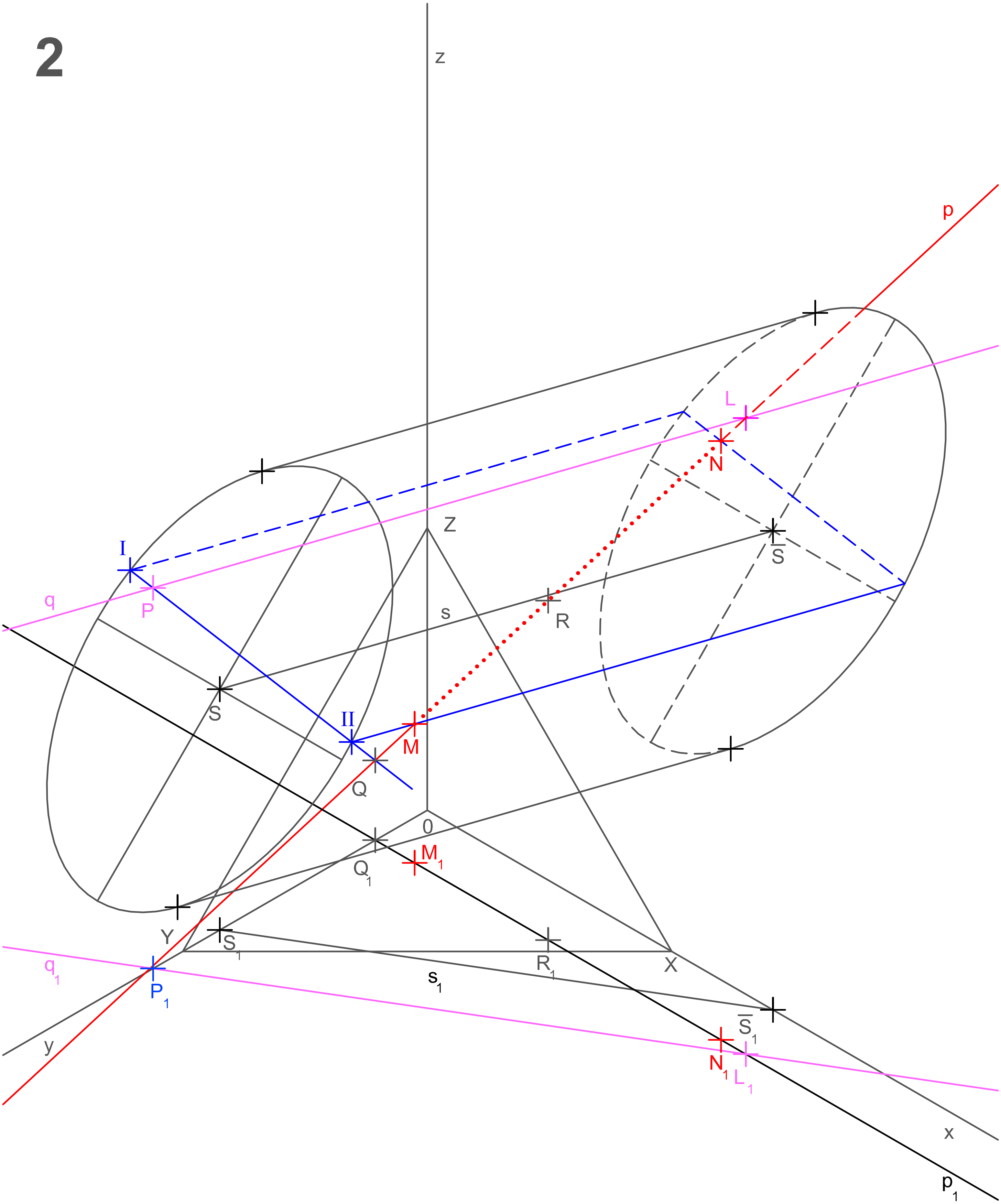
Řešení:

1. Dourčíme rovinu ρ tak, aby obsahovala přímku p a byla rovnoběžná se střednou s = S$\overline{S}$. Vedeme libovolným bodem přímky p (zde bodem L) přímku q rovnoběžnou s přímkou s. Rovina ρ je jednoznačně určena přímkami p a q.

2. Zobrazíme průsečnici roviny ρ a roviny podstavy μ. Přímka p protíná rovinu μ v bodě Q. Přímka q protíná rovinu μ v bodě P. Průsečnice PQ = ρ∩μ protíná kružnici k v bodech I, II. Úsečka I II je částí řezu válce.

3. Zobrazíme řez válce rovinou ρ, tj. rovnoběžník včetně jeho viditelnosti. Přímka p protíná strany rovnoběžníku v bodech M a N, úsečka MN je hledaný průnik přímky a válce.

2



3

A4 na výšku

PA : Δ XYZ, Y[6; 16], IYXI = IYZI = 9, IXZI = 10, PODHLED!

Je dán kosý kruhový válec s podstavnou kružnicí k o středu S[5,5; -2,5; 3] a poloměru r = 4,5 v rovině α rovnoběžné s nárysnou γ(x, z). Bod $\overline{S}$[9; 11; -2] je střed druhé podstavy. Válec zobrazte (sestrojte tečny elips daného směru a všechny body dotyku). Dále je dána přímka p = QR, Q[-2; 11; 3], R[8; 4; -3]. Zobrazte průnik přímky p s válcem, stanovte viditelnost.

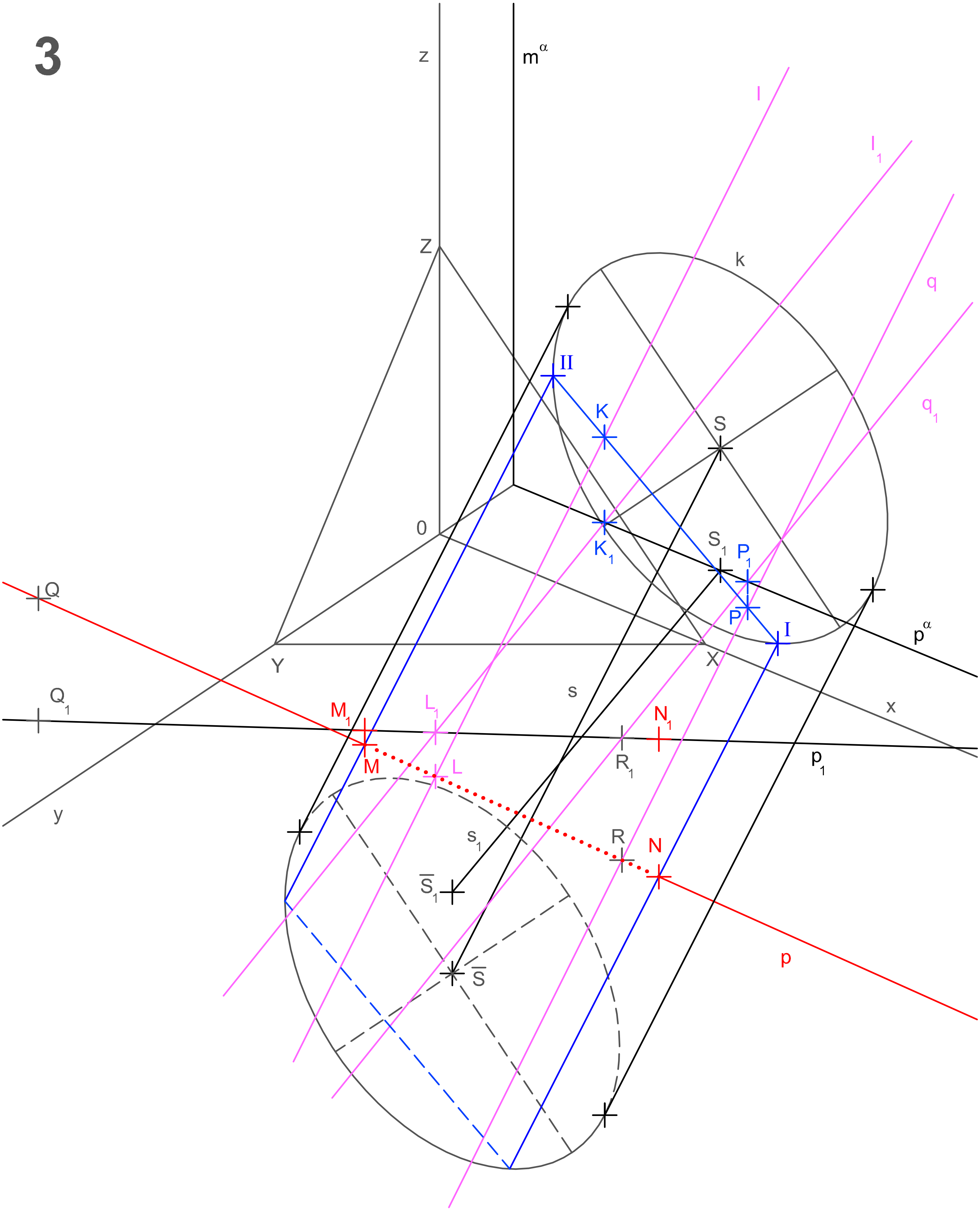
Řešení:

1. Dourčíme rovinu ρ tak, aby obsahovala přímku p a byla rovnoběžná se střednou s = S$\overline{S}$. Vedeme libovolným bodem přímky p (zde bodem R) přímku q rovnoběžnou s přímkou s. Rovina ρ je jednoznačně určena přímkami p a q.

2. Zobrazíme průsečnici roviny ρ a roviny podstavy α. Přímka p protíná rovinu α v bodě P´. Jeho obraz je ovšem nedostupný. Přímka q protíná rovinu α v bodě P. Vybereme další přímku roviny ρ, zde přímku l vedeme libovolným bodem L přímky p, l je rovnoběžná se střednou s. Přímka l protíná rovinu α v bodě K. Průsečnice PK = ρ∩α protíná kružnici k v bodech I, II. Úsečka I II je částí řezu válce.

3. Zobrazíme řez válce rovinou ρ, tj. rovnoběžník včetně jeho viditelnosti. Přímka p protíná strany rovnoběžníku v bodech M a N, úsečka MN je hledaný průnik přímky a válce.

3



z
m^α
Z
k
l
l1
q
q1
II
K
S
0
K1
S1
P1
P
I
Q
Y
X
p^α
Q1
s
x
M1
L1
N1
M
L
R1
p1
y
s1
R
N
S̄1
S̄
p

4

A4 na výšku

PA: Δ XYZ, X = [7; 13], IXYI = 11, IYZI = 10, IXZI = 8

Je dán kosý čtyřboký hranol se čtvercovou podstavou o středu S[6; 6; 0] a vrcholu A[10; 9,5; 0] v půdorysně $\pi(x, y)$. Bod $\overline{S}$[5; 0; 10] je střed druhé podstavy. Hranol zobrazte. Dále je dána přímka p = QR, Q[10,5; 0; 7], R[0; 8; 3]. Zobrazte průnik přímky p a hranolu, stanovte viditelnost.

