

## **ZBORCENÉ PŘÍMKOVÉ PLOCHY – ŘEŠENÉ PŘÍKLADY**

**Zpracovala: Kristýna Rožánková**

**FA ČVUT 2011**

# ZBORCENÉ PŘÍMKOVÉ PLOCHY

Zborcené přímkové plochy jsou určeny třemi křivkami  $k$ ,  $l$ ,  $m$ , které neleží na jedné rozvinutelné ploše. Křivky  $k$ ,  $l$ ,  $m$  se nazývají křivky řídící. Zborcená plocha je tvořena tzv. tvořícími přímkami, které protínají všechny řídící křivky  $k$ ,  $l$ ,  $m$ .

Do skupiny zborcených přímkových ploch patří tyto:

- kvadratické přímkové plochy (jednodílný hyperboloid, hyperbolický paraboloid, kvadratická kuželová plocha, kvadratická válcová plocha - tyto jmenované nejsou předmětem této práce)
- Štramberská trůba: řídící křivky – kružnice  $k$ , přímky  $l$  a  $m$
- plocha Montpellierského oblouku: řídící křivky – kružnice  $k$ , přímky  $m$  a  $l$
- plocha Marseilleského oblouku: řídící křivky – kružnice  $k$  a  $l$ , přímka  $m$
- plocha šikmého průchodu: řídící křivky – kružnice  $k$  a  $l$ , přímka  $m$
- cylindroidy (např. Frézierův cylindroid): řídícími křivkami jsou křivky  $k$  a  $l$ , z nichž žádná není přímka, dále je dána nevlastní přímka ( $m^\infty$ ), jež je určena řídící rovinou  $\varphi$
- konoidy: řídící křivky – křivka  $k$ , přímka  $l$  a nevlastní přímka, jež je určena řídící rovinou  $\varphi$ .

Obecný postup pro tvorbu tvořících přímek:

- a) Vybereme si libovolný bod  $K$  na křivce  $k$  a uvažujeme dvě kuželové plochy, jedna s řídící křivkou  $l$  a vrcholem  $K$ , druhá s řídící křivkou  $m$  a rovněž vrcholem  $K$ . Společné přímky těchto dvou kuželových ploch jsou pak tvořícími přímkami dané zborcené přímkové plochy.
- b) Necht' jedna z křivek  $k$ ,  $l$ ,  $m$  je vlastní přímka – např.  $m$  je vlastní přímka. Uvažujme libovolnou rovinu  $\lambda$  procházející přímkou  $m$  a hledáme průsečíky křivek  $k$  a  $l$  s rovinou  $\lambda$ , např.  $K \in k \cap \lambda$ ,  $L \in l \cap \lambda$ , pak přímka určená body  $K$ ,  $L$  je přímkou zborcené plochy.
- c) Necht' jedna z křivek  $k$ ,  $l$ ,  $m$  je nevlastní přímka – např.  $m^\infty$  je nevlastní přímka určená řídící rovinou  $\varphi$ . Uvažujme libovolnou rovinu  $\lambda$  procházející přímkou  $m^\infty$ , tj. libovolnou rovinu  $\lambda$  rovnoběžnou s rovinou  $\varphi$  a hledáme průsečíky křivek  $k$  a  $l$  s rovinou  $\lambda$ , např.  $K \in k \cap \lambda$ ,  $L \in l \cap \lambda$ , pak přímka určená body  $K$ ,  $L$  je přímkou zborcené plochy.

Pro použití v praxi uvažujeme pouze části ploch, většinou omezené rovinami.

Řezy přímkových ploch libovolnou rovinou  $\varrho$  sestrojujeme bodově.

## ZADÁNÍ

### 1. A4 na šířku

MP: O [ 16; 10,5 ]

Plocha nazývaná **Štramberská trúba** je určena řídícími křivkami:

- kružnice k (S, r = 4) v půdorysně, S [8, 5, 0]
- přímka l, L ∈ l, l ∥ x, L [8, 5, 6]
- přímka m, M ∈ m, m ⊥ v (x, z), M [8, 0, 9]

Zobrazte tvořící přímky plochy, sestrojte půdorysy, nárýsy i bokorysy těchto přímek.

### 2. A4 na výšku

PA: O [9, 10] ,  $\alpha(x, y) = 135^\circ$ ,  $\alpha(x, z) = 120^\circ$

Plocha **Štramberská trúba** je určena řídícími křivkami:

- kružnice k (S, r = 4, 5) v půdorysně, S [0, 0, 0] ,
- přímka l, L ∈ l, l ∥ x, L [0, 0, 17] ,
- přímka M, M ∈ m, m ∥ y, M [0, 0, 11].

Zobrazte část plochy mezi rovinami  $\pi$  a  $\alpha$ :  $\alpha \parallel \pi$ , L ∈  $\alpha$ , tj. zobrazte části tvořících přímek plochy a sestrojte obrysové křivky.

Dále zobrazte řez plochy rovinou  $(\infty, \infty, 5)$ ; průniková křivka plochy a roviny je elipsa, sestrojte osy jejího obrazu.

### 3. A4 na výšku

KP: [13, 15],  $\omega = 135^\circ$ , q = 1

Plocha **Montpellierského oblouku** je určena řídícími křivkami:

- kružnice k (K, r = 3) v bokorysně  $\mu$  (y, z), K [0, 0, 3],
- přímka l, L ∈ l, l ∥ y, L [7, 0, 9],
- přímka m, K ∈ m, m ⊥  $\mu$  (y, z).

Zobrazte nejméně 12 tvořících přímek plochy.

### 4. A4 na výšku

KP: [13, 15],  $\omega = 135^\circ$ , q = 1

Plocha **Marseilleského oblouku** je určena řídícími křivkami:

- kružnice k (K, r = 3) v bokorysně  $\mu$  (y, z), K [0, 0, 3],
- kružnice l (L, r = 8) v rovině rovnoběžné s  $\mu$  , L [5, 0, 0],
- přímka m, K ∈ m, m ⊥  $\mu$ .

Zobrazte nejméně 12 tvořících přímek plochy.

### 5. A4 na výšku

PA:  $\Delta YXZ$ , Y [9,5; 14], |YX| = 10, izometrie, **PODHLÉD**

Zobrazte část plochy **Marseilleského oblouku** nad lichoběžníkem CDEF, C [5, 3, 0], D [0, 0, 0], E [0, 16, 0], F [5, 13, 0].

Plocha oblouku je určena řídícími křivkami:

- půlkružnice k (K, r = 5) v rovině rovnoběžné s bokorysnou  $\mu$  (y, z), K [5, 8, 0] (půlkružnice nad půdorysnou),
- půlkružnice l (L, r = 12) v bokorysně  $\mu$ , L [0, 8, -3],
- přímka m, K ∈ m, m ⊥  $\mu$ .

Zobrazte části nejméně 15-ti tvořících přímek plochy. Dále zobrazte řezy plochy rovinami  $\alpha$ : EF ⊂  $\alpha$ ,  $\alpha \perp \pi$  a  $\beta$ : CD ⊂  $\beta$ ,  $\beta \perp \pi$  (bodově).

6. A4 na výšku

KP: O [14, 15],  $\alpha = 135^\circ$ ,  $q = 1$

Plocha **šikmého průchodu** je určena řídícími křivkami:

- kružnice k (K,  $r = 4$ ) v bokorysně  $\mu$ , K [0, 0, 0],
- kružnice l (L,  $r = 4$ ) v rovině rovnoběžné s  $\mu$ , L [7, -3, 0],
- přímka m,  $M \in m$ ,  $m \perp \mu$ , M je střed úsečky KL.

Zobrazte nejméně 12 tvořících přímek plochy.

7. A4 na výšku

PA:  $\Delta XYZ$ , X [4, 5; 14],  $|XY| = |XZ| = 10$ ,  $|YZ| = 11$

Zobrazte část plochy **šikmého průchodu** mezi půlkružnicemi k(K,  $r = 5$ ) a l(L,  $r = 5$ ) (nad půdorysnou  $\pi$  (x, y)), K [0, 9, 0], L [10, 5, 0].

Půlkružnice k leží v bokorysně  $\mu$  (y, z), půlkružnice l v rovině rovnoběžné s bokorysnou.

Zobrazte části nejméně 15-ti tvořících přímek plochy a sestrojte obrysovou křivku.

8. A4 na šířku

PA: O [14, 10], (osa z svislá), izometrie

Zobrazte část plochy nazývané **Freziérův cylindroid**. Plocha je určena těmito řídícími útvary:

- horní polovina elipsy k v nárysně  $\nu$  (x, z), K [8, 0, 8] je střed, hlavní osa elipsy je rovnoběžná s osou x, velikost hlavní poloosy  $a = 5$ , velikost vedlejší poloosy  $b = \frac{5}{\sqrt{2}}$ ,
- horní polovina elipsy l v bokorysně  $\mu$  (y, z), L [0, 8, 0] je střed elipsy, hlavní osa elipsy je osa y, velikost hlavní poloosy  $a = 5$ , velikost vedlejší poloosy  $b = \frac{5}{\sqrt{2}}$ ,
- nevlastní přímka, která je určena řídící rovinou  $\varphi$ ,  $KL \subset \varphi$ ,  $\varphi \perp \pi$ .

Zobrazte části tvořících přímek mezi křivkami k a l, sestrojte obrysovou křivku.

9. A4 na šířku

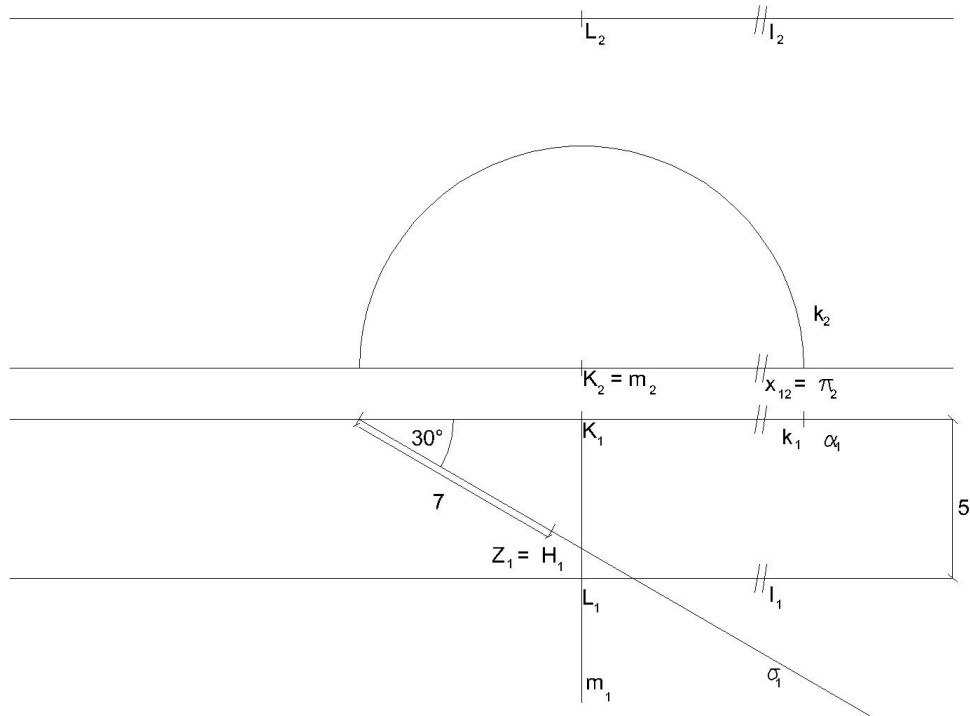
LP: H [20, 14],  $v_h=8$ ,  $d = 33$

Plocha **Montpelliérského oblouku** je určena řídícími křivkami:

- horní půlkružnice k(K,  $r = 7$ ) v rovině  $\alpha$ ,  $\alpha$  je kolmá k rovině  $\pi$ ,  $K \in \pi$ .
- přímka l,  $L \in l$ , L nad  $\pi$ ,  $|L_1L| = 11$
- přímka m,  $K \in m$ ,  $m \perp \alpha$ .

Zobrazte nejméně 10 tvořících přímek plochy.

9.



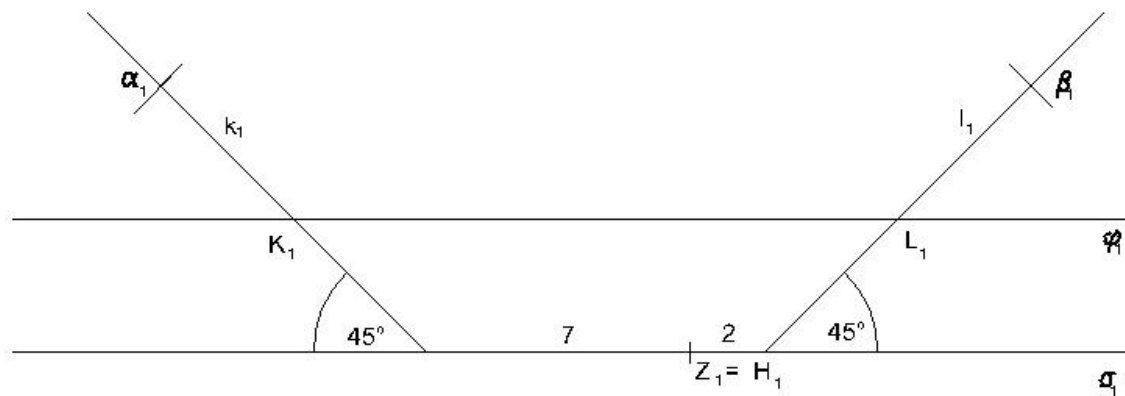
$\sigma$  - průmětna

#### 10. A4 na šířku

LP: H [18, 16],  $v_h = 9$ ,  $d = 28$

Zobrazte část plochy nazývané **cylindroid** (zobrazte část mezi rovinami  $\alpha$  a  $\beta$ ). Plocha je určena těmito řídicími útvary:

- horní půlkružnice  $k(K, r = 5)$  v rovině  $\alpha$ ,  $\alpha$  je kolmá k základní rovině  $\pi$ ,  $K \in \pi$ ,
- horní půlkružnice  $l(L, r = 5)$  v rovině  $\beta$ ,  $\beta \perp \pi$ ,  $L$  nad  $\pi$ ,  $|L_1L| = 5$ ,
- nevlastní přímka určena rovinou  $\varphi$ ,  $KL \subset \varphi$ ,  $\varphi \perp \pi$ .



$\sigma$  - průmětna

1. A4 na šířku

MP: O [ 16; 10,5 ]

Plocha nazývaná **Štramberská trůba** je určena řídícími křivkami:

a) kružnice  $k$  ( $S, r = 4$ ) v půdorysně,  $S [8, 5, 0]$

b) přímka  $l, L \in l, l \parallel x, L [8, 5, 6]$

c) přímka  $m, M \in m, m \perp \nu(x, z), M [8, 0, 9]$

Zobrazte tvořící přímky plochy, sestrojte půdorysy, nárýsy i bokorysy těchto přímek.

Postup:

1) Vyneseme si zadání. Řídící křivky jsou: kružnice  $k$ , přímky  $l$  a  $m$ .

2) Zvolíme si libovolnou rovinu  $\lambda$ , která obsahuje přímku  $m$ . Najdeme průsečíky  $\lambda$  s  $k$  – body  $K$  a  $K'$  - a průsečík  $\lambda$  s  $l$  – bod  $N$ . Tvořící přímky plochy jsou  $KN$  a  $K'N$ .

3) Přímky  $KN$  a  $K'N$  protínají řídící přímku  $m$  v bodech  $R$  a  $R'$ . Pro konstrukci dalších přímek volíme další roviny procházející přímku  $m$ .

1

$$M_2 = m_2$$

$$L_2$$

$$l_2$$

$$M_3$$

$$L_3 = l_3$$

$$m_3$$

$$X_{1,2}$$

$$S_2 = M_1$$

$$k_2$$

$$O_{1,2}$$

$$S_3$$

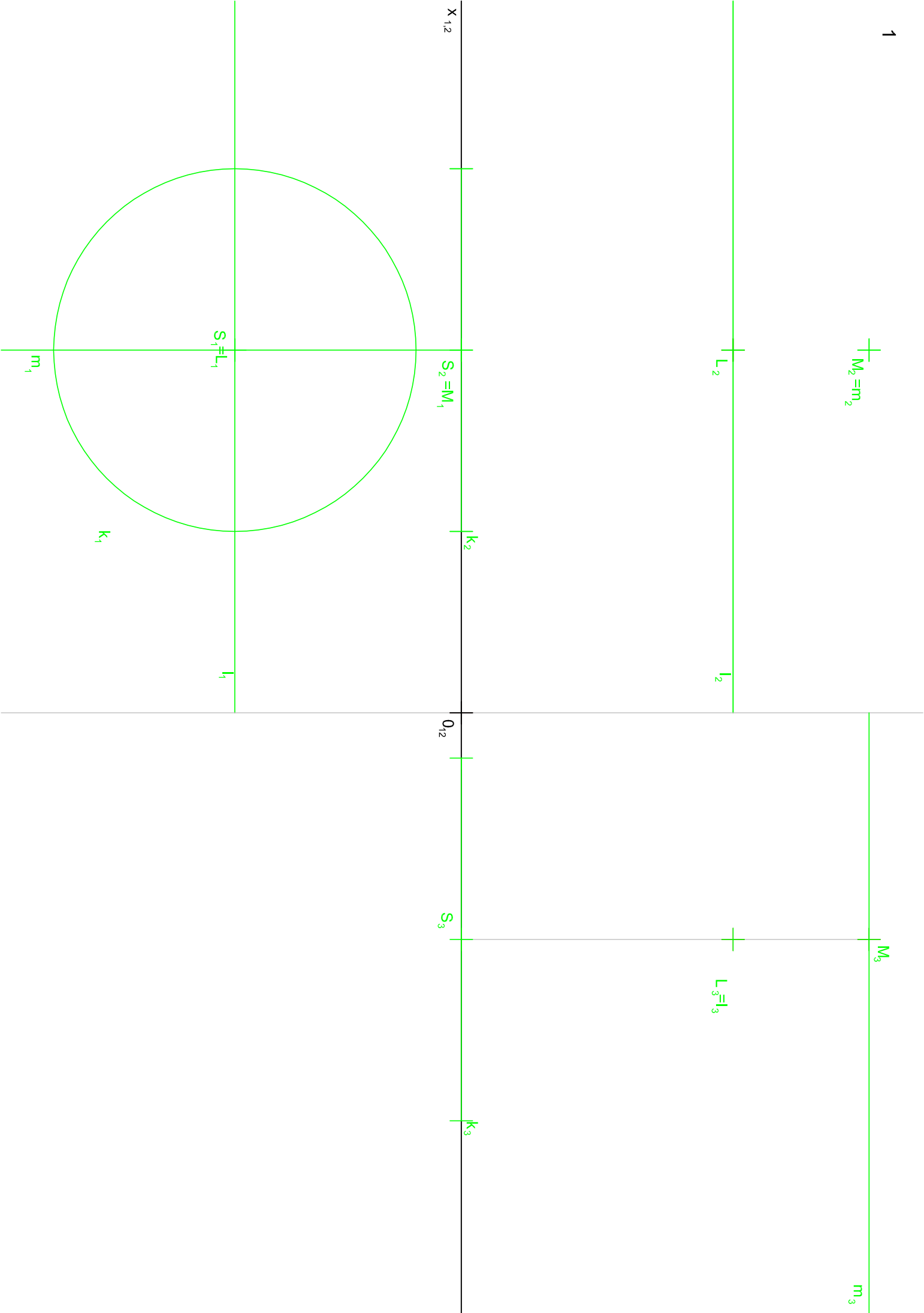
$$k_3$$

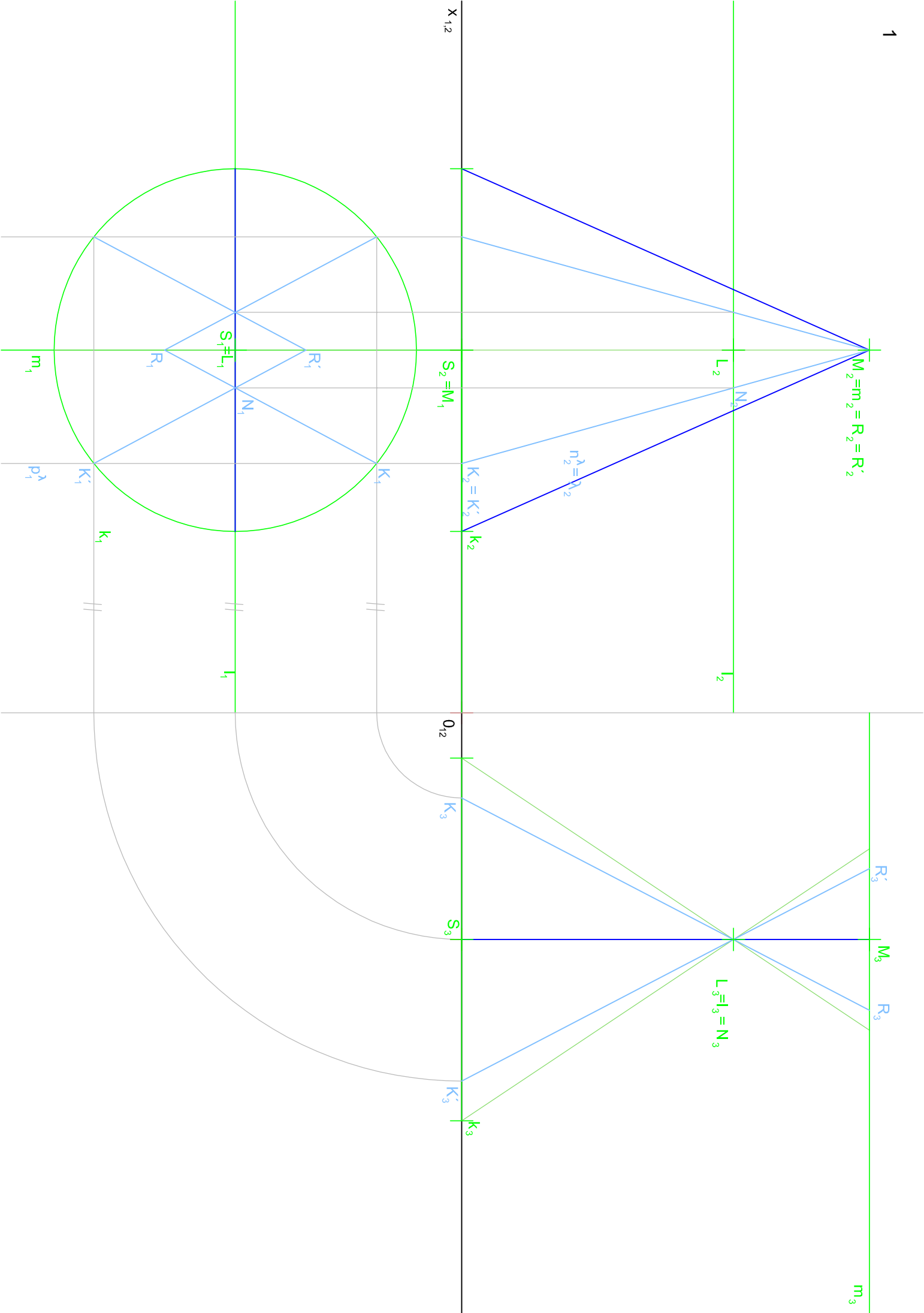
$$S_1 = L_1$$

$$l_1$$

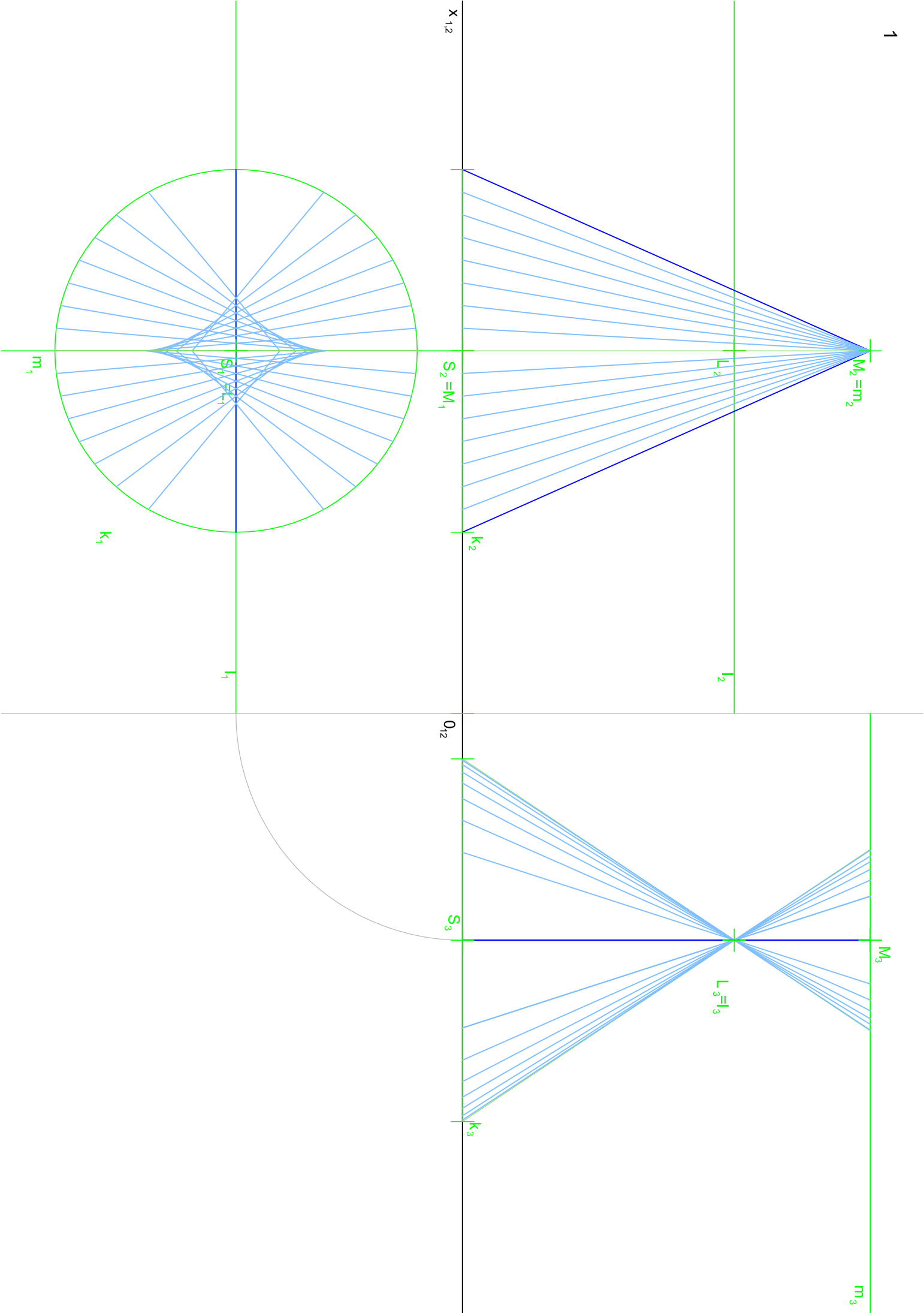
$$k_1$$

$$m_1$$









2. A4 na výšku

PA:  $O [9, 10]$ ,  $\alpha(x, y) = 135^\circ$ ,  $\alpha(x, z) = 120^\circ$

Plocha **Štramberská trůba** je určena řídicími křivkami:

a) kružnice  $k$  ( $S$ ,  $r = 4, 5$ ) v půdorysně,  $S [0, 0, 0]$ ,

b) přímka  $l$ ,  $L \in l$ ,  $l \parallel x$ ,  $L [0, 0, 17]$ ,

c) přímka  $m$ ,  $M \in m$ ,  $m \parallel y$ ,  $M [0, 0, 11]$ .

Zobrazte část plochy mezi rovinami  $\pi$  a  $\alpha$ :  $\alpha \parallel \pi$ ,  $L \in \alpha$ , tj. zobrazte části tvořících přímek plochy a sestrojte obrysové křivky.

Dále zobrazte řez plochy rovinou  $(\infty, \infty, 5)$ ; průniková křivka plochy a roviny je elipsa, sestrojte osy jejího obrazu.

Postup:

1) Vyneseme si zadání. Řídicí křivky jsou: kružnice  $k$ , přímky  $m$  a  $l$ .

2) Konstrukce tvořících přímek viz př. 1. Můžeme volit rovinu  $\lambda$ , která prochází přímkou  $l$ , nebo rovinu  $\omega$ , která prochází přímkou  $m$ . Speciálně volíme-li rovinu  $\nu(x, y)$  a  $\mu(y, z)$ , získáme přímky  $p, q$  a  $m, n$ .

3) Obrysová křivka: pro konstrukci obrysové křivky využijeme dostatečného množství obrazů tvořících přímek. Obrysová křivka je obálkou obrazů těchto přímek.

4) Řez rovinou  $\rho$ : vezměme tvořící přímky, které leží v nárýsně a bokorysně, označme průsečíky s rovinou  $\rho$ :

$$p \cap \rho = P$$

$$q \cap \rho = Q$$

$$m \cap \rho = M$$

$$n \cap \rho = N$$

$PQ$ ,  $MN$  jsou osy řezové elipsy. Jejich obrazy jsou sdružené průměry obrazu elipsy, použijeme Rytzovu konstrukci.