Řešení:

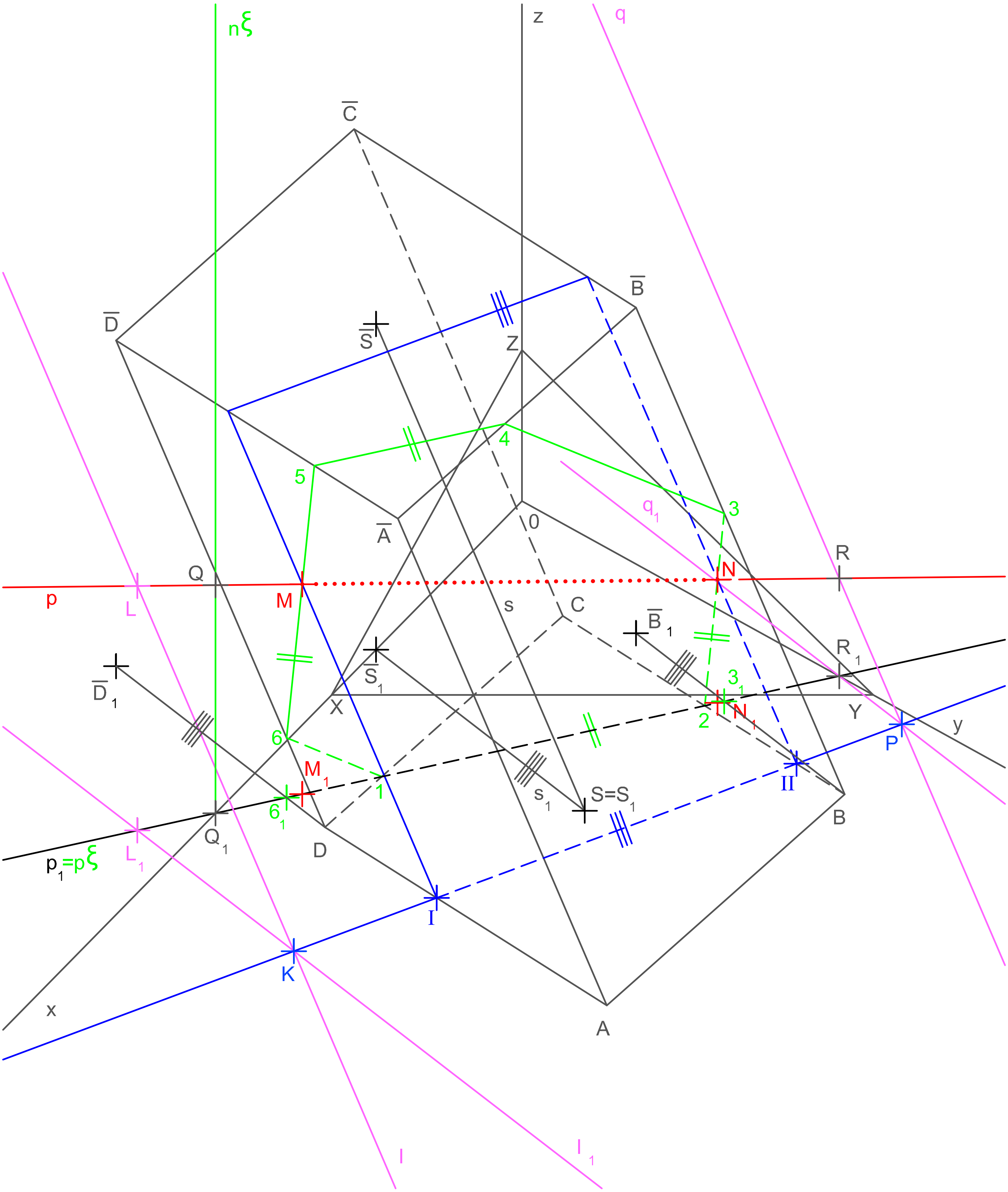
1. Pro určení průniku přímky p a hranolu použijeme libovolnou rovinu ρ, která obsahuje přímku p. Zobrazíme řez hranolu rovinou ρ, společná část řezu a přímky p je hledaný průnik. Můžeme postupovat stejně jako u válce. Dourčíme rovinu ρ tak, aby obsahovala přímku p a byla rovnoběžná se střednou s =S$\overline{S}$ (nebo také s boční hranou). Vedeme libovolným bodem přímky p (zde bodem R) přímku q rovnoběžnou s přímkou s. Rovina ρ je jednoznačně určena přímkami p a q.

2. Zobrazíme průsečnici roviny ρ a roviny podstavy π. Obraz průsečíku přímky p s půdorysnou je nedostupný. Přímka q protíná půdorysnu v bodě P. Zvolíme libovolný bod L na přímce p a vedeme jím přímku l rovnoběžnou s přímkou s. Přímka l protíná půdorysnu v bodě K. Průsečnice PK =ρ ∩ π protíná strany podstavného čtverce v bodech I a II. Úsečka I II je částí řezu hranolu rovinou ρ.

3. Zobrazíme řez hranolu rovinou ρ, tj. rovnoběžník včetně jeho viditelnosti. Přímka p protíná strany rovnoběžníka v bodech M a N, úsečka MN je hledaný průnik přímky p a hranolu.

Pozn.: Vzhledem k tomu, že řez hranolu rovinou je n-úhelník, je možno voliti jinou rovinu obsahující přímku p. V příkladě je ukázán také řez rovinou ξ, která obsahuje přímku p a je kolmá k půdorysně. Řezem hranolu rovinou ξ je šestiúhelník 123456. Rychlejší a přesnější bývá řez výše popsanou rovinou ρ.

4



nξ
z
q
C̄
D̄
S̄
Z
B̄
4
5
3
q1
Ā
0
R
N
p
L
Q
M
s
C
B̄1
R1
D̄1
S̄1
X
Y
31
2
N1
y
P
6
M1
1
s1
S=S1
II
61
Q1
D
B
p1=pξ
L1
I
K
x
A
l
l1

5 A4 na výšku

PA : Δ YXZ, Y[5; 12], IYXI = 10, izometrie, PODHLED!

Je dán pravidelný šestiboký hranol s podstavou o středu S[8; 6; 11] a vrcholu A[4; 10; 11] v rovině α rovnoběžné s půdorysnou π(x, y). Výška hranolu v = 3; označíme-li $\overline{A}$ vrchol druhé podstavy, je $z_{\overline{A}}$ = 14. Hranol zobrazte. Dále je dána přímka p = QR, Q[8; 3; 5], R[6; 13; 20]. Zobrazte průnik přímky p a hranolu, stanovte viditelnost.

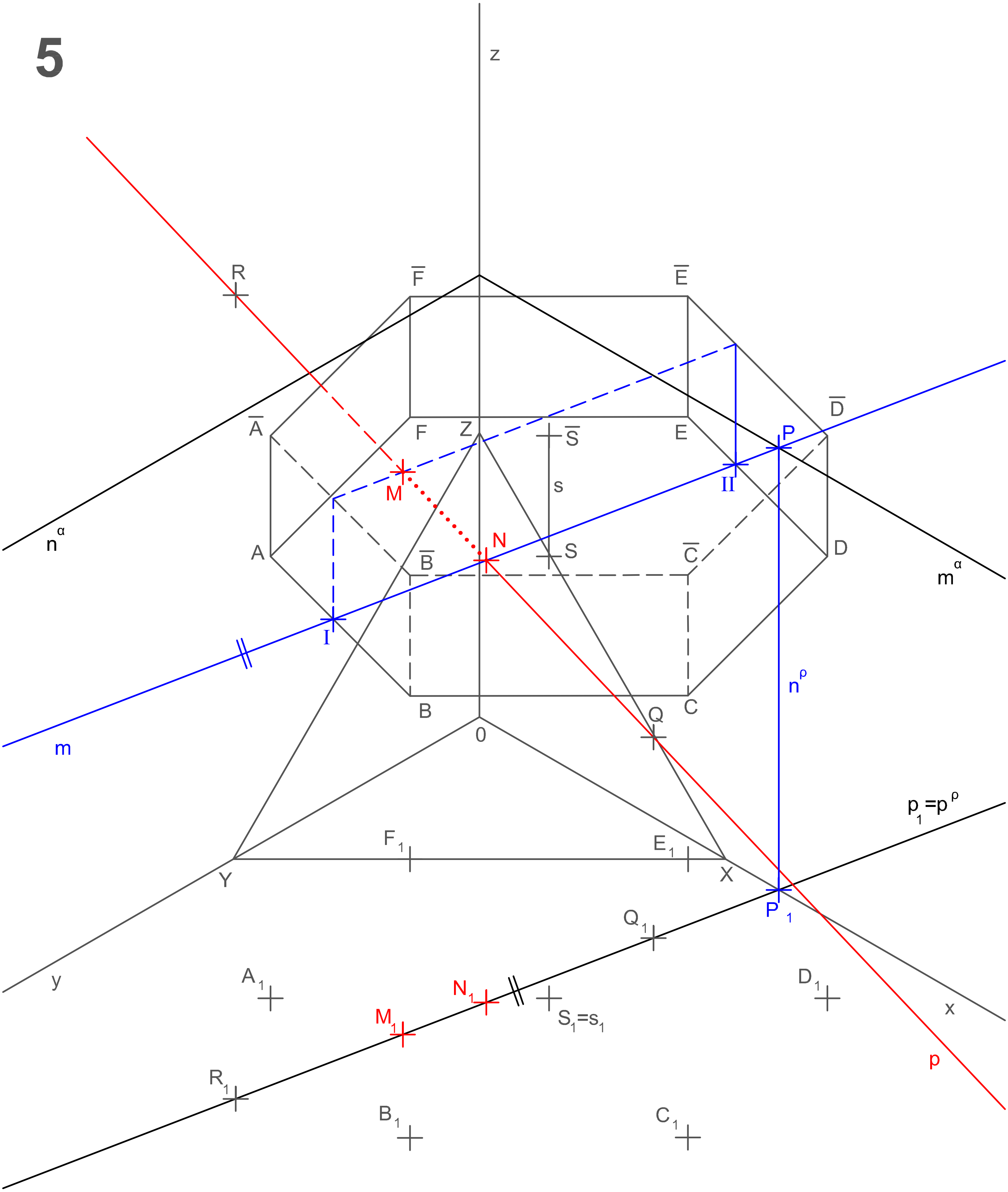
Řešení:

1. Dourčíme rovinu ρ tak, aby obsahovala přímku p a byla rovnoběžná s boční hranou hranolu. V našem případě je rovina ρ kolmá k půdorysně.

2. Zobrazíme průsečnici m roviny ρ a roviny podstavy α(mIIp$^{\rho}$). Přímka m protíná strany podstavného šestiúhelníku v bodech I, II. Úsečka I II je částí řezu hranolu rovinou ρ.

3. Zobrazíme řez hranolu rovinou ρ, tj. obdélník včetně jeho viditelnosti. Přímka p protíná strany obdélníku v bodech M a N, úsečka MN je hledaný průnik přímky p a hranolu.

5


z
R
F̄
Ē
Ā
F
Z
S̄
E
D̄
P
M
II
s
n^α
A
B̄
N
S
C̄
D
m^α
I
n^ρ
m
B
Q
C
0
p_1=p^ρ
F_1
E_1
Y
X
P_1
Q_1
y
A_1
N_1
D_1
S_1=s_1
x
M_1
R_1
p
B_1
C_1

6

A4 na výšku

PA : Δ XYZ, X[5; 12], IXYI = 11, izometrie

Je dán kosý trojboký hranol s podstavou o středu S[5,5; -3; 6,5] a vrcholu A[2,5; -3; 2,5] v rovině α rovnoběžné s nárysnou γ(x, z). Bod $\overline{S}$[3; 12; 9] je střed druhé podstavy. Hranol zobrazte. Dále je dána přímka p = QR, Q[0; 5; 11], R[7; -4; 2,5]. Zobrazte průnik přímky p a hranolu, stanovte viditelnost.

Řešení:

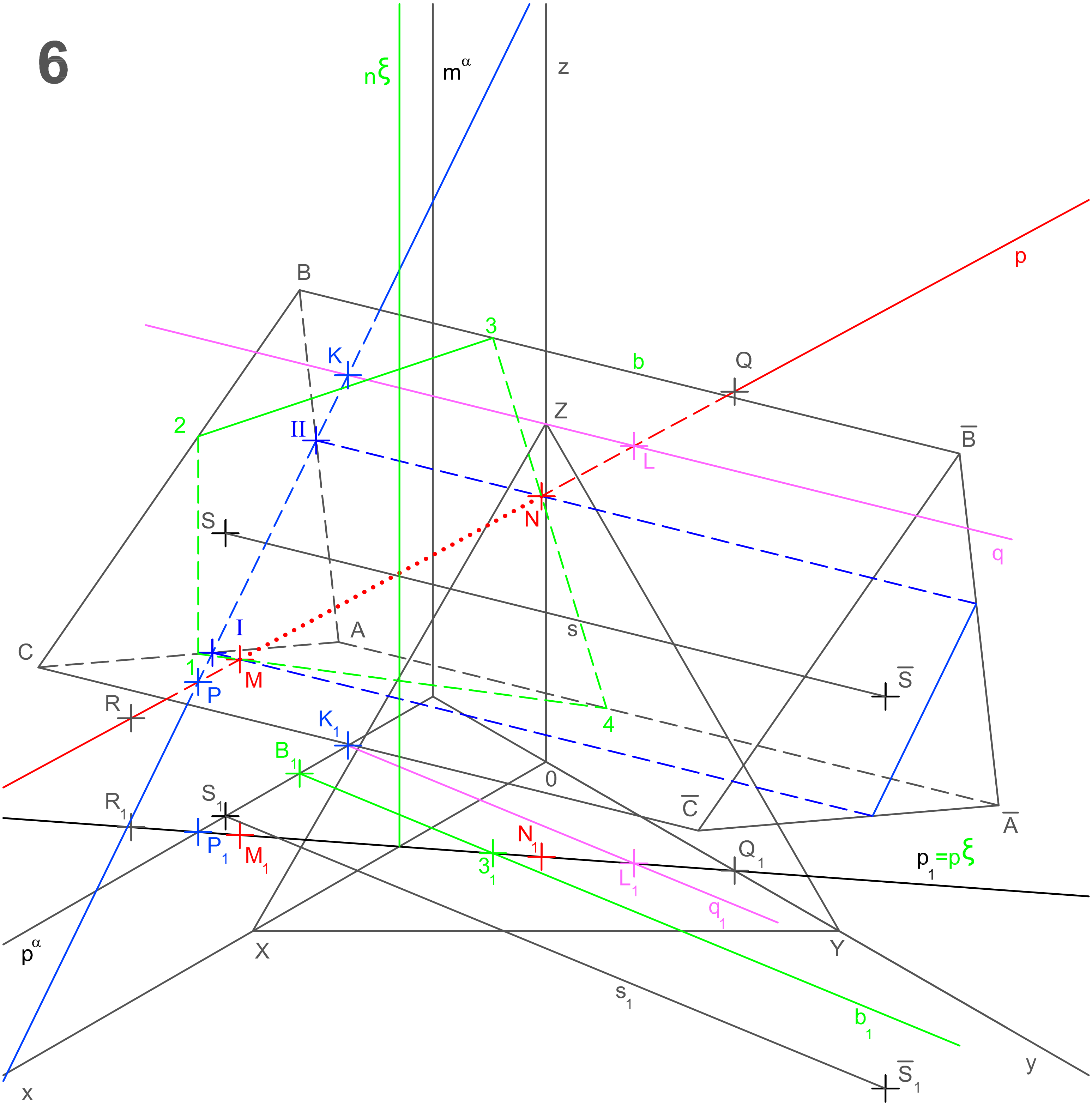
1. Dourčíme rovinu ρ tak, aby obsahovala přímku p a byla rovnoběžná se střednou s = S$\overline{S}$. Vedeme libovolným bodem přímky p (zde bodem L) přímku q rovnoběžnou s přímkou s. Rovina ρ je jednoznačně určena přímkami p a q.

2. Zobrazíme průsečnici roviny ρ a roviny podstavy α. Přímka p protíná rovinu α v bodě P. Přímka q protíná rovinu v bodě K. Průsečnice PK = $\rho \cap \alpha$ protíná strany podstavného trojúhelníka v bodech I, II. Úsečka I II je částí řezu hranolu.

3. Zobrazíme řez hranolu rovinou ρ, tj. rovnoběžník včetně jeho viditelnosti. Přímka p protíná strany rovnoběžníku v bodech M a N, úsečka MN je hledaný průnik přímky a hranolu.

Pozn.: Vzhledem k tomu, že řez hranolu rovinou je n-úhelník, je možno voliti jinou rovinu obsahující přímku p. V příkladě je ukázán také řez rovinou ξ, která obsahuje přímku p a je kolmá k půdorysně. Řezem hranolu rovinou ξ je čtyřúhelník 1234. Rychlejší a přesnější bývá řez výše popsanou rovinou ρ.

6



nξ
mα
z
p
B
3
b
Q
K
Z
2
II
L
B̄
N
q
S
I
A
s
C
1
M
P
S̄
R
4
K1
B1
0
C̄
Ā
R1
S1
P1
M1
N1
Q1
p1=pξ
31
L1
q1
pα
X
Y
s1
b1
y
S̄1
x

7 A4 na výšku

PA : Δ XYZ, X[7; 11], IXYI = 10, IXZI = 8, IYZI = 9

Je dán kosý pětiboký hranol s podstavou o středu S[-7; 0; 0] a vrcholu A[-7; 3; 2] v rovině α rovnoběžné s bokorysnou μ(y, z). Bod $\overline{A}$[6; 3; -2] je vrchol druhé podstavy. Hranol zobrazte. Dále je dána přímka p = QR, Q[8; -2; 8], R[-3; 1; -2,5]. Zobrazte průnik přímky p a hranolu, stanovte viditelnost.

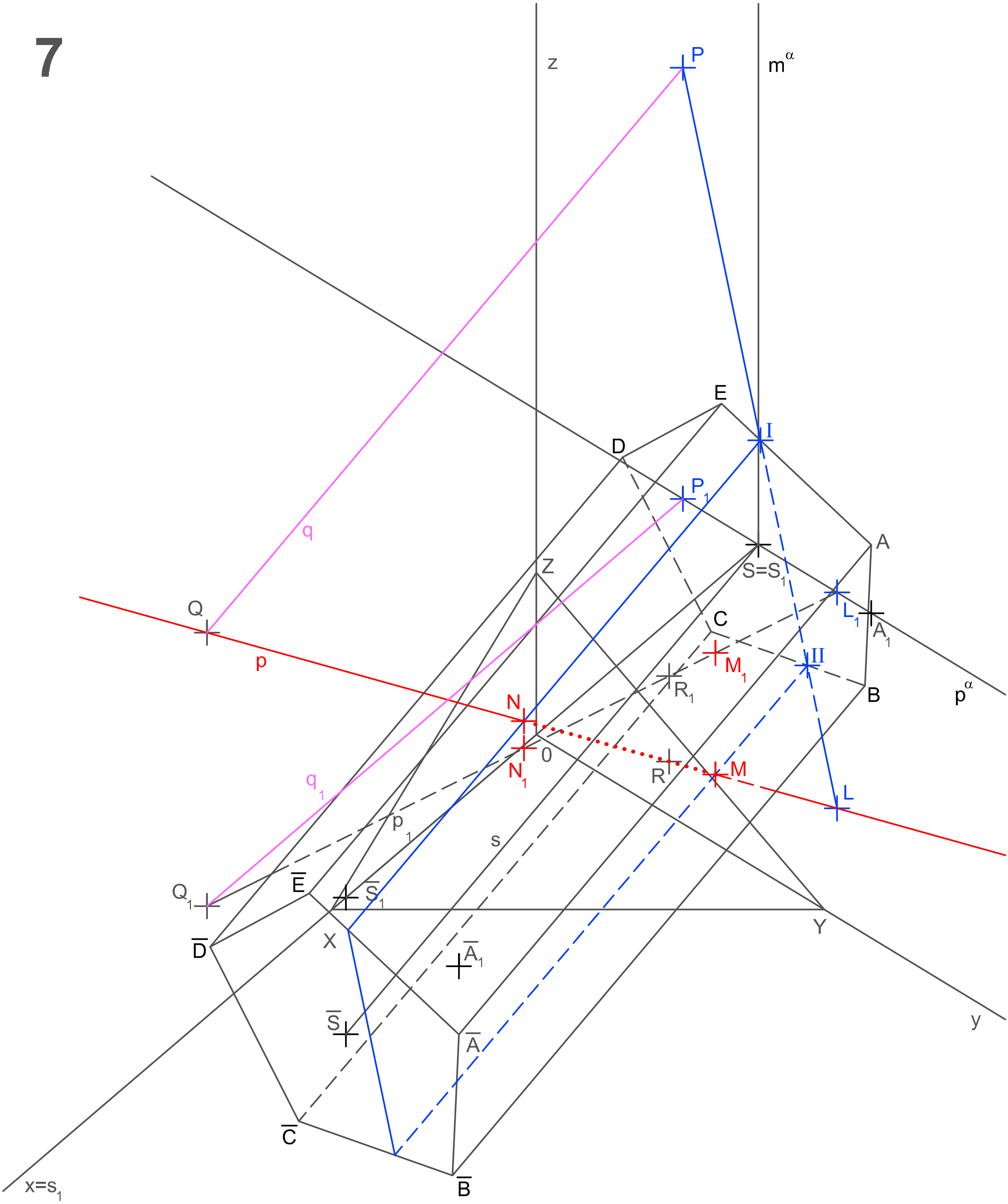
Řešení:

1. Dourčíme rovinu ρ tak, aby obsahovala přímku p a byla rovnoběžná se střednou s = S$\overline{S}$. Vedeme libovolným bodem přímky p (zde bodem Q) přímku q rovnoběžnou s přímkou s. Rovina ρ je jednoznačně určena přímkami p a q.