2

z

L

M

Z

O = S = L<sub>1</sub> = M<sub>1</sub>

m

l

m<sub>ρ</sub>

n<sub>ρ</sub>

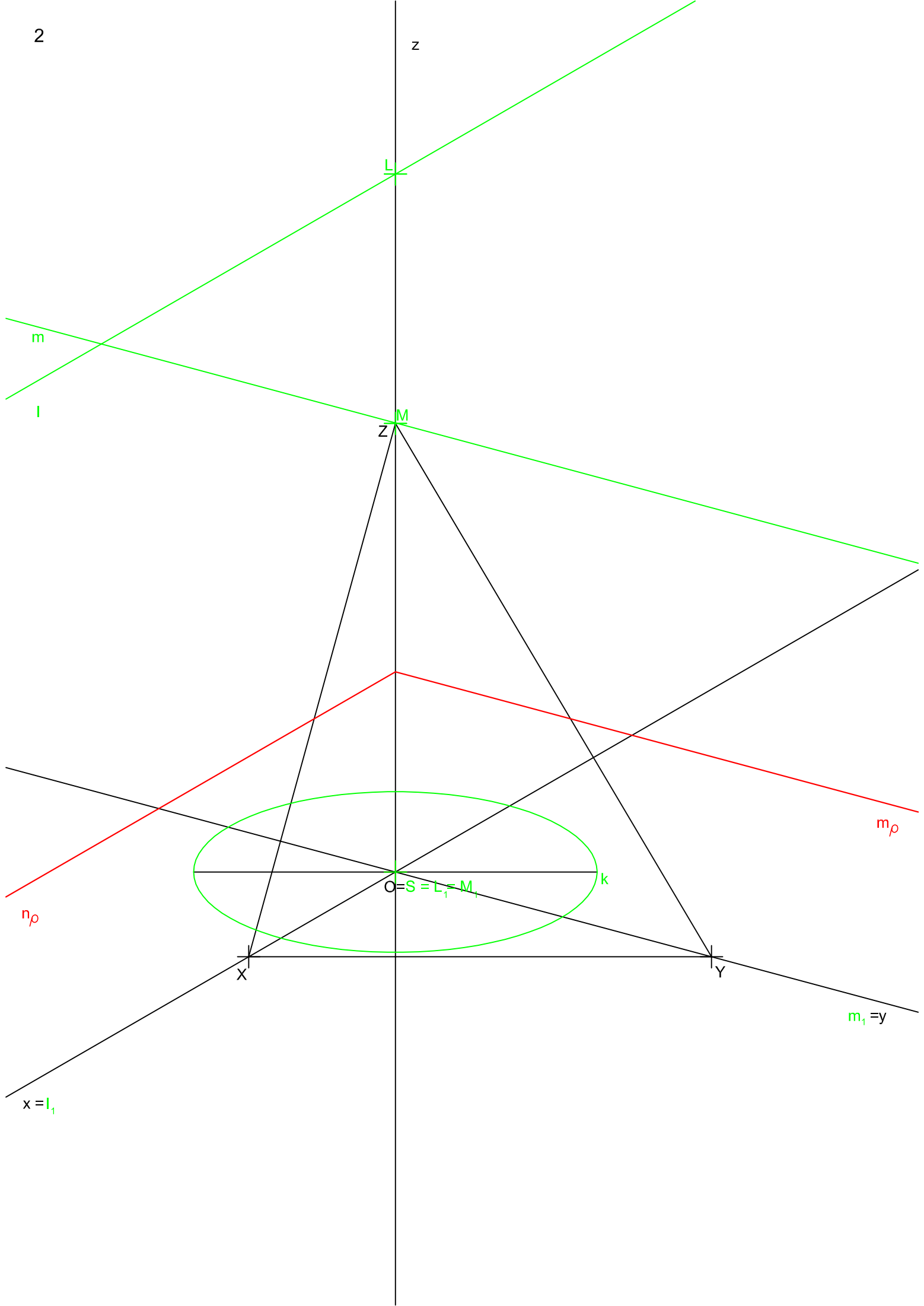
k

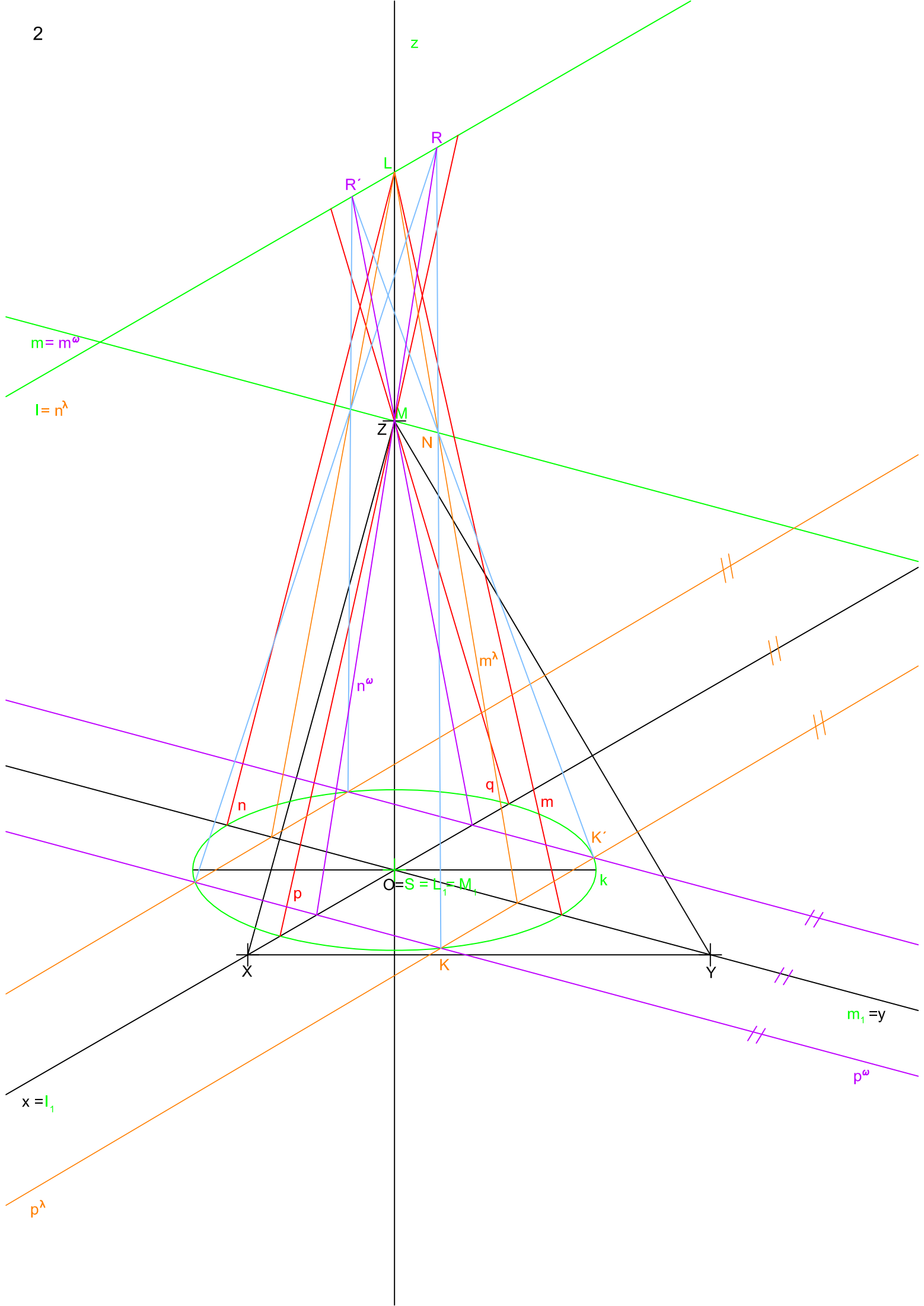
X'

Y'

m<sub>1</sub> = y

x = l<sub>1</sub>





2

z

L

M

Z

O = S = L<sub>1</sub> = M<sub>1</sub>

X

Y

m

l

obálka obrazů přímek  
plochy

m<sub>ρ</sub>

n<sub>ρ</sub>

n

q

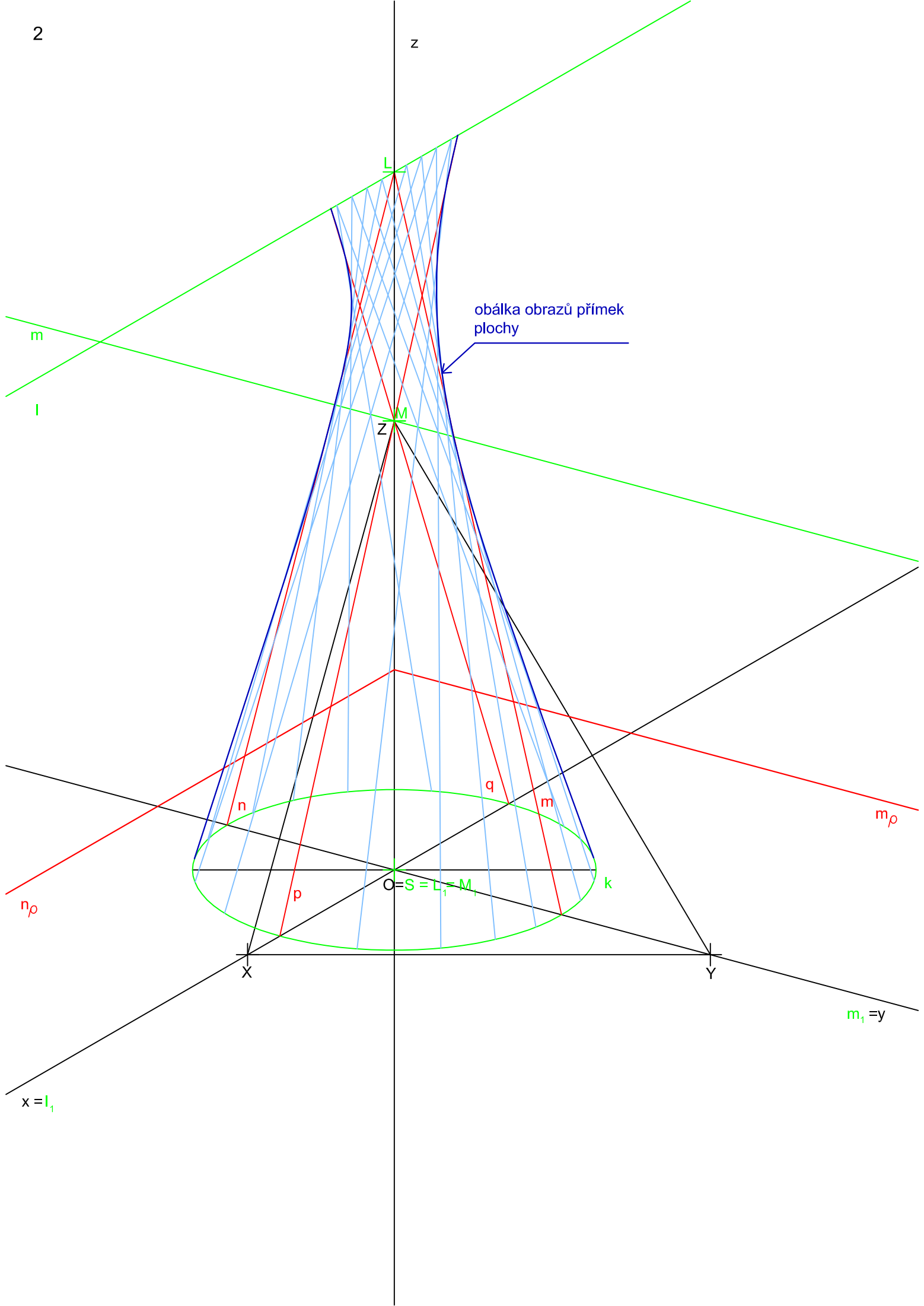
m

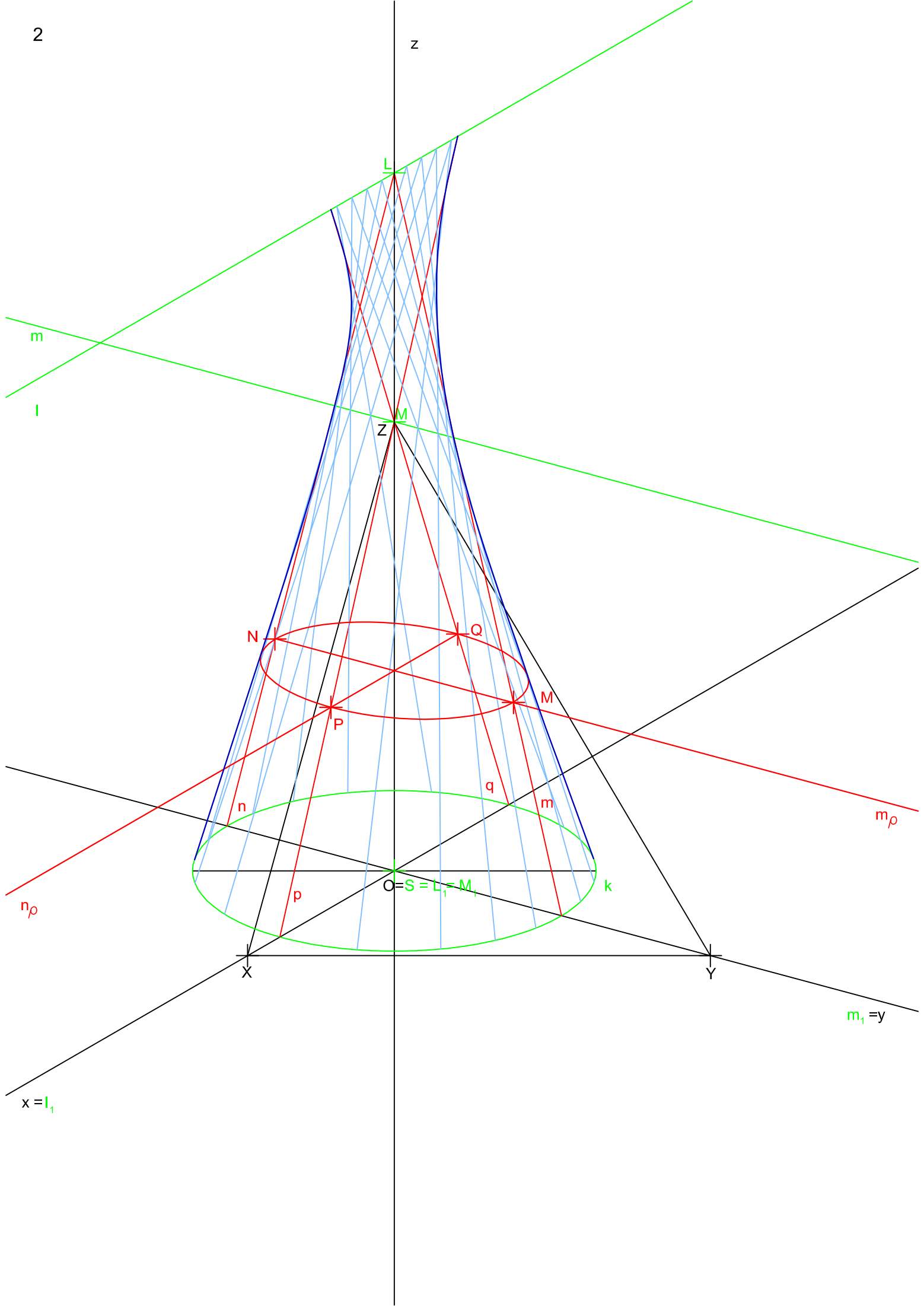
k

p

m<sub>1</sub>=y

x=l<sub>1</sub>





### 3. A4 na výšku

KP: [13, 15],  $\omega = 135^\circ$ ,  $q = 1$

Plocha **Montpeliorského oblouku** je určena řídícími křivkami:

- kružnice  $k$  ( $K$ ,  $r = 3$ ) v bokorysně  $\mu$  ( $y, z$ ),  $K [0, 0, 3]$ ,
- přímka  $l$ ,  $L \in l$ ,  $l \parallel y$ ,  $L [7, 0, 9]$ ,
- přímka  $m$ ,  $K \in m$ ,  $m \perp \mu$  ( $y, z$ ).

Zobrazte nejméně 12 tvořících přímek plochy.

Postup:

1) Vyneseme zadání, tvořící křivky jsou: kružnice  $k$ , přímky  $m$  a  $l$ .

2) Zvolme libovolnou rovinu  $\lambda$ , která prochází přímkou  $m$ . Označme  $A, B$  průsečíky kružnice  $k$  a roviny  $\lambda$ . Označme  $N$  průsečík přímky  $l$  a roviny  $\lambda$ . Průsečík  $N$  jsme sestrojili pomocí průsečnice roviny  $\lambda$  a roviny  $\alpha$ :  $l \subset \alpha$ ,  $\alpha$  je rovnoběžná s rovinou kružnice  $k$ .

Přímky plochy jsou přímky  $AN$  a  $BN$ , tyto přímky protnou řídící přímkou  $m$  v bodech  $R, Q$ .

Plocha je souměrná podle  $v$  ( $x, y$ ), to lze využít ke konstrukci dalších přímek ( $A'N'$ ,  $B'N'$ ).