2. Zobrazíme průsečnici roviny ρ a roviny podstavy α. Přímka p protíná rovinu α v bodě L. Přímka q protíná rovinu v bodě P. Průsečnice PL = ρ∩α protíná strany podstavného pětiúhelníka v bodech I, II. Úsečka I II je částí řezu hranolu.

3. Zobrazíme řez hranolu rovinou ρ, tj. rovnoběžník včetně jeho viditelnosti. Přímka p protíná strany rovnoběžníku v bodech M a N, úsečka MN je hledaný průnik přímky a hranolu.

7


z
m^α
P
E
I
D
P_1
q
A
Z
$S=S_1$
Q
L_1
A_1
C
p
M_1
II
R_1
B
p^α
N
0
N_1
R
M
L
q_1
p_1
s
Q_1
$\bar{E}$
$\bar{S}_1$
X
Y
$\bar{D}$
$\bar{A}_1$
$\bar{S}$
$\bar{A}$
y
$\bar{C}$
$\bar{B}$
$x=s_1$

8

A4 na výšku

PA : Δ XYZ, X[5; 13], IXYI = 11,IYZI = 10, IXZI = 8

Je dán kosý kruhový kužel s podstavnou kružnicí k o středu S[6; 6; 0] a poloměrem r = 5,5 v půdorysně π(x, y). Bod V[5; 0; 10] je vrchol kužele. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse a body dotyku). Dále je dána přímka p = QR, Q[7,5; 0; 6], R[7; 8,5; 4]. Zobrazte průnik přímky p a kužele, stanovte viditelnost.

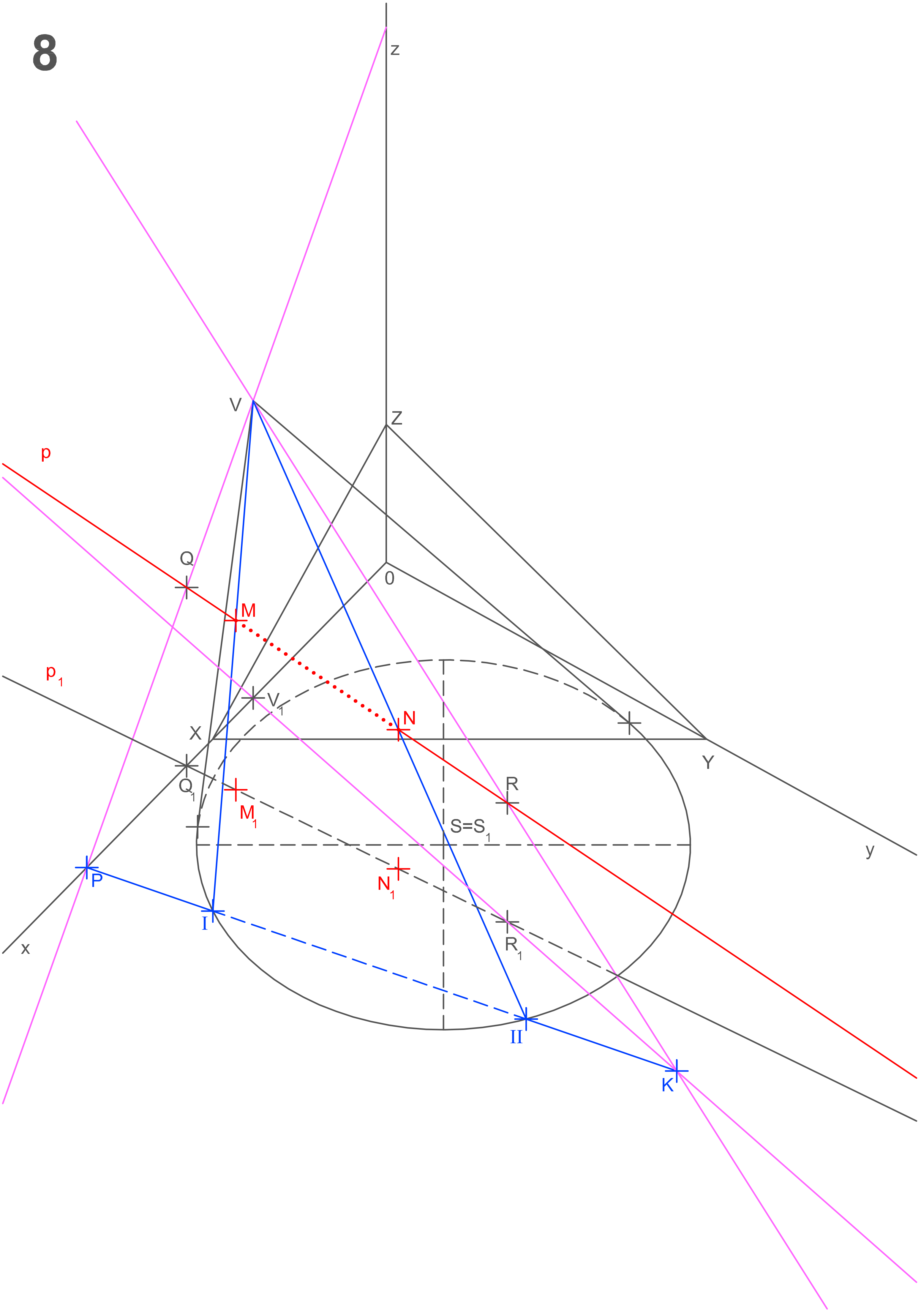
Řešení:

1. Pro určení průniku přímky p a kužele použijeme libovolnou rovinu ρ, která obsahuje přímku p. Zobrazíme řez kužele rovinou ρ, společná část řezu a přímky p je hledaný průnik. Řez kužele obecnou rovinou obsahuje část kuželosečky. My bychom chtěli řez co nejjednodušší a to je trojúhelník, rovina ρ musí procházet vrcholem kužele. Rovinu řezu ρ určíme přímkou p a vrcholem V, vybíráme tedy vždy vrcholovou rovinu.

2. Zobrazíme průsečnici roviny ρ s rovinou podstavy kužele, zde s rovinou π. Stačí najít dva body této průsečnice. Zvolíme dvě libovolné přímky roviny ρ, zde jsme zvolili přímky VQ a VR. Přímka VQ protíná π v bodě P. Přímka VR protíná π v bodě K. Průsečnice PK = ρ∩π protíná kružnici k v bodech I a II. Řez kužele rovinou ρ je trojúhelník I II V, zobrazíme jej včetně viditelnosti.

3. Přímka p protíná strany trojúhelníka I II V v bodech M a N, úsečka MN je hledaný průnik přímky p a kužele.

8



9

A4 na výšku

PA : Δ XYZ, X[5; 7], IXYI = 10,IYZI = 11, IXZI = 12

Je dán kosý kruhový kužel s podstavnou kružnicí k o středu S[0; 6; 7] a poloměrem r = 5 v bokorysně μ(y, z). Bod V[10; -2,5; 0] je vrchol kužele. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse a body dotyku). Dále je dána přímka p = QR, Q[5; 5; 3], R[-4; 2; 12]. Zobrazte průnik přímky p a kužele, stanovte viditelnost.

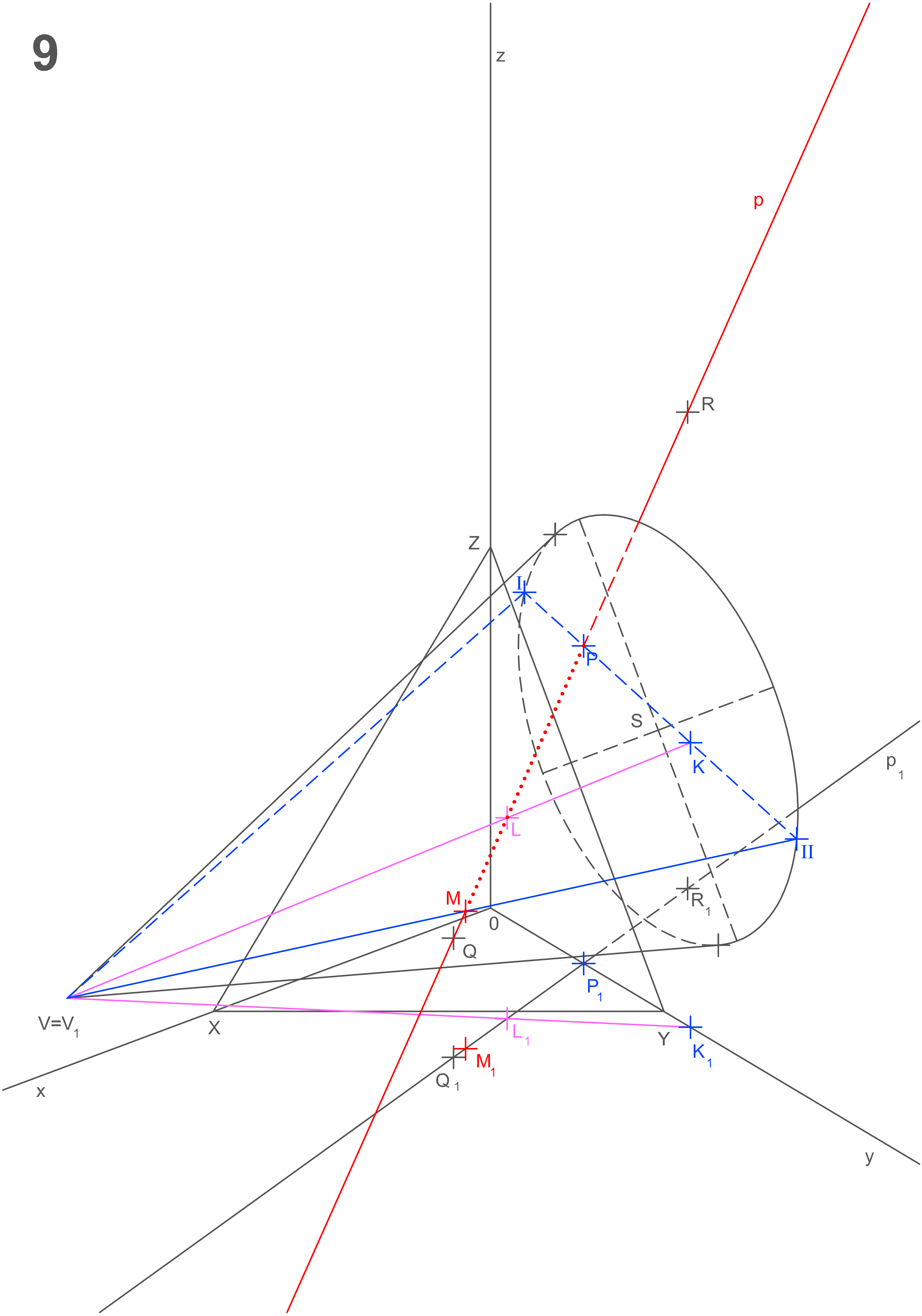
Řešení:

1. Určíme vrcholovou rovinu ρ, která obsahuje přímku p, tj. ρ(p, V).

2. Zobrazíme průsečnici roviny ρ s rovinou podstavy kužele μ . Přímka p protíná μ v bodě P. (Protože bod P je vnitřním bodem podstavy kužele, je to jeden z hledaných průsečíků). Zvolíme další přímku roviny ρ, zde VL (L je libovolný bod přímky p). Přímka VL protíná μ v bodě K. Průsečnice PK = ρ∩μ protíná kružnici k v bodech I a II. Řez kužele rovinou ρ je trojúhelník I II V, zobrazíme jej včetně viditelnosti.

3. Přímka p protíná strany trojúhelníka I II V v bodech P a M, úsečka PM je hledaný průnik přímky p a kužele.

9



10 A4 na výšku

PA : Δ YXZ, Y[4; 10], IYXI = 10,IYZI = 12, IXZI = 11, PODHLED!

Je dán kosý kruhový kužel s podstavnou kružnicí k o středu S[9; 5; 12] a poloměrem r = 5 v rovině α rovnoběžné s půdorysnou π. Bod V[6; 4; 0] je vrchol kužele. Kužel zobrazte (sestrojte tečny z bodu k elipse a body dotyku). Dále je dána přímka p = QR, Q[0; 4,5; 5,5], R[15,5; 5; 8,5]. Zobrazte průnik přímky p a kužele, stanovte viditelnost.

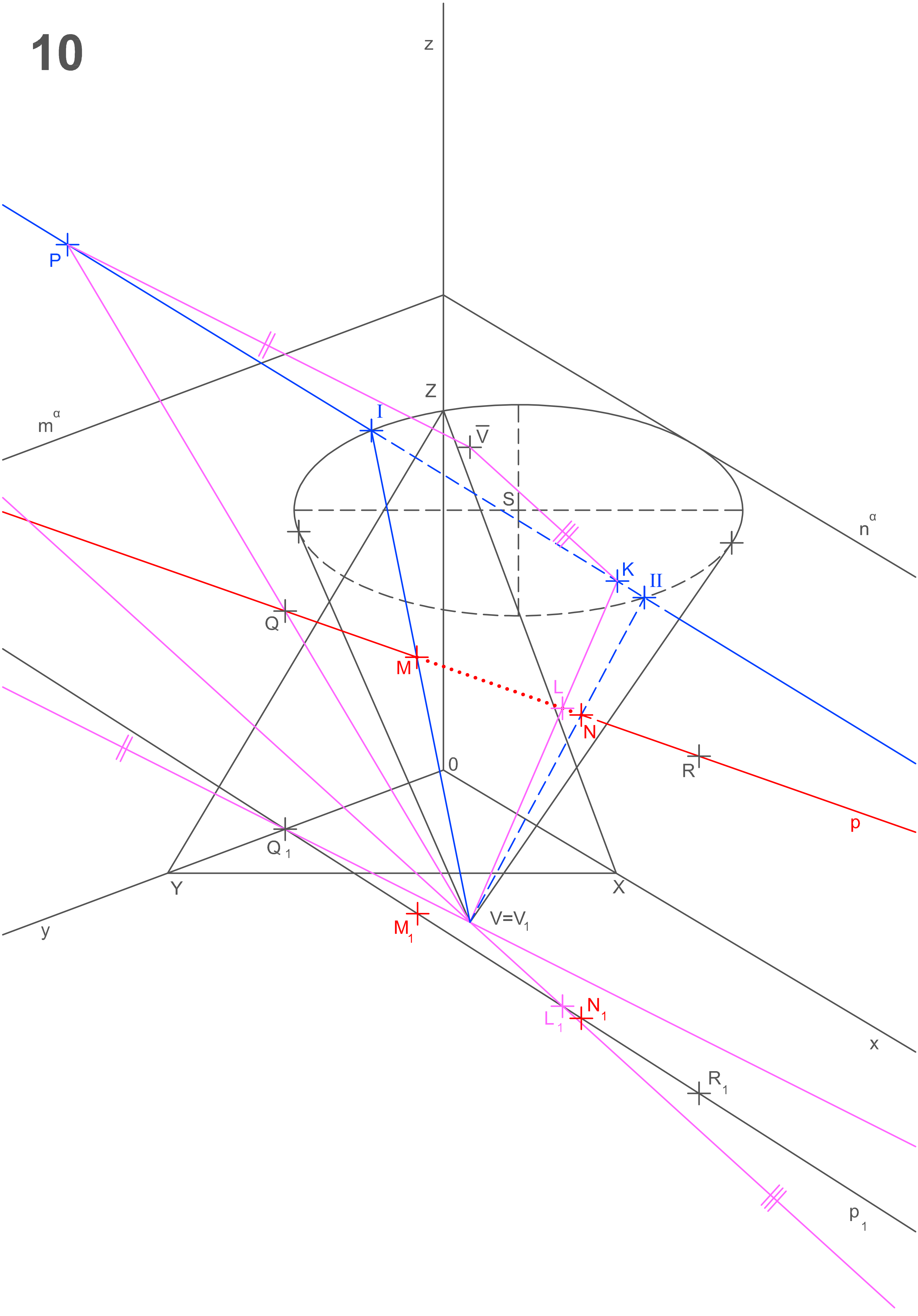
Řešení:

1. Určíme vrcholovou rovinu ρ, která obsahuje přímku p, tj. ρ(p, V).

2. Zobrazíme průsečnici roviny ρ s rovinou podstavy α. Obraz průsečíku přímky p s rovinou α je mimo papír. Zvolíme dvě přímky roviny ρ, zde QV a LV. Přímka QV protíná rovinu α v bodě P. Přímka LV protíná rovinu α v bodě K. Průsečnice PK = ρ∩α protíná kružnici k v bodech I a II. Řez kužele rovinou ρ je trojúhelník I II V.

3. Přímka p protíná strany trojúhelníka I II V v bodech M a N, úsečka MN je hledaný průnik přímky p a kužele.

10



11 A4 na výšku

PA : Δ XYZ, X[6; 12], IXYI = 10, izometrie

Je dán kosý pětiboký jehlan s pravidelnou podstavou o středu S[8; 0; 8] a vrcholu A[8; 0; 1,5] v nárysně γ(x, z). Bod V[0; 11; 5] je vrchol jehlanu. Jehlan zobrazte. Dále je dána přímka p = QR, Q[14; 4,5; 6,5], R[0; 4,5; 8]. Zobrazte průnik přímky p a jehlanu, stanovte viditelnost.

Řešení:

1. Pro určení průniku přímky p a jehlanu použijeme libovolnou rovinu ρ, která obsahuje přímku p. Zobrazíme řez jehlanu rovinou ρ, společná část řezu a přímky p je hledaný průnik. Rovinu ρ můžeme volit podle konkrétní situace, neboť řezem bude nějaký n-úhelník. Je také možno postupovat stejně jako u kužele, tj. rovina ρ je určena přímkou p a bodem V, řezem je pak trojúhelník.

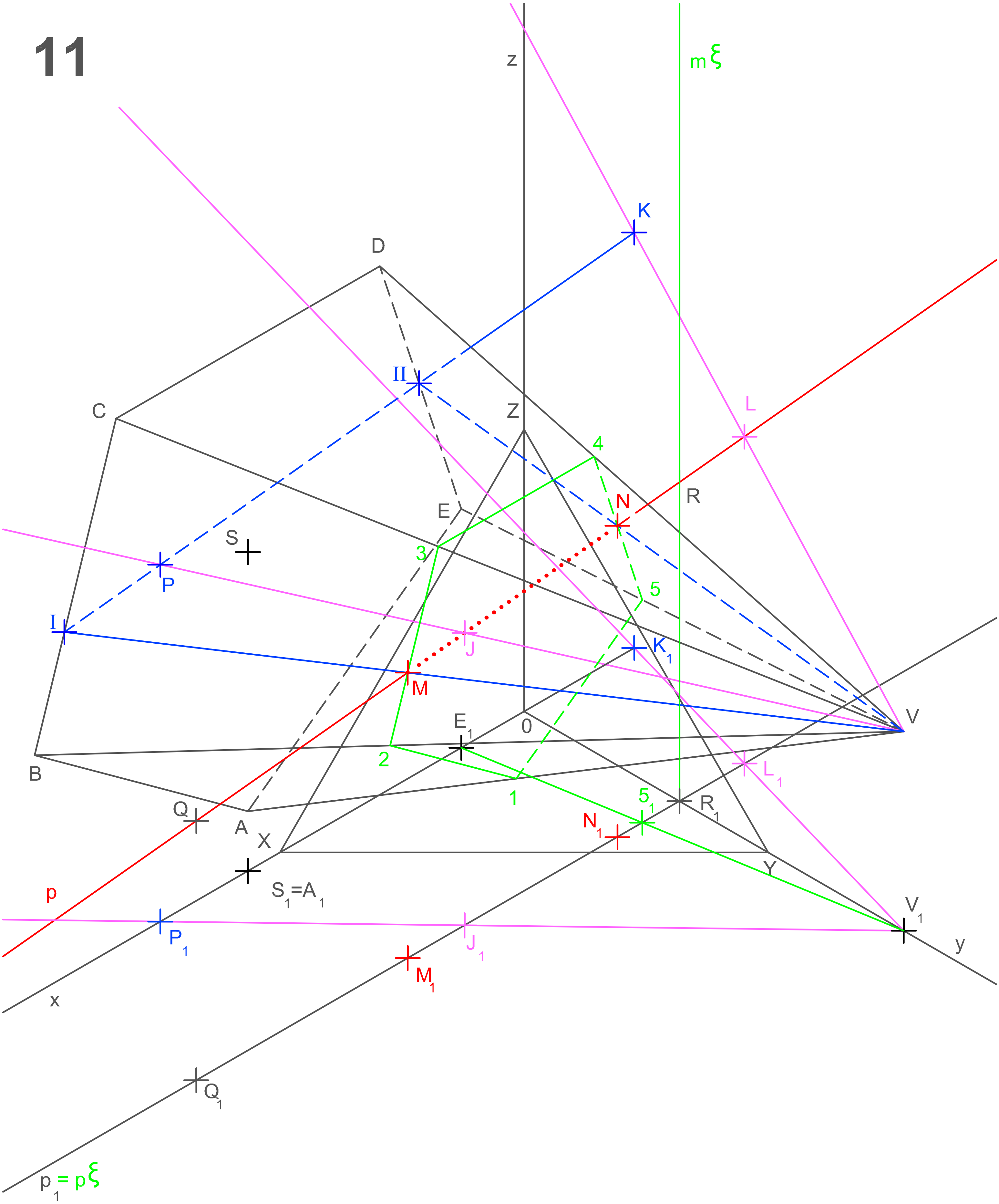
2. V příkladě je zobrazen řez jehlanu rovinou ρ(p, V) a řez jehlanu rovinou ξ, která obsahuje přímku p a je kolmá k rovině π.

   a) Řez rovinou ρ je trojúhelník I II V. Body L a J jsou libovolné body přímky p, přímky LV a JV jsou přímky roviny ρ. LV∩γ = K, JV∩γ = P, PK∩BC = I, PK∩DE = II.

   b) Řez rovinou ξ je pětiúhelník 12345. (Protože rovina ξ je rovnoběžná s nárysnou, je ABII12, BCII23..... AEII15).