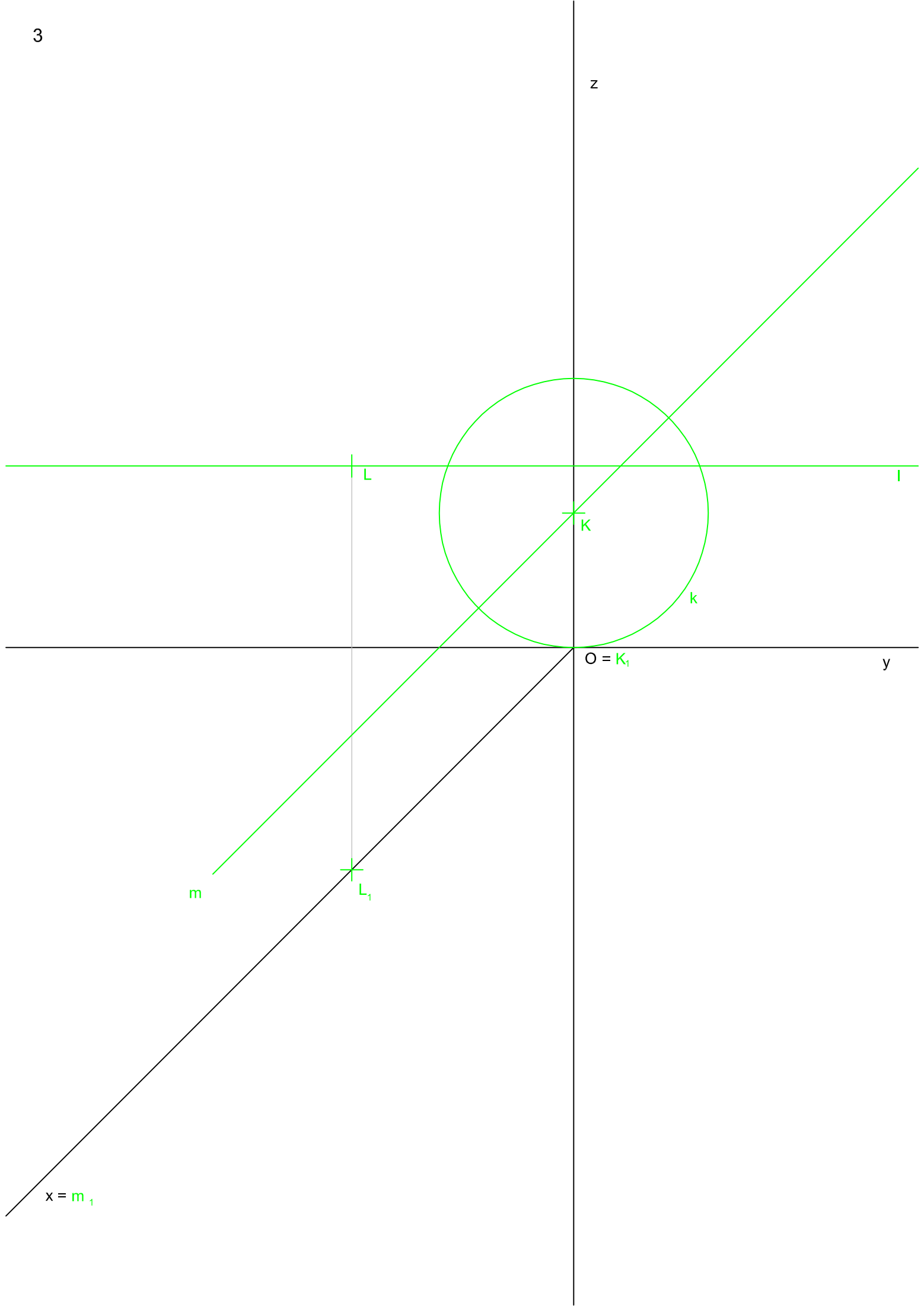
3) V praxi se využívají přímky, které buď protínají horní půlkružnici nebo dolní půlkružnici.

Konstrukci přímek si popíšeme zkráceně: označme  $M$  průsečík  $m$  s rovinou  $\alpha$ . Označme  $p$  libovolný průměr kružnice  $k$  (bokorysná stopa libovolné roviny  $\lambda$ ). Označme  $q$  přímkou, která je rovnoběžná s přímkou  $p$  a prochází bodem  $M$  (průsečnice  $\alpha$  s libovolnou rovinou  $\lambda$ ).

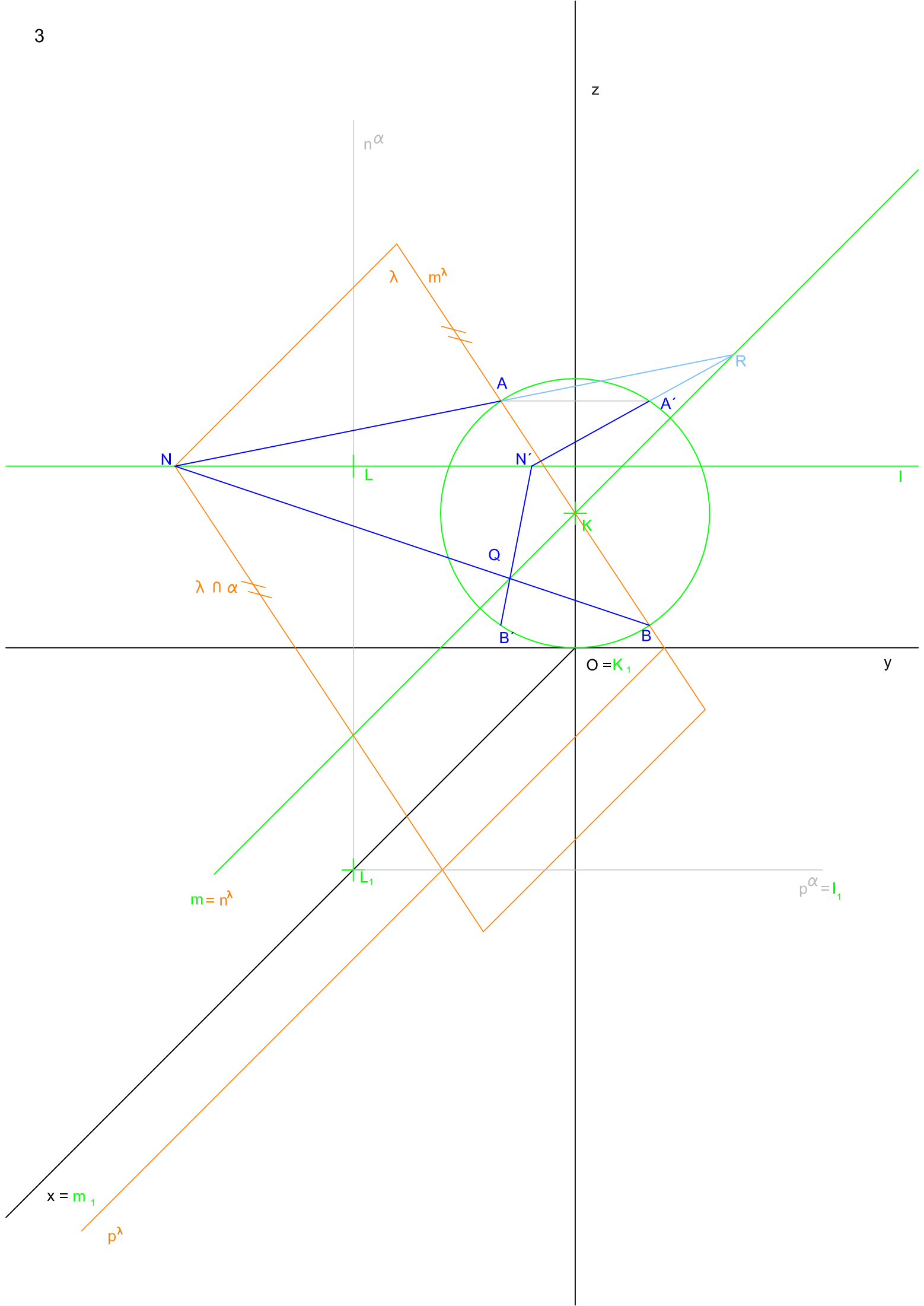
$$A \in k \cap p$$

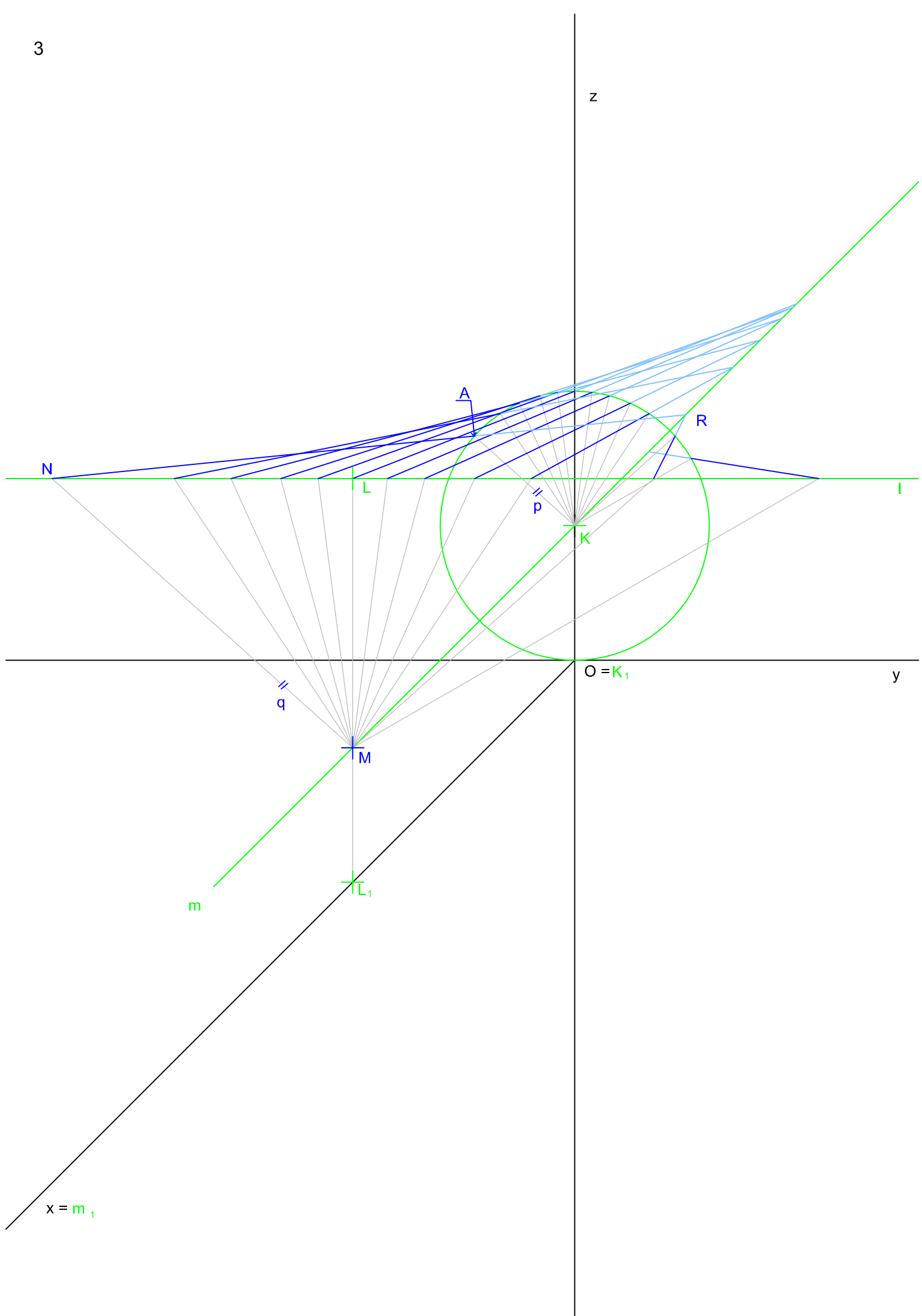
$$N = l \cap q$$

$$AN \cap m = R$$









#### 4. A4 na výšku

KP:  $[13, 15]$ ,  $\omega = 135^\circ$ ,  $q = 1$

Plocha **Marseilleského oblouku** je určena řídícími křivkami:

- kružnice  $k$  ( $K$ ,  $r = 3$ ) v bokorysně  $\mu$  ( $y, z$ ),  $K [0, 0, 3]$ ,
- kružnice  $l$  ( $L$ ,  $r = 8$ ) v rovině rovnoběžné s  $\mu$ ,  $L [5, 0, 0]$ ,
- přímka  $m$ ,  $K \in m$ ,  $m \perp \mu$ .

Zobrazte nejméně 12 tvořících přímek plochy.

Postup:

1) Vyneseme si zadání, tvořící křivky jsou: kružnice  $k$  a  $l$ , přímka  $m$ .

2) Zvolme libovolnou rovinu  $\lambda$ , která prochází přímkou  $m$ .

Označme  $A, B$  průsečíky kružnice  $k$  s rovinou  $\lambda$ .

Označme  $A', B'$  průsečíky kružnice  $l$  s rovinou  $\lambda$ , tyto průsečíky leží na průsečnici roviny  $\lambda$  a roviny  $\alpha$  (rovina kružnice  $l$ ).

Přímky plochy jsou přímky  $AA', BB'$  a také  $AB'$  a  $A'B$ .

Tyto přímky protínají řídící přímku  $m$  postupně v bodech  $R, Q, R', Q'$ .

Plocha je souměrná podle nárysny, to lze využít ke konstrukci dalších přímek plochy.

3) V praxi se nevyžívají přímky  $AB', A'B$  (ty, které protínají přímku  $m$  v bodech mezi rovinami  $\alpha$  a  $\mu$ ).

Popišme si konstrukci přímek zkráceně:

Označme  $M$  průsečík  $m$  s rovinou  $\alpha$ .

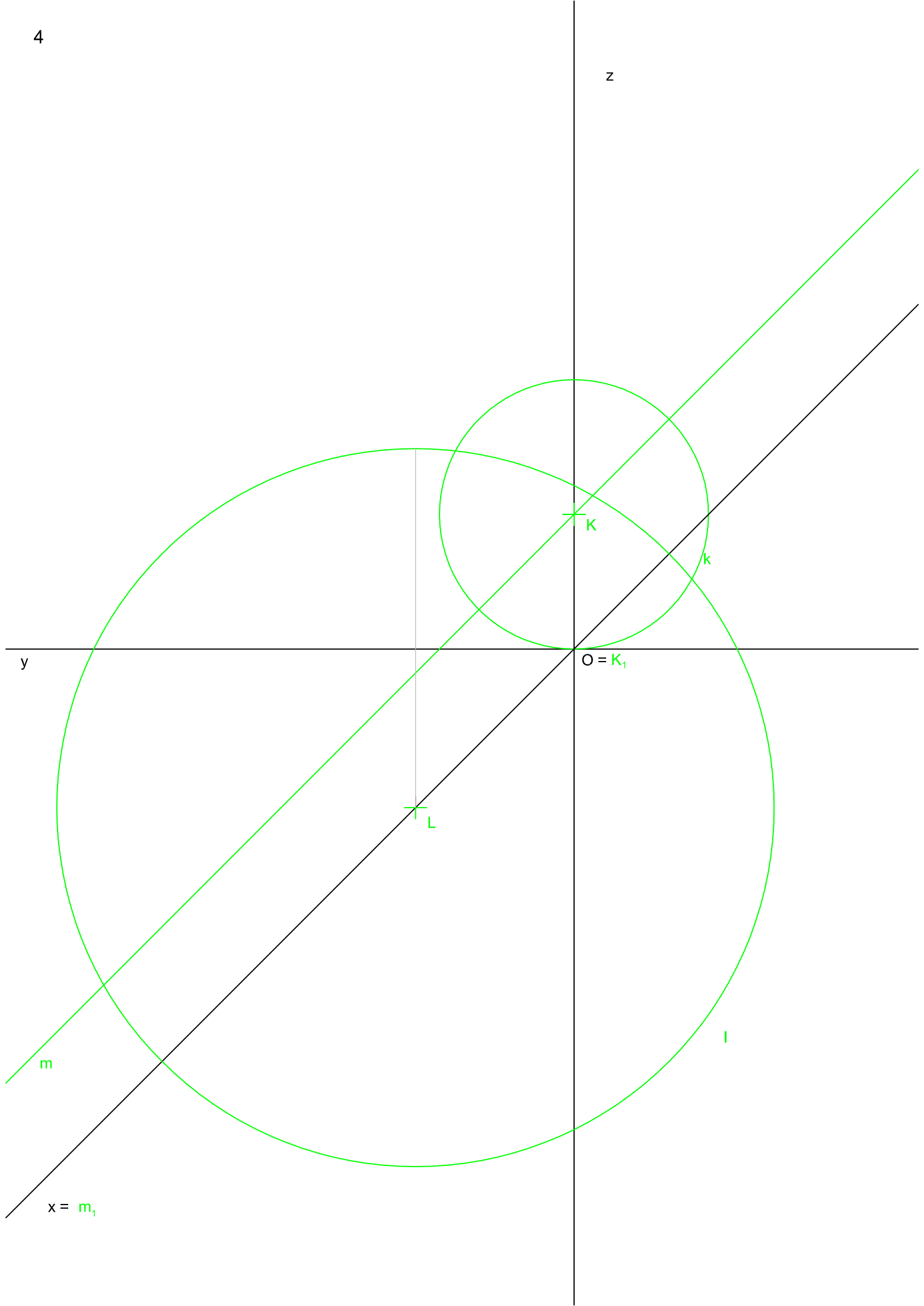
Označme  $p$  libovolný průměr kružnice  $k$  (bokorysná stopa libovolné roviny  $\lambda$ ).