3. Přímka p protíná strany trojúhelníka I II V i strany pětiúhelníka v bodech M a N, úsečka MN je hledaný průnik přímky p a jehlanu.

11


z
m ξ
K
D
II
C
Z
L
4
R
E
N
S
3
5
P
I
J
K 1
M
E 1
0
V
2
L 1
B
1
5 1
R 1
Q
A
N 1
X
Y
S 1 =A 1
p
V 1
P 1
J 1
y
M 1
x
Q 1
p 1 = p ξ

12 A4 na výšku

PA : Δ YXZ, Y[5; 10], IYXI = 10, IYZI = IXZI = 11, PODHLED!

Je dán pravidelný šestiboký jehlan s podstavou o středu S[6; 0; 7] a vrcholu A[3; 0; 0] v nárysně γ(x, z). Bod V[6; 18; 7] je vrchol jehlanu. Jehlan zobrazte. Dále je dána přímka p = QR, Q[0; 1; -6,5], R[15; 10,5; 18]. Zobrazte průnik přímky p a jehlanu, stanovte viditelnost.

Řešení:

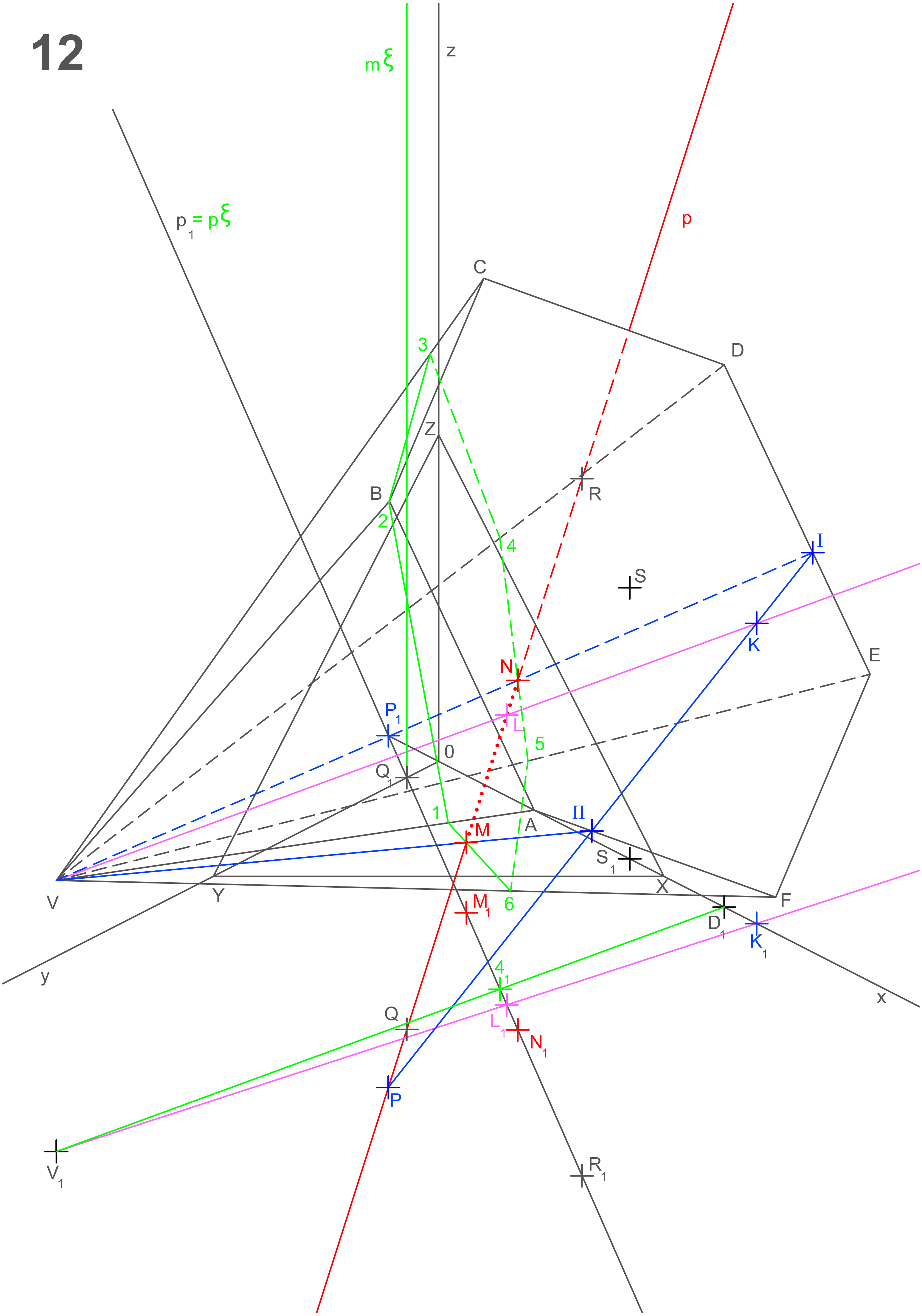
1. Uvažujme vrcholovou rovinu ρ, která obsahuje přímku p, tj. ρ(p, V).

2. Zobrazíme průsečnici roviny ρ a roviny podstavy γ. Přímka p protíná nárysnu γ v bodě P. Nechť L je libovolný bod přímky p, LV⊂ρ. Přímka LV protíná γ v bodě K. Průsečnice PK = ρ∩γ protíná strany podstavného šestiúhelníka v bodech I, II. Řez jehlanu rovinou ρ je trojúhelník I II V.

3. Přímka p protíná strany trojúhelníka I II V v bodech M a N, úsečka MN je hledaný průnik přímky p a jehlanu.

Pozn.: V příkladě je také ukázán řez jehlanu rovinou ξ, která obsahuje přímku p a je kolmá k půdorysně. Řezem je šestiúhelník 123456.

12


m ξ
z
$p_1 = p$ ξ
p
C
D
3
Z
B
2
R
4
S
I
K
E
N
P_1
L
5
0
Q_1
1
M
A
II
S_1
V
Y
X
F
M_1
6
D_1
K_1
4_1
L_1
N_1
Q
P
x
y
V_1
R_1

13

A4 na výšku

PA : Δ XYZ, X[4; 10], IXYI = 10, IYZI = IXZI = 12

Je dán kosý čtyřboký jehlan s pravidelnou podstavou o středu S[8; 6; 7] a vrcholu A[8; 1; 3] v rovině α, která je rovnoběžná s bokorysnou μ(y, z). Bod V[-9; 4; 0] je vrchol jehlanu. Jehlan zobrazte. Dále je dána přímka p = QR, Q[2; 4; 5], R[4; -4; 7]. Zobrazte průnik přímky p a jehlanu, stanovte viditelnost.

Řešení:

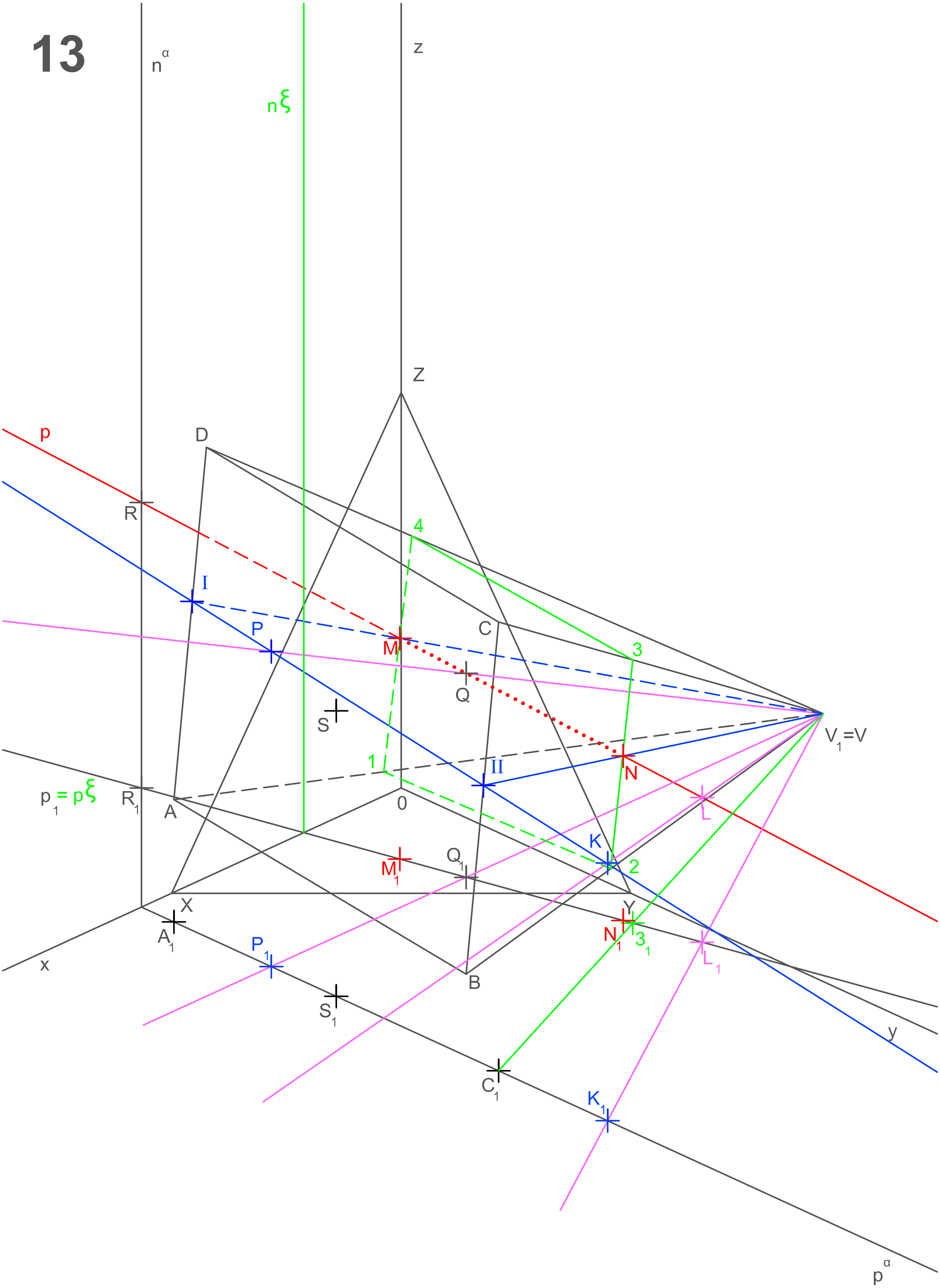
1. Uvažujme vrcholovou rovinu ρ, která obsahuje přímku p, tj. ρ(p, V).

2. Zobrazíme průsečnici roviny ρ a roviny podstavy α. Nechť L je libovolný bod přímky p, LV ⊂ ρ. Přímka LV protíná α v bodě K. Přímka QV protíná α v bodě P. Průsečnice PK = ρ∩α protíná strany čtverce v bodech I, II. Řez jehlanu rovinou ρ je trojúhelník I II V.