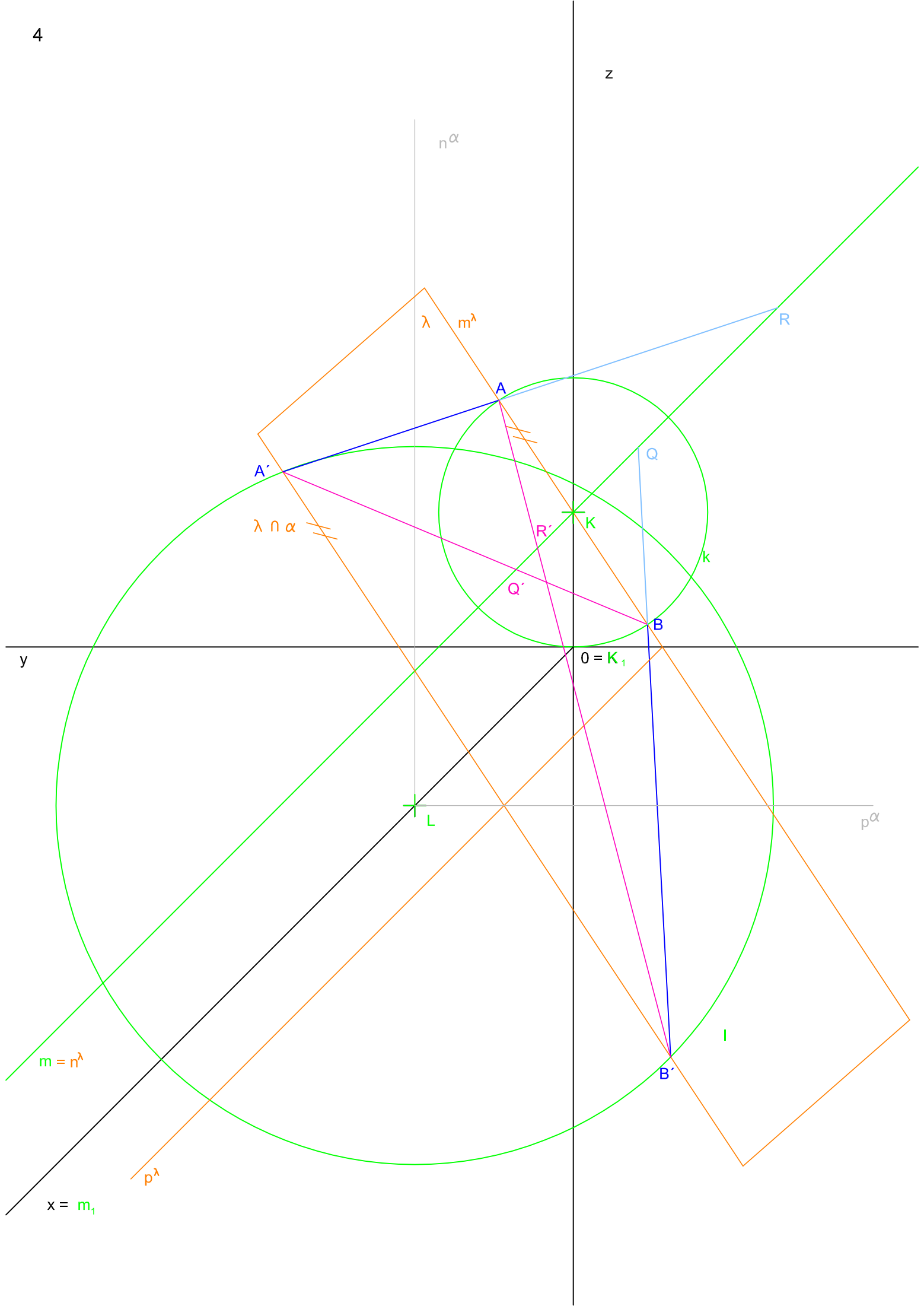
Označme  $q$  přímku, která je rovnoběžná s přímkou  $p$  a prochází bodem  $M$  (průsečnice  $\alpha$  s libovolnou rovinou  $\lambda$ ).

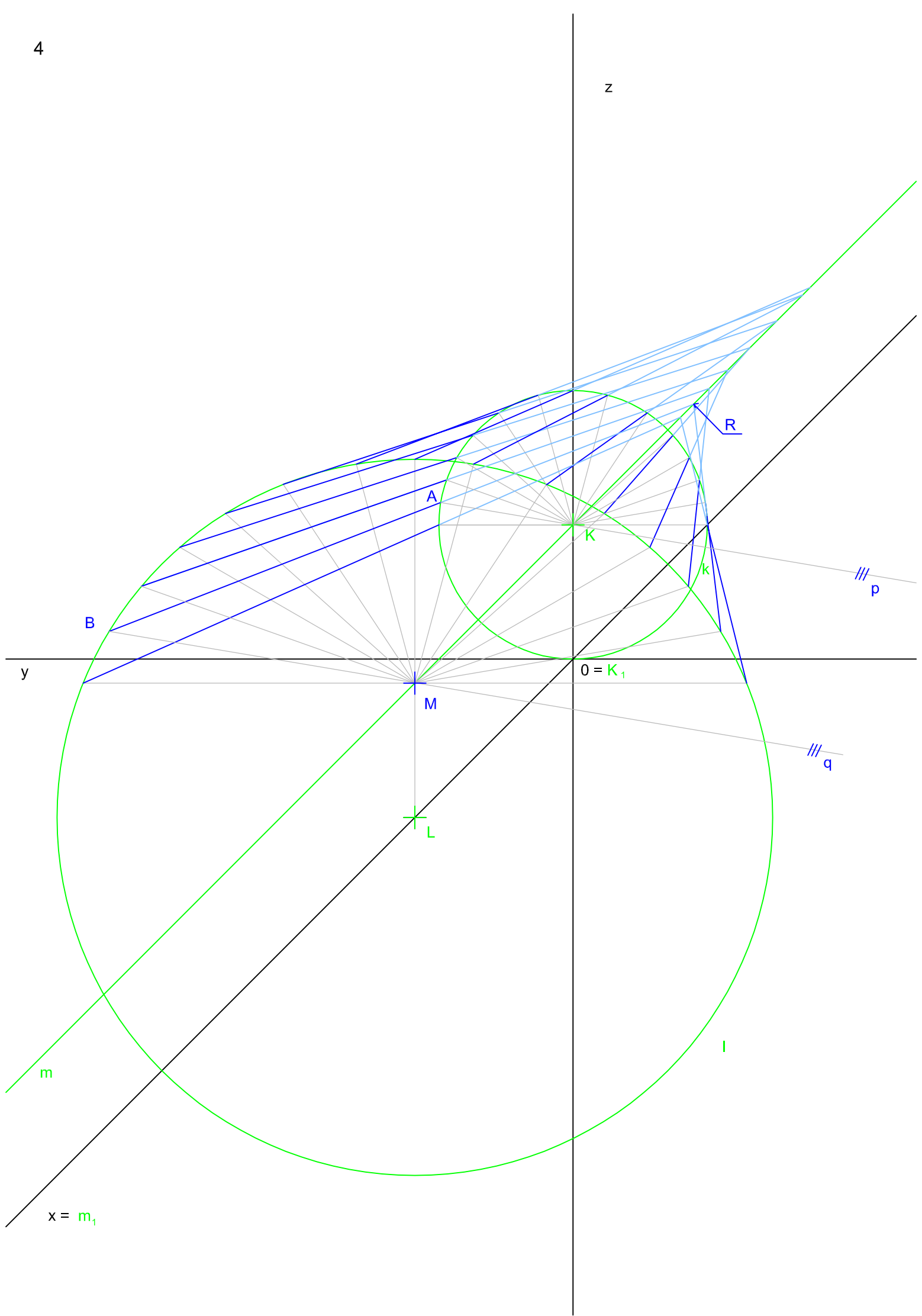
$A \in k \cap p$

$B \in l \cap q$

$AB \cap m = R$







5. A4 na výšku

PA:  $\Delta YXZ$ ,  $Y [9,5; 14]$ ,  $|YX| = 10$ , izometrie, **PODHLÉD**

Zobrazte část plochy **Marseilleského oblouku** nad lichoběžníkem CDEF,  $C [5, 3, 0]$ ,  $D [0, 0, 0]$ ,  $E [0, 16, 0]$ ,  $F [5, 13, 0]$ .

Plocha oblouku je určena řídícími křivkami:

- půlkružnice  $k$  ( $K$ ,  $r = 5$ ) v rovině rovnoběžné s bokorysnou  $\mu$  ( $y, z$ ),  $K [5, 8, 0]$   
(půlkružnice nad půdorysnou),
- půlkružnice  $l$  ( $L$ ,  $r = 12$ ) v bokorysně  $\mu$ ,  $L [0, 8, -3]$ ,
- přímka  $m$ ,  $K \in m$ ,  $m \perp \mu$ .

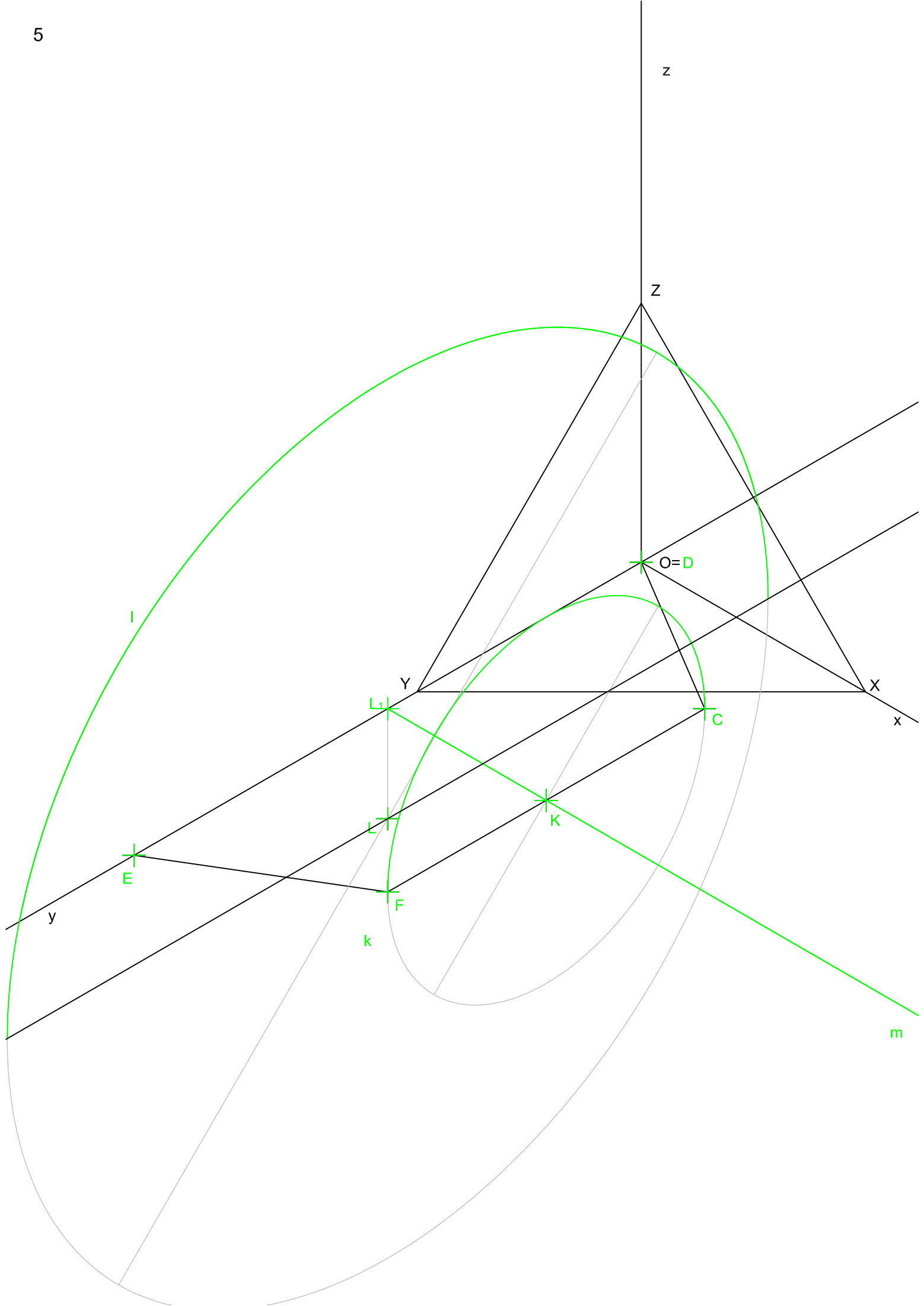
Zobrazte části nejméně 15-ti tvořících přímek plochy. Dále zobrazte řezy plochy rovinami  $\alpha$ :  
 $EF \subset \alpha$ ,  $\alpha \perp \pi$  a  $\beta$ :  $CD \subset \beta$ ,  $\beta \perp \pi$  (bodově).

Postup:

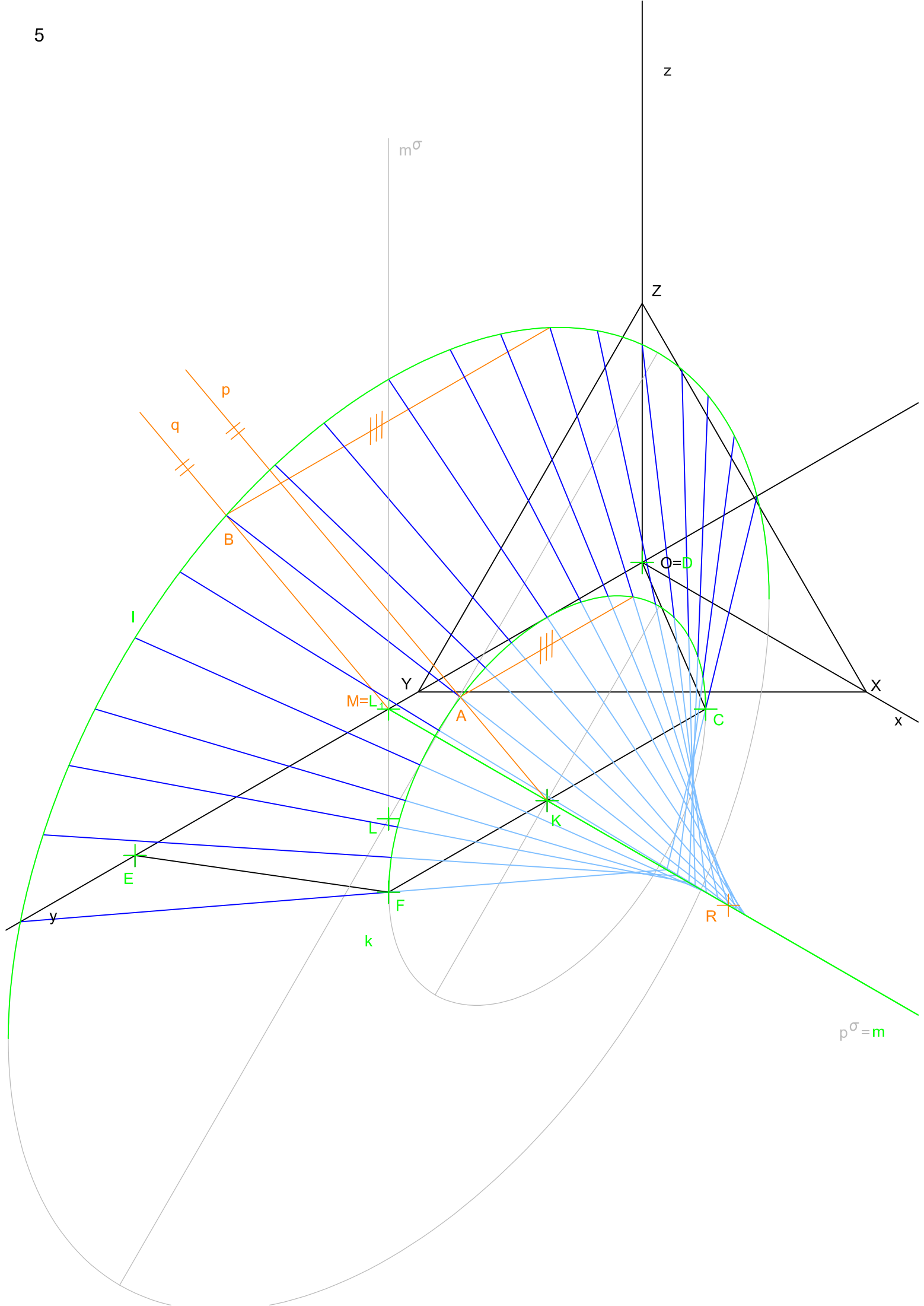
1) Vyneseme si zadání, tvořící křivky jsou: půlkružnice  $k$  a  $l$ , přímka  $m$ .

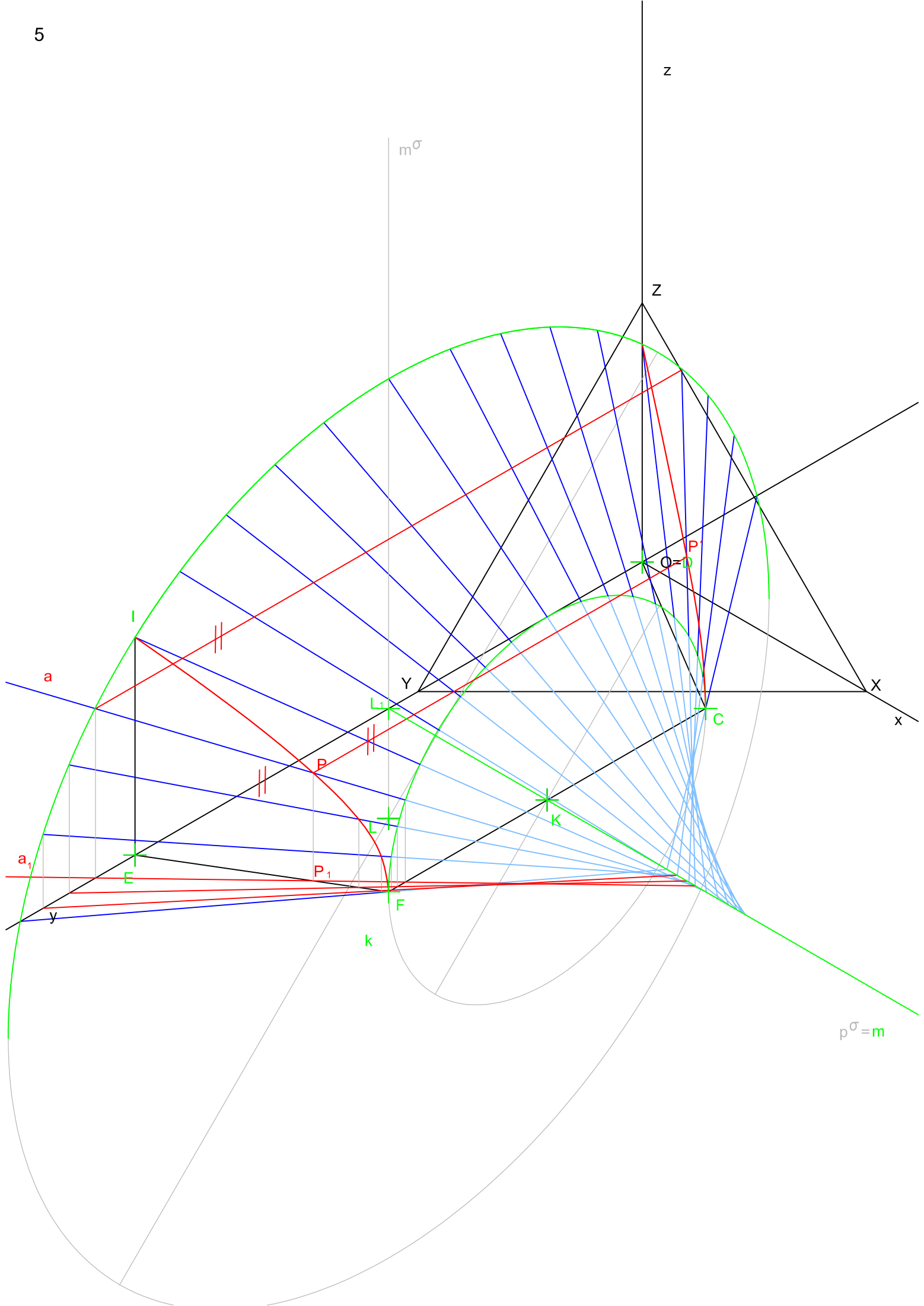
2) Při konstrukci tvořících přímek postupujeme stejně jako v př.4, plocha je souměrná podle roviny  $\sigma$ .

3) Řez: uvažujeme část plochy nad lichoběžníkem CDEF. Sestrojíme řezové křivky, které leží v rovinách  $\alpha$  a  $\beta$ .  $EF \subset \alpha$ ,  $\alpha \perp \pi$ ,  $CD \subset \beta$ ,  $\beta \perp \pi$ . Křivky sestrojíme bodově, zvolíme libovolnou tvořící přímku a plochy,  $P = a \cap \alpha$ . Plocha je souměrná podle roviny  $\sigma$ , to využijeme pro konstrukci řezové křivky v rovině  $\beta$  (bod  $P'$ ).









$m^\sigma$

z

Z

a

Y

X

x

C

$a_1$

E

$P_1$

F

k

K

O=D

P'

I

P

$L_1$

L

$p^\sigma = m$

y

||

||

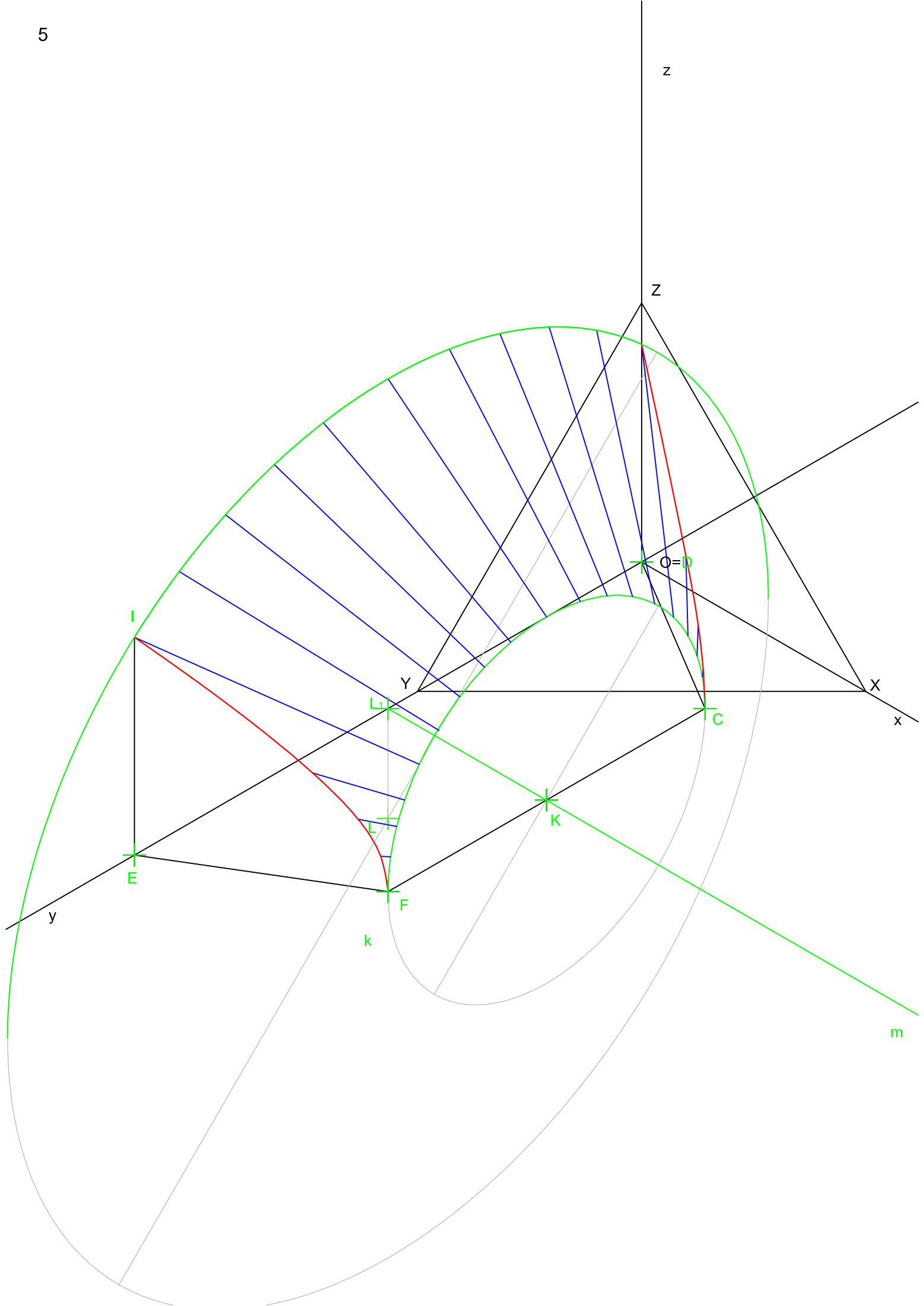
||

⊥

⊥

⊥

\*



6. A4 na výšku

KP: O [14, 15],  $\alpha = 135^\circ$ ,  $q = 1$

Plocha **šikmého průchodu** je určena řídicími křivkami:

- kružnice  $k$  ( $K$ ,  $r = 4$ ) v bokorysně  $\mu$ ,  $K [0, 0, 0]$ ,
- kružnice  $l$  ( $L$ ,  $r = 4$ ) v rovině rovnoběžné s  $\mu$ ,  $L [7, -3, 0]$ ,
- přímka  $m$ ,  $M \in m$ ,  $m \perp \mu$ ,  $M$  je střed úsečky  $KL$ .

Zobrazte nejméně 12 tvořících přímek plochy.

Postup:

1) Vyneseme si zadání, tvořící křivky jsou: kružnice  $k$  a  $l$ , přímka  $m$ .

Označme  $\alpha$  rovinu kružnice  $l$ .

Označme  $m \cap \alpha = I$ ,  $m \cap \mu$  ( $= m \cap$  rovina kružnice  $k$ ) =  $II$

2) Zvolme libovolnou rovinu  $\lambda$ , která prochází přímkou  $m$ .

Označme  $A, A'$  průsečíky kružnice  $k$  s rovinou  $\lambda$ .

Označme  $B, B'$  průsečíky  $l$  s rovinou  $\lambda$ .

Přímky  $AB, A'B', AB', A'B$  protínají všechny řídicí křivky. Přímky  $AB$  a  $A'B'$  protínají přímkou  $m$  v bodech  $R$  a  $Q$ .

POZOR: Přímky  $AB'$  a  $A'B$  protínají přímkou  $m$  v bodě  $M$ . Tyto přímky leží na kuželové ploše, její řídicí kružnice je kružnice  $k$  (nebo  $l$ ) a vrchol je bod  $M$ . Tyto přímky nepočítáme k tvořícím přímkám plochy šikmého průchodu!!!

3) Popišme si konstrukci přímek zkráceně:

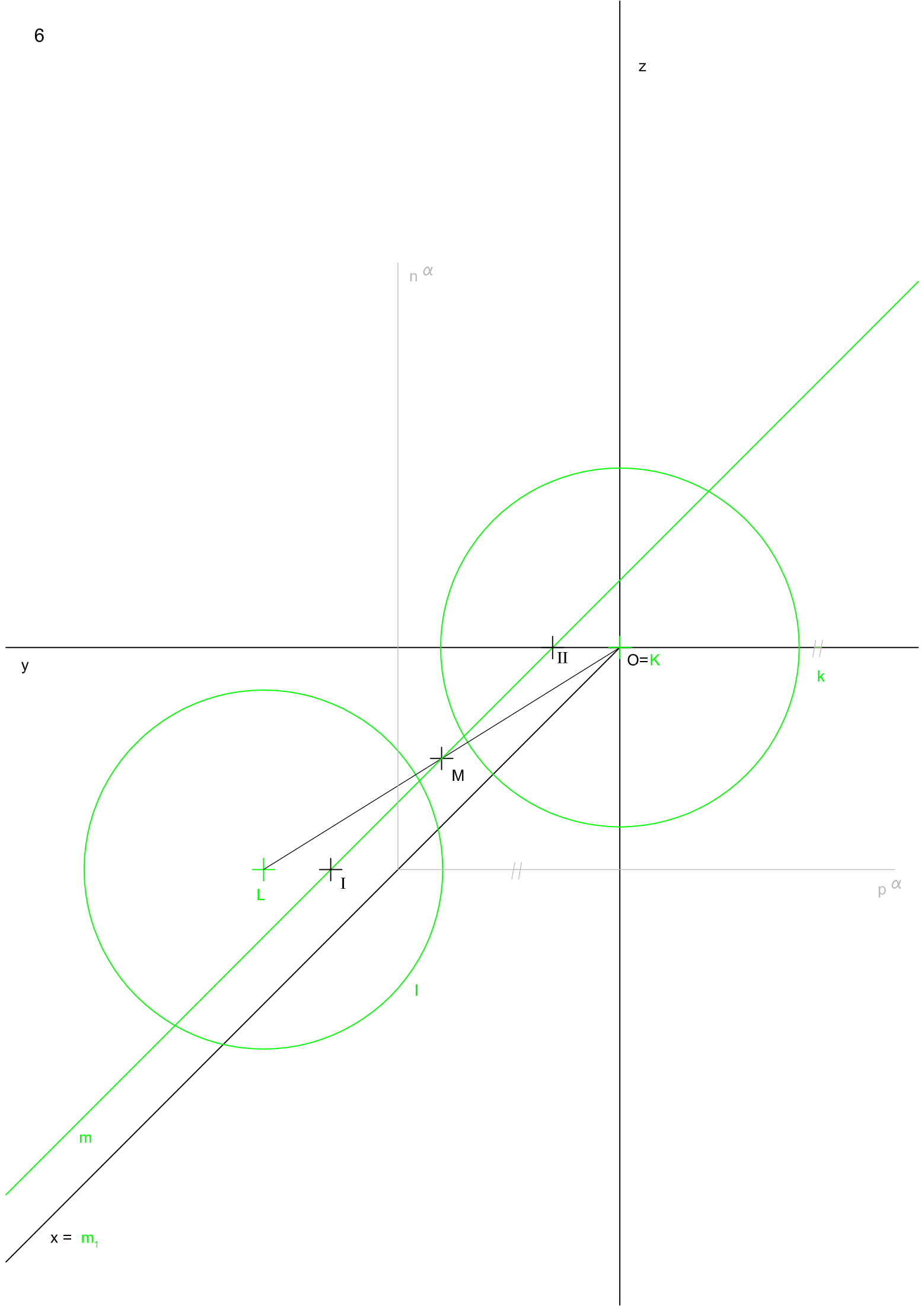
Označme  $p$  libovolnou přímkou procházející bodem  $II$  a ležící v rovině kružnice  $k$  (v bokorysně).