3. Přímka p protíná strany trojúhelníka I II V v bodech M a N, úsečka MN je hledaný průnik přímky p a jehlanu.

Pozn.: V příkladě je také ukázán řez jehlanu rovinou ξ, která obsahuje přímku p a je kolmá k půdorysně. Řezem je čtyřúhelník 1234.

13



nα
z
nξ
Z
p
D
R
I
P
M
C
4
3
Q
S
V1=V
1
II
N
p1 = pξ
R1
A
0
K
2
Q1
M1
X
Y
N1
31
L
L1
A1
P1
x
B
S1
C1
K1
y
pα

14 A4 na výšku

PA : Δ XYZ, X[5; 11], |XY| = |YZ| = 11, |XZ| = 10

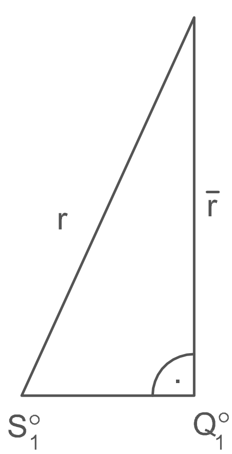
Je dána koule o středu S[4; 5; 10,5] a poloměru r = 5,5. Dále je dána přímka p = PR, P[3; 0; 10], R[0; 11; 0]. Zobrazte průnik přímky p a koule, stanovte viditelnost.

Řešení:

1. Pro určení průniku přímky p a koule použijeme libovolnou rovinu ρ, která obsahuje přímku p. Řez koule rovinou ρ je vždy kruh, společná část kruhu a přímky p je hledaný průnik. Rovinu ρ vybíráme vhodně, abychom řez koule rychle zobrazili, nejčastěji vybíráme rovinu ρ kolmou k některé z rovin π, γ, μ.

2. V příkladě jsme zvolili rovinu ρ, která obsahuje přímku p a je kolmá k půdorysně π. Zobrazíme řez příslušné kulové plochy rovinou ρ, tj. kružnici k(Q, $\bar{r}$).

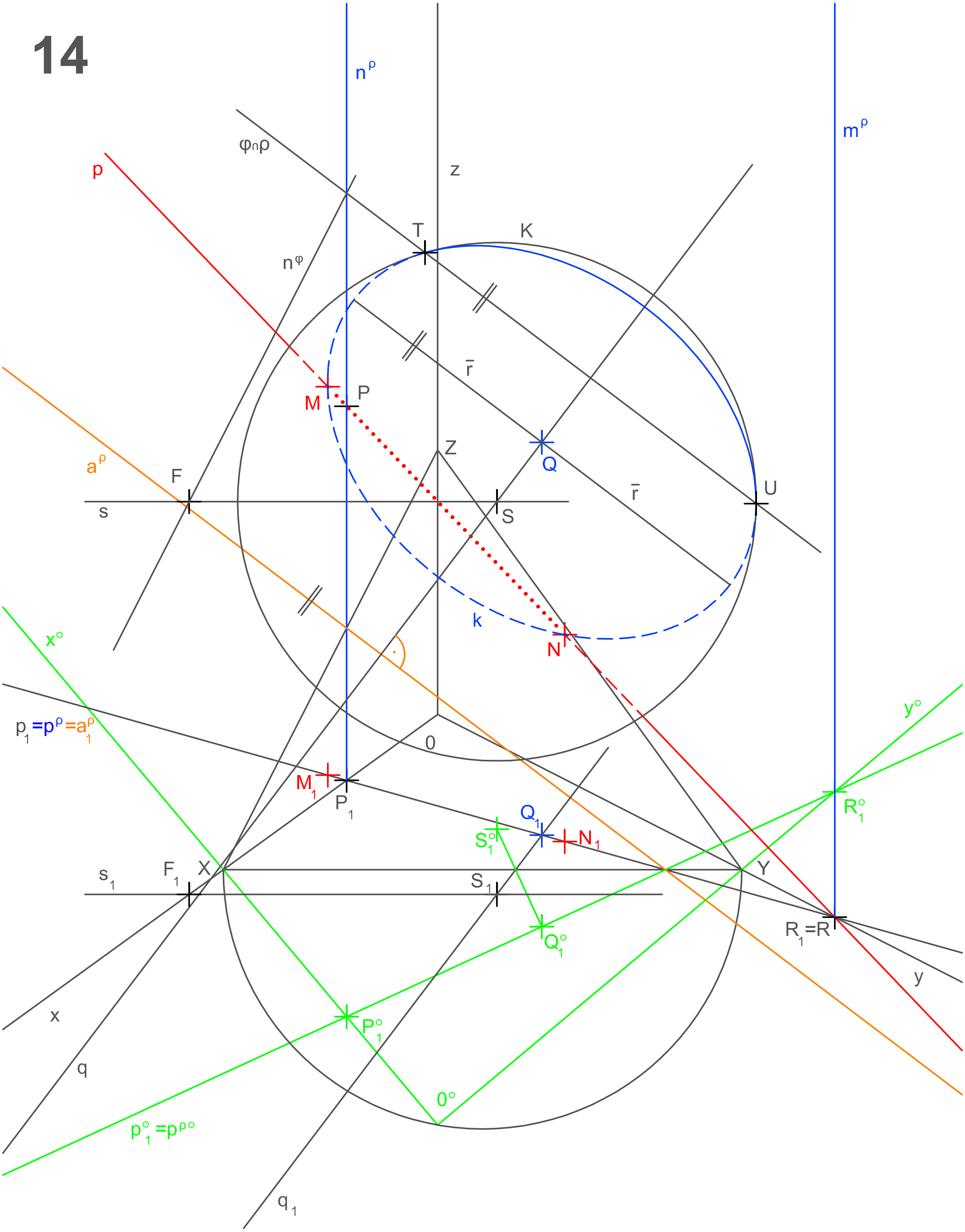
3. Střed Q kružnice k je průsečík přímky q vedené středem S kolmo k rovině ρ. Přímka q se zobrazí jako kolmice k axonometrické stopě roviny ρ, $a^{\rho} = \rho \cap \sigma$. Přímka q je rovnoběžná s půdorysnou, její půdorys q_1 je rovnoběžný s q. Průsečík Q přímky q a roviny ρ je střed kružnice k. Určíme poloměr $\bar{r}$ kružnice k. V otočení (otáčíme půdorysnu) zjistíme skutečnou velikost úsečky SQ, je to velikost úsečky $S_1^{\circ} Q_1^{\circ}$. SQ je rovnoběžná s půdorysnou, je tedy $|SQ| = |S_1Q_1|$. Poloměr $\bar{r}$ určíme z pomocného obrázku.



4. Zobrazíme řez koule (včetně viditelnosti). Přímka p protíná kružnici k v bodech M, N. Úsečka MN je hledaný průnik přímky p a koule.

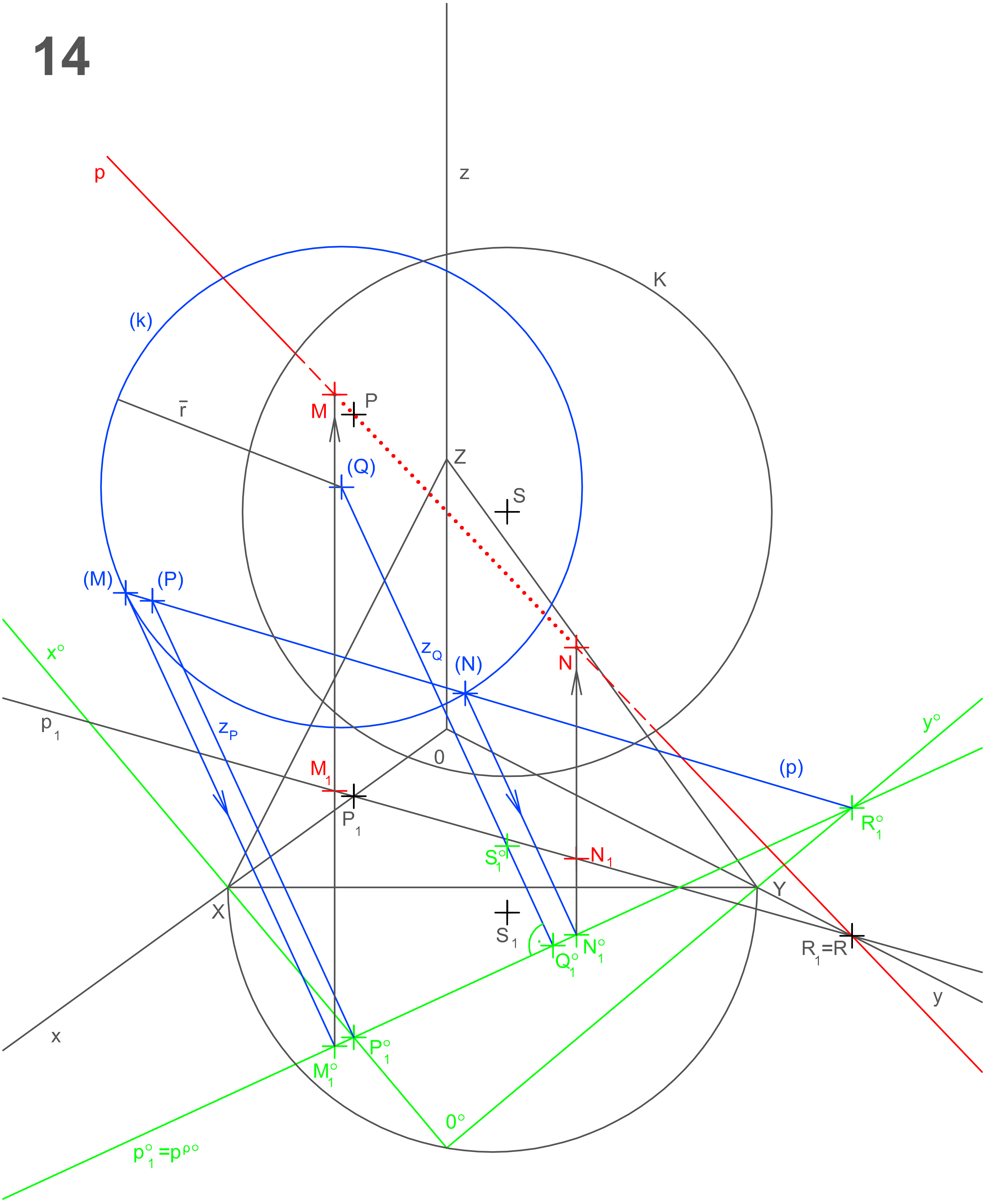
Pozn.: Existuje rychlejší a přesnější řešení (vzpomeňte na průnik přímky a koule v Mongeově promítání, kdy jsme řez koule nezobrazovali, ale rovinu ρ jsme sklopili). K otočené půdorysné stopě roviny ρ narýsujeme skutečnou situaci v rovině ρ. Z-ová souřadnice bodu Q je shodná se z-ovou souřadnicí bodu S.