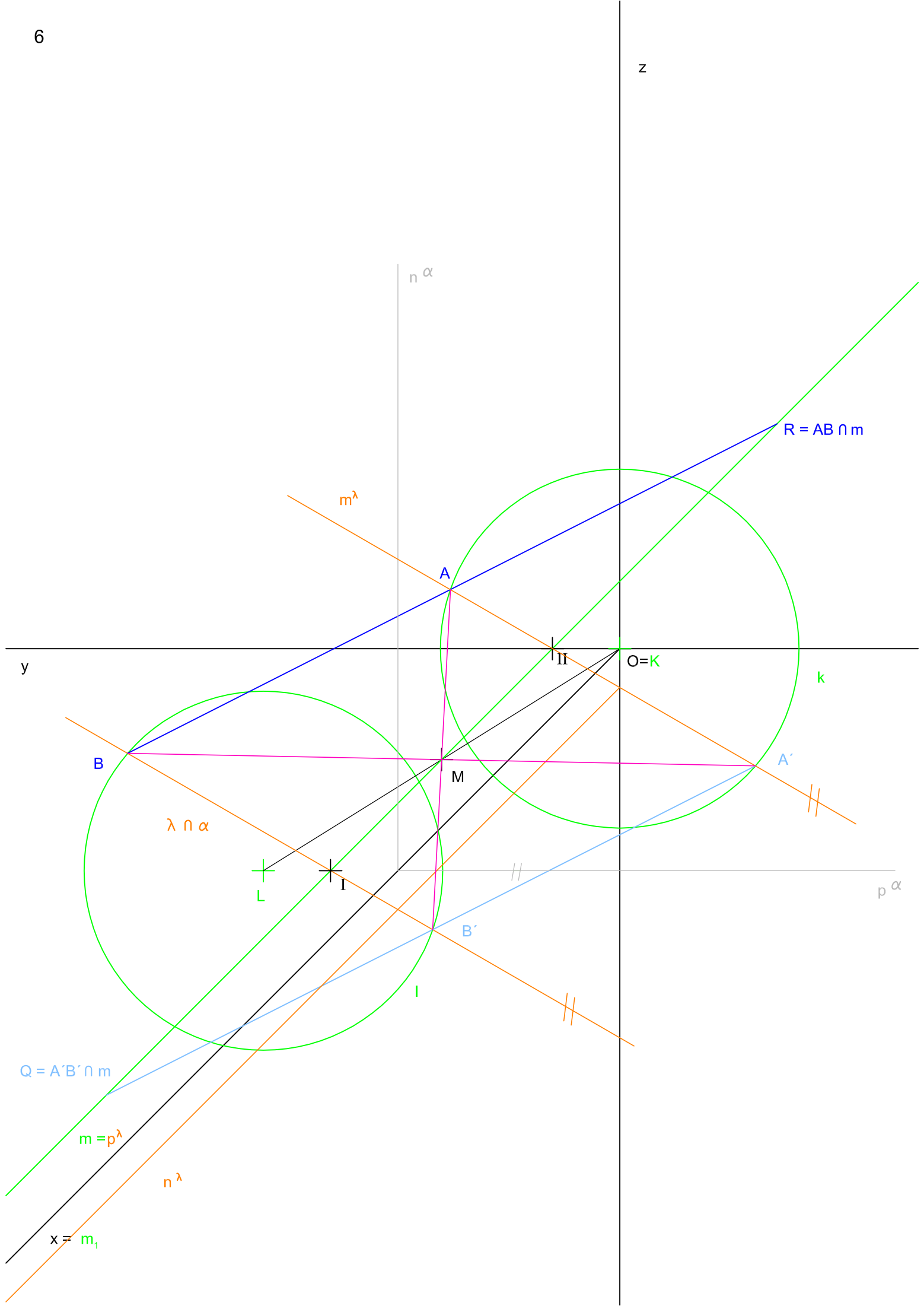
Označme  $q$  přímkou procházející bodem  $I$  a rovnoběžnou s  $p$ .

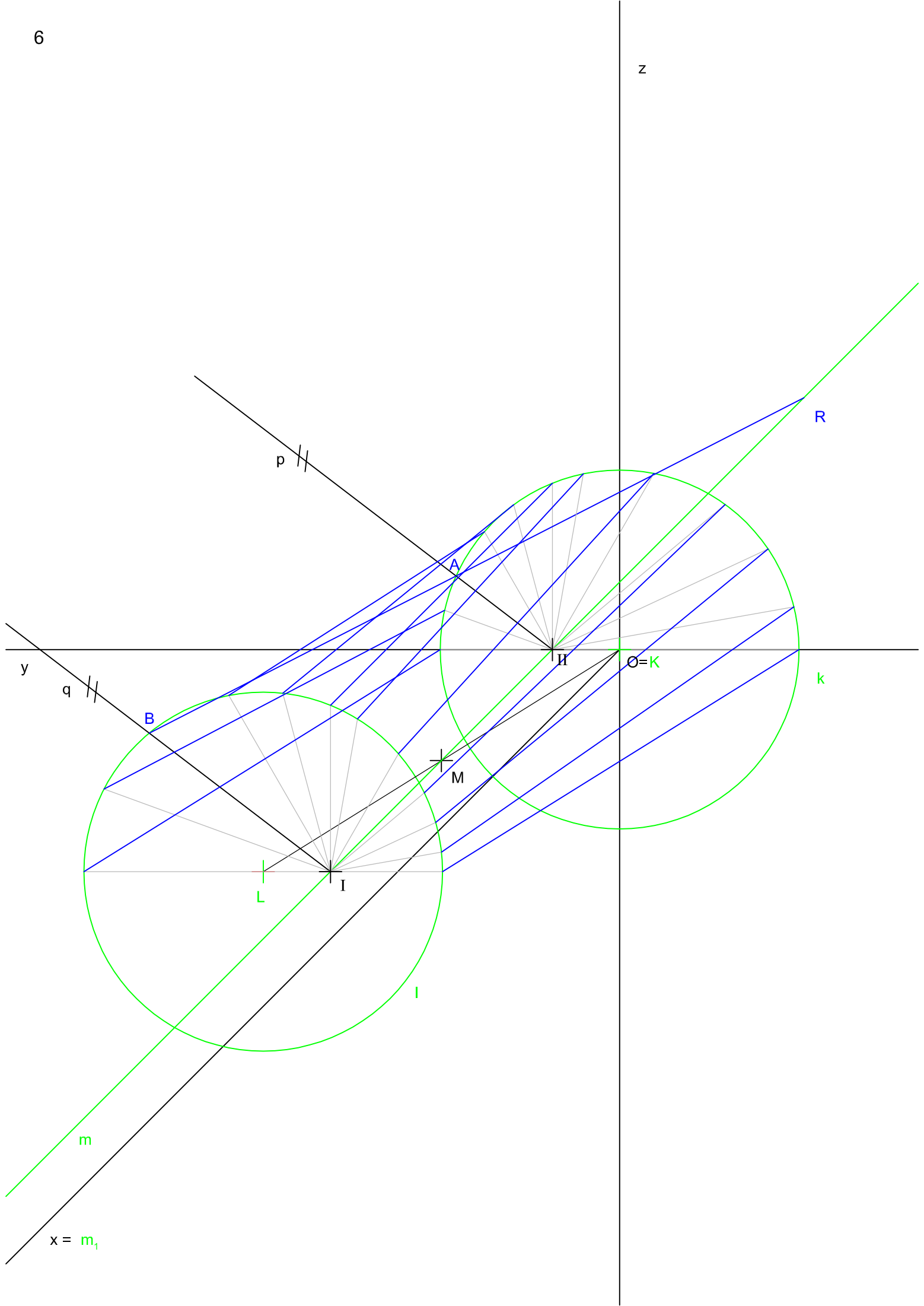
$A \in k \cap p$

$B \in l \cap q$

$AB \cap m = R$







7. A4 na výšku

PA:  $\Delta XYZ$ ,  $X [4, 5; 14]$ ,  $|XY| = |XZ| = 10$ ,  $|YZ| = 11$

Zobrazte část plochy **šikmého průchodu** mezi půlkružnicemi  $k(K, r = 5)$  a  $l(L, r = 5)$  (nad půdorysnou  $\pi(x, y)$ ),  $K [0, 9, 0]$ ,  $L [10, 5, 0]$ .

Půlkružnice  $k$  leží v bokorysně  $\mu(y, z)$ , půlkružnice  $l$  v rovině rovnoběžné s bokorysnou.

Zobrazte části nejméně 15-ti tvořících přímek plochy a sestrojte obrysovou křivku.

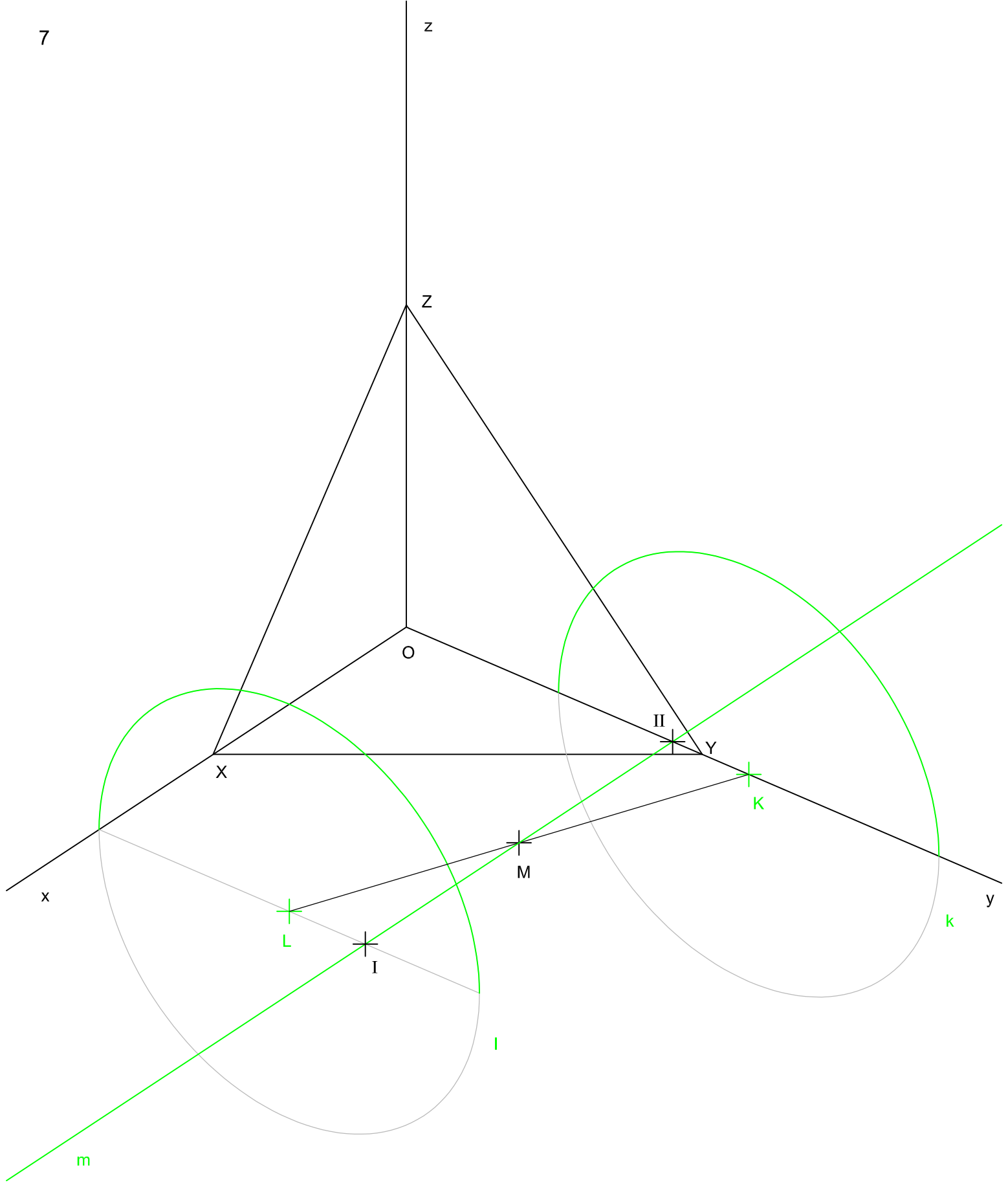
Postup:

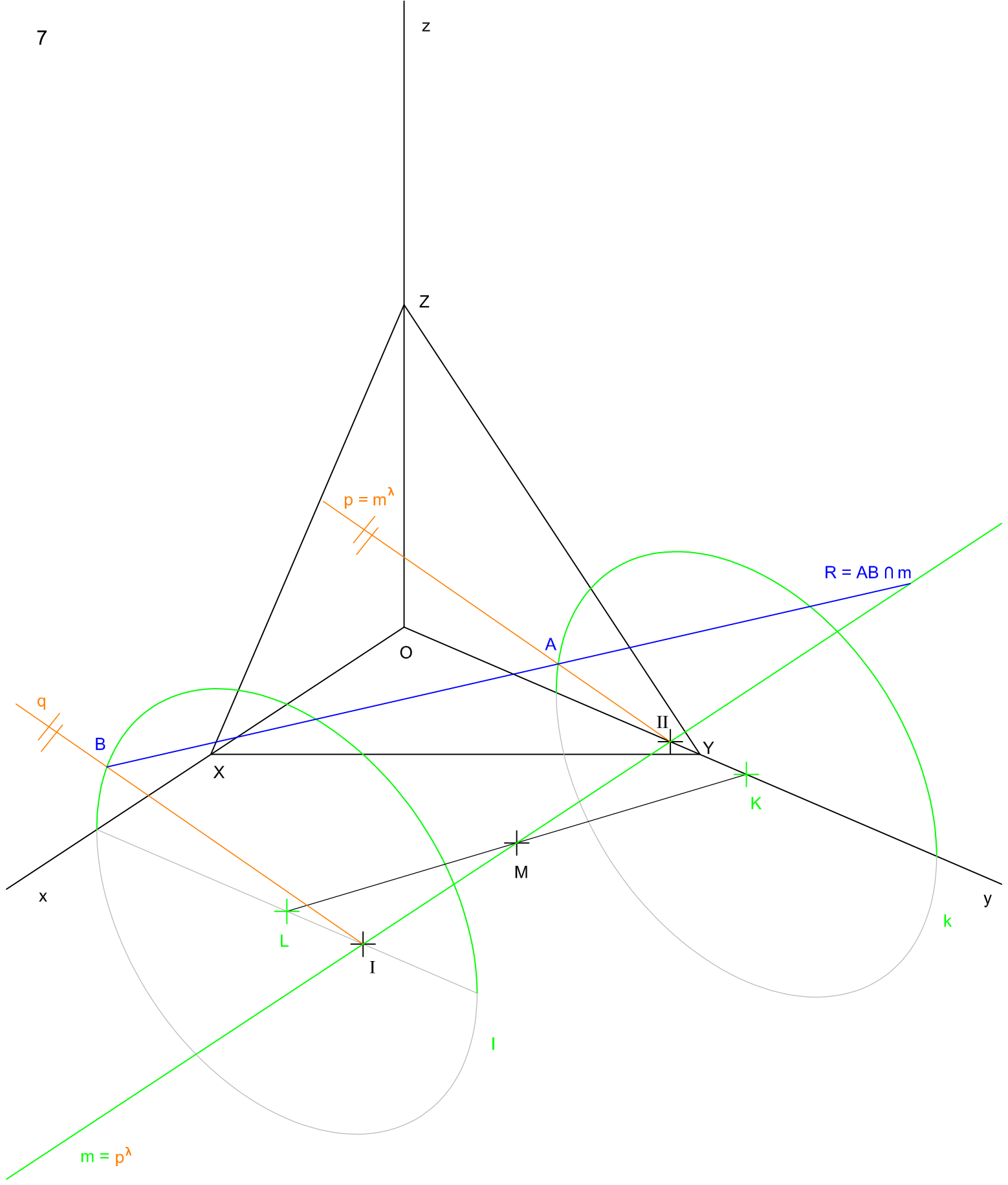
1) Vyneseme si zadání, řídicí křivky jsou půlkružnice  $k$  a  $l$ . Zobrazíme řídicí přímku  $m$ , která prochází středem úsečky  $KL$  a je kolmá k rovinám kružnic.