14



n ρ
m ρ
φ∩ρ
z
p
T
K
n φ
r̄
M
P
Z
Q
a ρ
F
s
S
U
k
N
x°
p1 =p ρ =a1 ρ
0
M1
P1
Q1
N1
S1°
s1
F1
X
S1
Y
R1°
y°
R1=R
Q1°
y
x
P1°
q
0°
p1° =p ρ°
q1

14



p
z
K
(k)
r̄
M
P
Z
(Q)
S
(M)
(P)
x°
z_Q
(N)
N
p_1
z_P
0
M_1
P_1
(p)
y°
R°_1
S°_1
N_1
X
Y
S_1
Q°_1
N°_1
R_1=R
y
x
M°_1
P°_1
0°
p°_1=p^ρ°

15

A4 na výšku

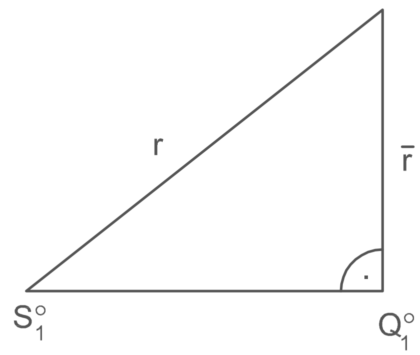
PA : Δ YXZ, Y[6; 8], IYXI = IXZI = 12, IYZI = 10, PODHLED!

Je dána koule o středu S[0; 0; 6] a poloměru r = 6. Dále je dána přímka p = PR, P[-5; 8; 14], R[10; 0; 2]. Zobrazte průnik přímky p a koule, stanovte viditelnost.

Řešení:

1. Uvažujeme rovinu ρ, která obsahuje přímku p a je kolmá k půdorysně π. Zobrazíme řez příslušné kulové plochy rovinou ρ, tj. kružnici k(Q, $\bar{r}$).

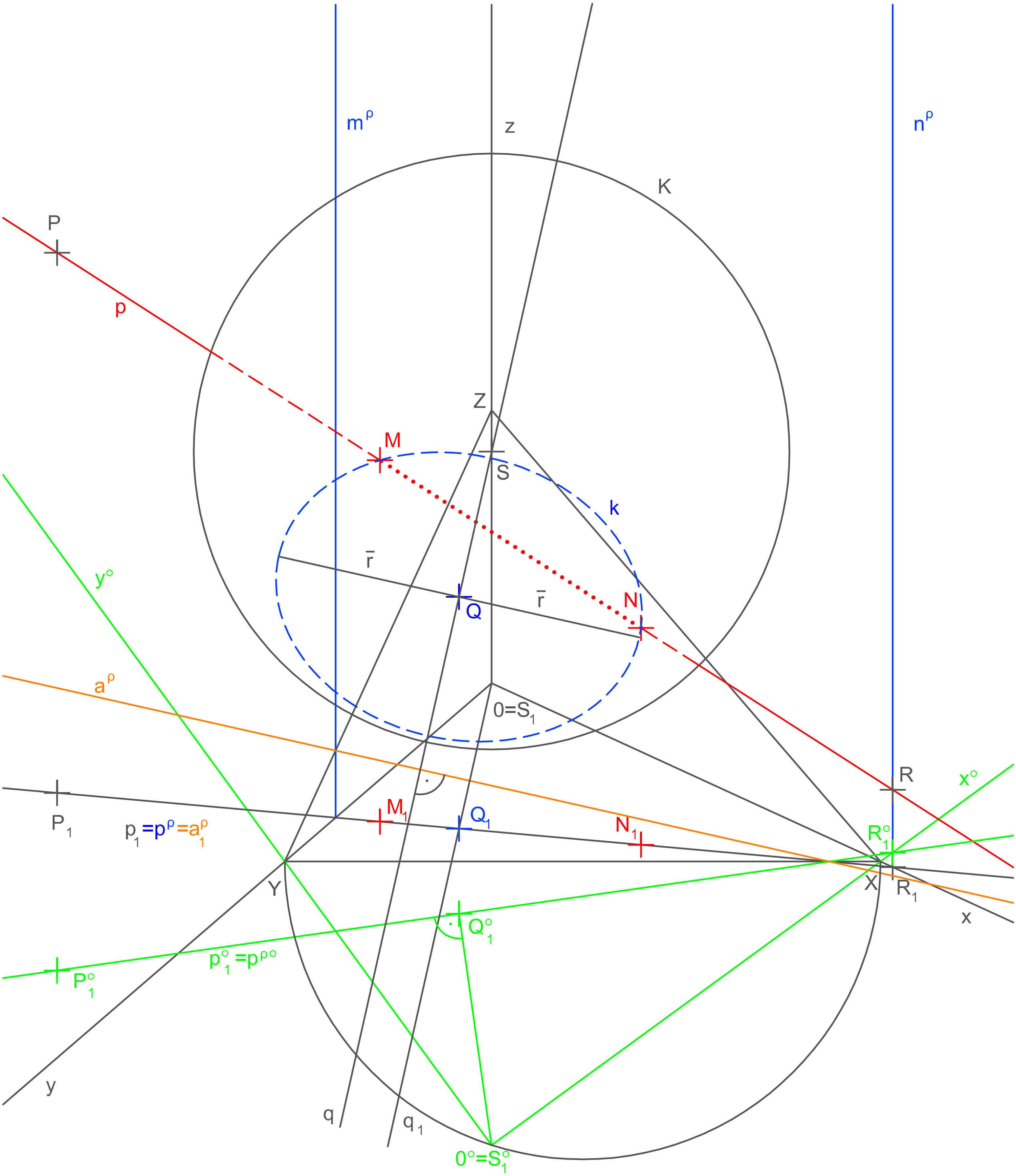
2. Střed Q kružnice k je průsečík přímky q vedené středem S kolmo k rovině ρ. Přímka q se zobrazí jako kolmice k axonometrické stopě roviny ρ, $a^{\rho} = \rho \cap \sigma$. Průsečík Q přímky q a roviny ρ je střed kružnice k. Určíme poloměr $\bar{r}$ kružnice k. V otočení (otáčíme půdorysnu) zjistíme skutečnou velikost úsečky SQ, je to velikost úsečky $S_1^\circ Q_1^\circ$. Poloměr $\bar{r}$ určíme z pomocného obrázku.



3. Zobrazíme řez koule (včetně viditelnosti, pozor je to podhled). Přímka p protíná kružnici k v bodech M, N. Úsečka MN je hledaný průnik přímky p a koule.

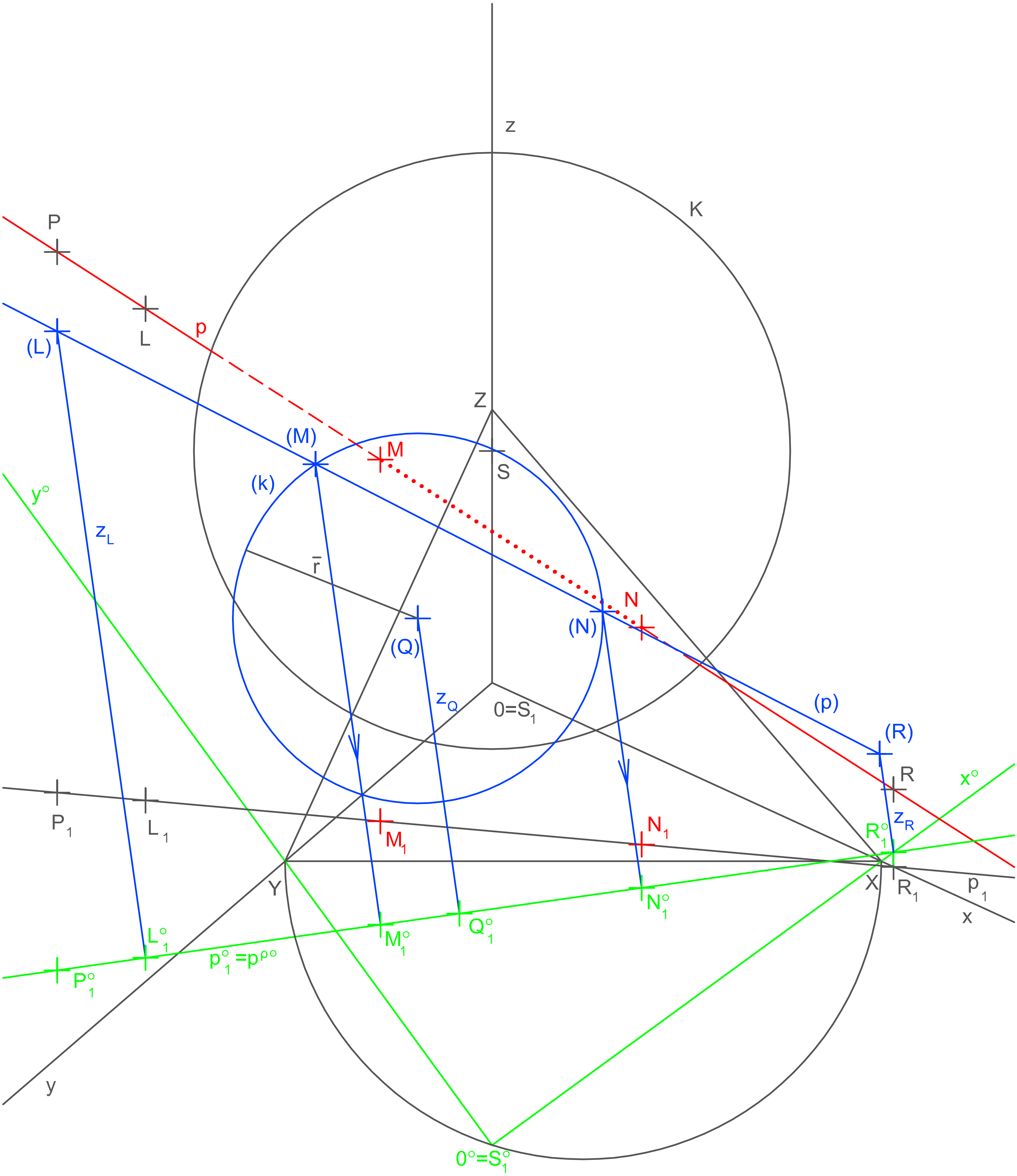
Pozn.: Existuje rychlejší a přesnější řešení. K otočené půdorysné stopě roviny ρ narýsujeme skutečnou situaci v rovině ρ.

15



m^ρ
z
n^ρ
K
P
p
Z
M
S
k
$\bar{r}$
Q
$\bar{r}$
N
y°
a^ρ
$0=S_1$
R
x°
P_1
M_1
Q_1
N_1
R_1°
$p_1=p^\rho=a_1^\rho$
Y
X
R_1
x
Q_1°
$p_1^\circ=p^{\rho\circ}$
P_1°
y
q
q_1
$0^\circ=S_1^\circ$

15



z
K
P
L
p
(L)
Z
(M)
M
S
(k)
y°
z_L
r̄
N
(N)
(Q)
z_Q
$0=S_1$
(p)
(R)
R
x°
P_1
L_1
M_1
N_1
R_1°
z_R
Y
X
R_1
p_1
x
N_1°
L_1°
M_1°
Q_1°
$p_1^\circ=p^{\rho\circ}$
P_1°
y
$0^\circ=S_1^\circ$