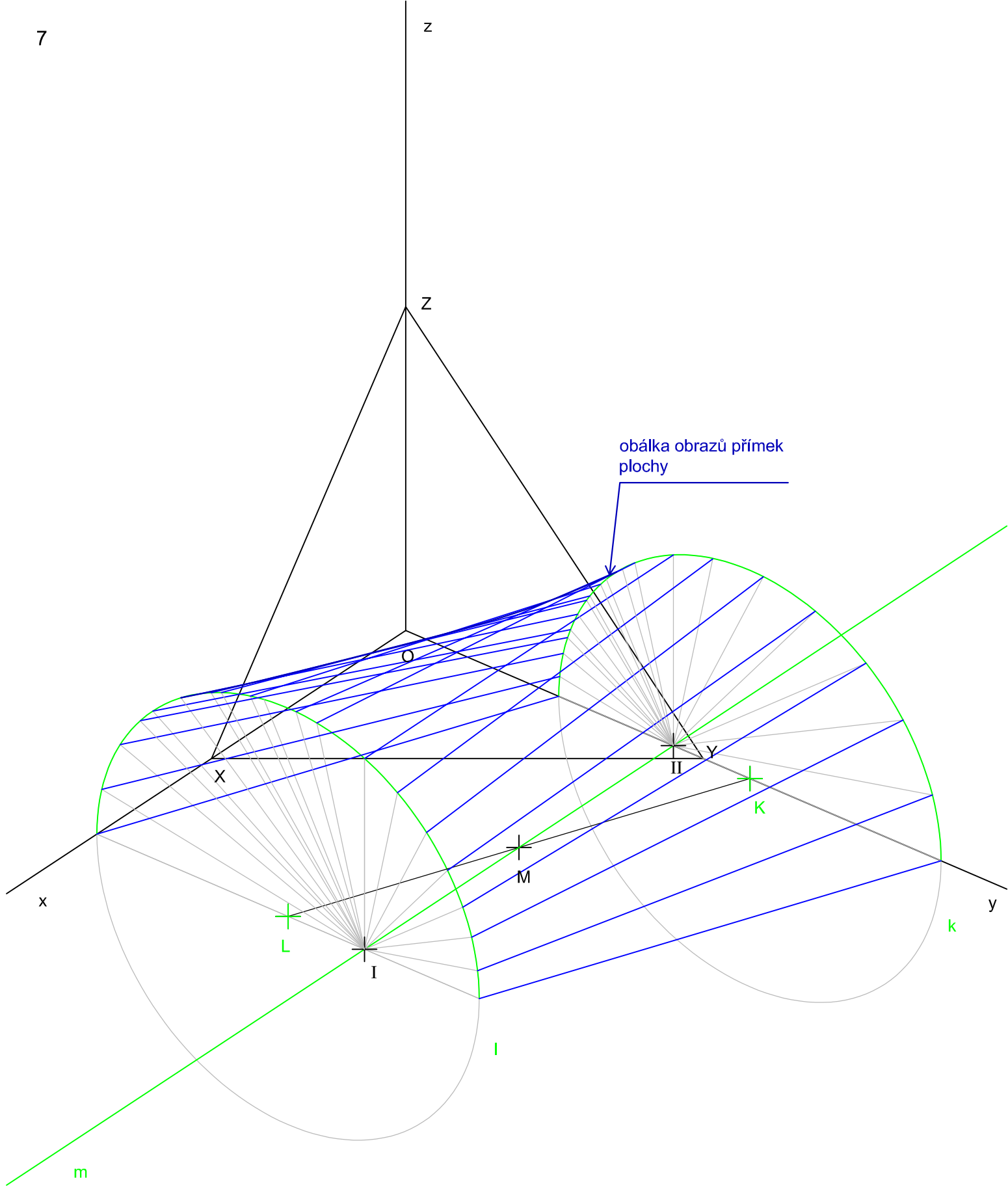
2) Konstrukce přímek plochy je stejná jako v př.6.

3) Pro obrysovou křivku zobrazíme dostatečné množství tvořících přímek, obrysová křivka je jejich obálkou.









### 8. A4 na šířku

PA: O [14, 10], (osa z svíslá), izometrie

Zobrazte část plochy nazývané **Freziérův cylindroid**. Plocha je určena těmito řídicími útvary:

a) horní polovina elipsy  $k$  v nárysně  $\nu$  ( $x, z$ ),  $K [8, 0, 8]$  je střed, hlavní osa elipsy je rovnoběžná s osou  $x$ , velikost hlavní poloosy  $a = 5$ , velikost vedlejší poloosy  $b = \frac{5}{\sqrt{2}}$ ,

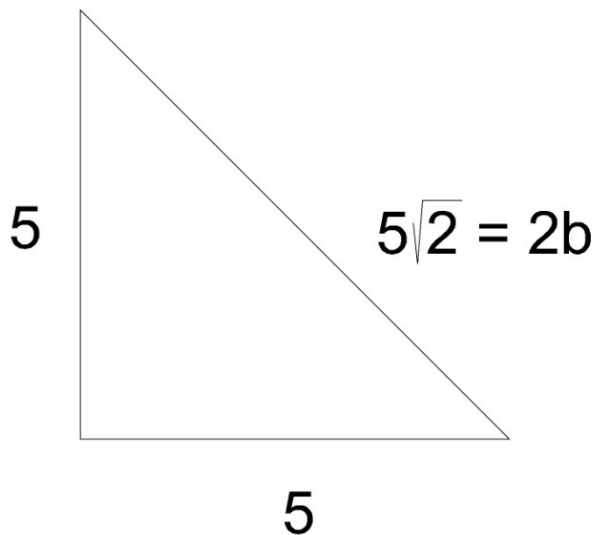
b) horní polovina elipsy  $l$  v bokorysně  $\mu$  ( $y, z$ ),  $L [0, 8, 0]$  je střed elipsy, hlavní osa elipsy je osa  $y$ , velikost hlavní poloosy  $a = 5$ , velikost vedlejší poloosy  $b = \frac{5}{\sqrt{2}}$ ,

c) nevlastní přímka, která je určena řídicí rovinou  $\varphi$ ,  $KL \subset \varphi$ ,  $\varphi \perp \pi$ .

Zobrazte části tvořících přímek mezi křivkami  $k$  a  $l$ , sestrojte obrysovou křivku.

Postup:

1) Vyneseme si zadání; pro konstrukci elips využijeme Rytzovu konstrukci. Řídicí křivky jsou: půlelipsy  $k$  a  $l$  a nevlastní přímka zadaná rovinou  $\varphi$ .

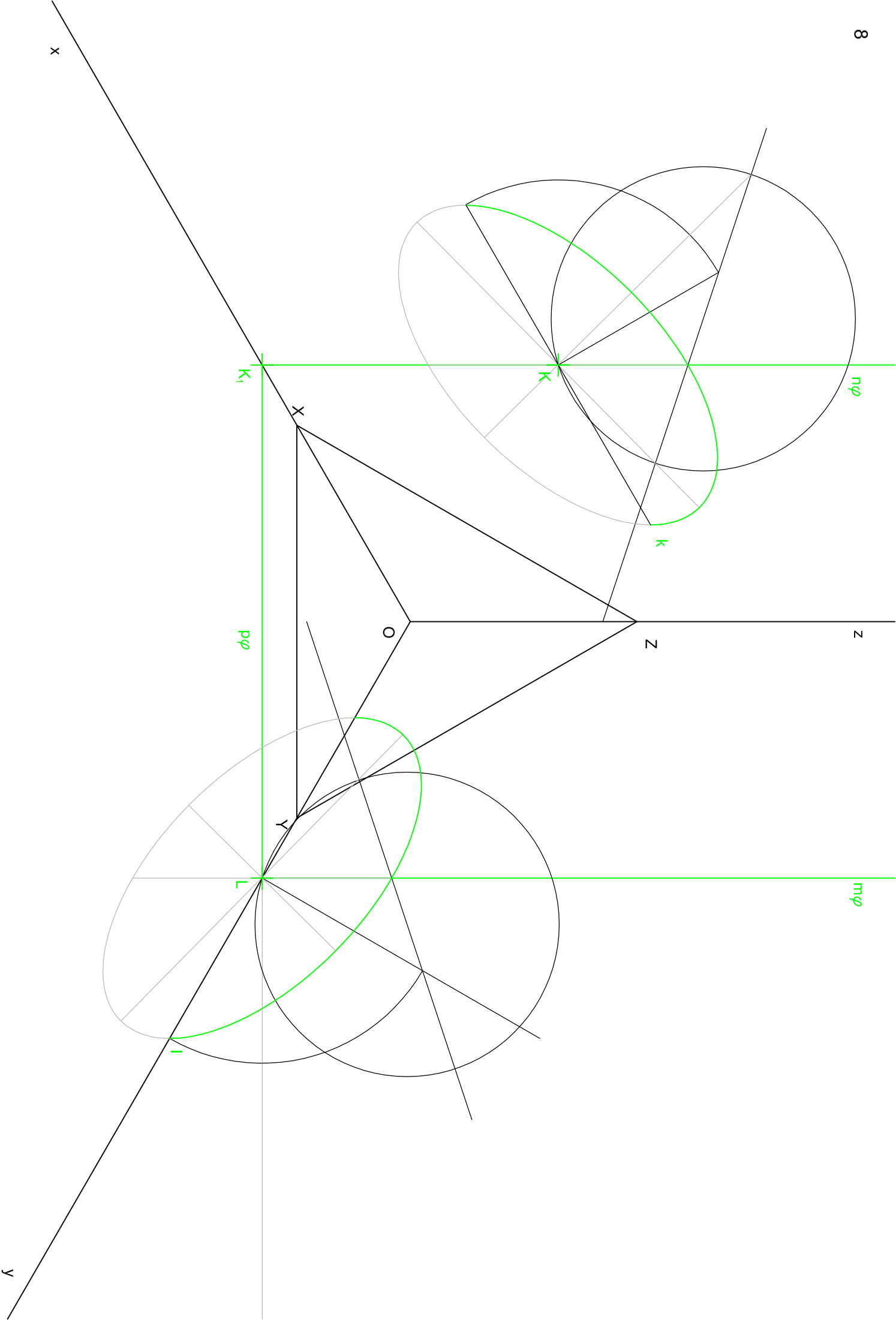


2) Zvolme libovolnou rovinu  $\lambda$ , která je rovnoběžná s rovinou  $\varphi$  ( $\lambda$  prochází nevlastní řídicí přímkou).

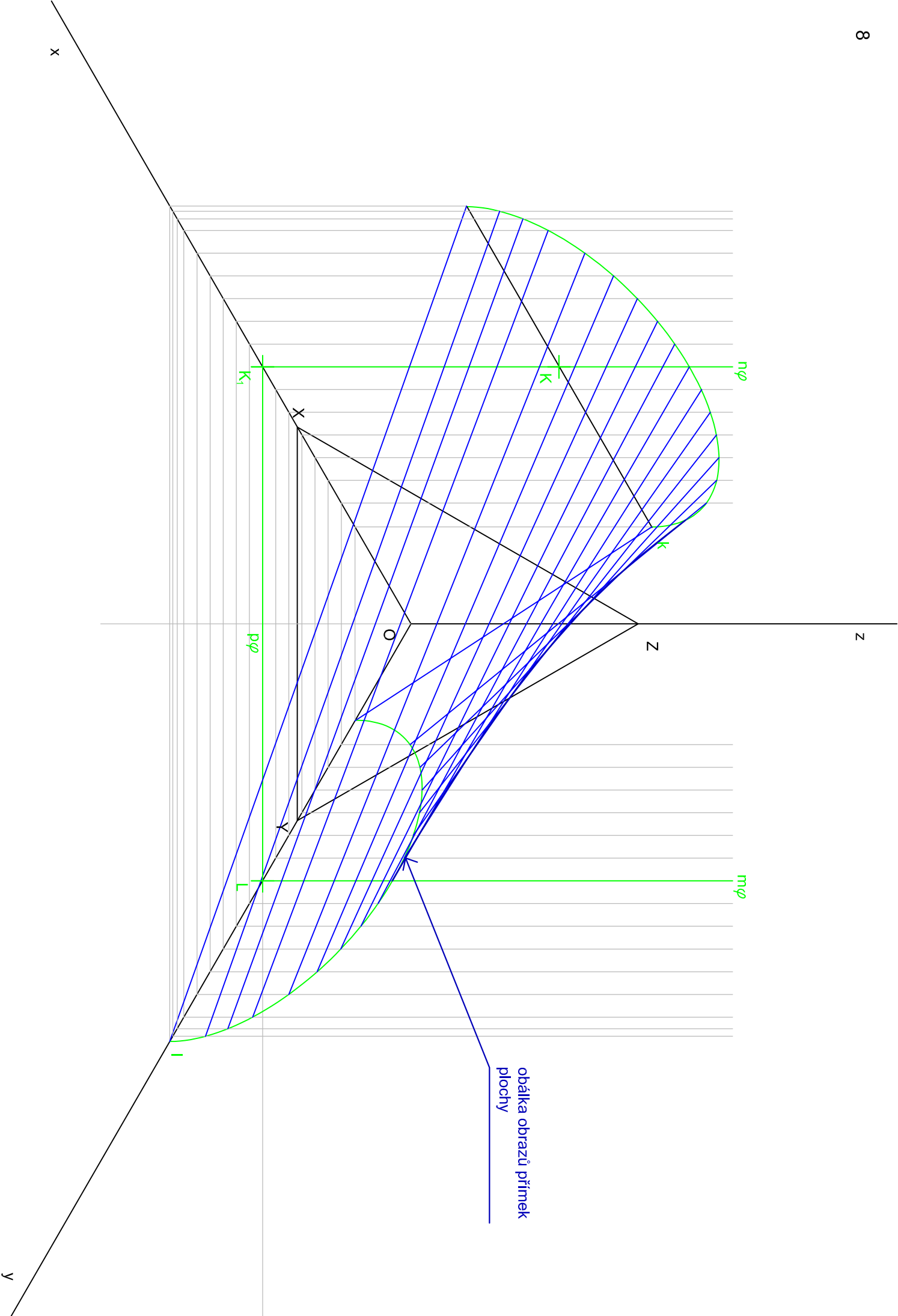
Označme  $A = k \cap \lambda$  a  $B = l \cap \lambda$ . Přímka  $AB$  je tvořící přímka plochy.

3) Dále postupujeme stejným způsobem, zobrazíme dostatečné množství přímek.

4) Obrysová křivka je obálkou obrazů přímek plochy.







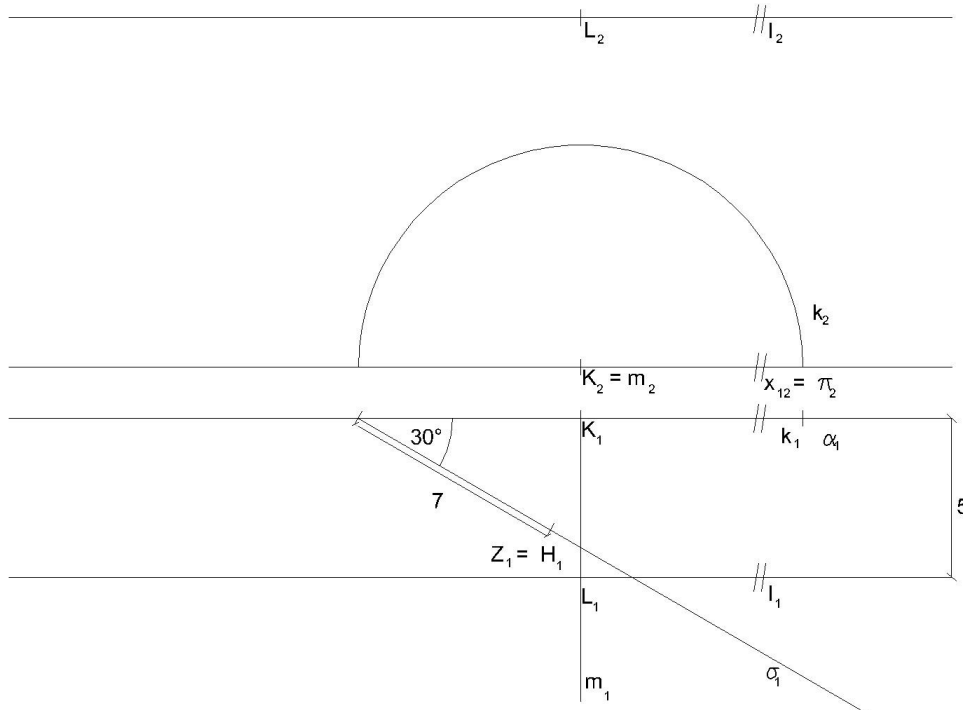
9. A4 na šířku

LP: H [20, 14],  $v_h=8$ ,  $d = 33$

Plocha **Montpellierského oblouku** je určena řídicími křivkami:

- horní půlkružnice  $k(K, r = 7)$  v rovině  $\alpha$ ,  $\alpha$  je kolmá k rovině  $\pi$ ,  $K \in \pi$ .
- přímka  $l$ ,  $L \in l$ ,  $L$  nad  $\pi$ ,  $|L_1L| = 11$
- přímka  $m$ ,  $K \in m$ ,  $m \perp \alpha$ .

Zobrazte nejméně 10 tvořících přímek plochy.



$\sigma$  – průmětna

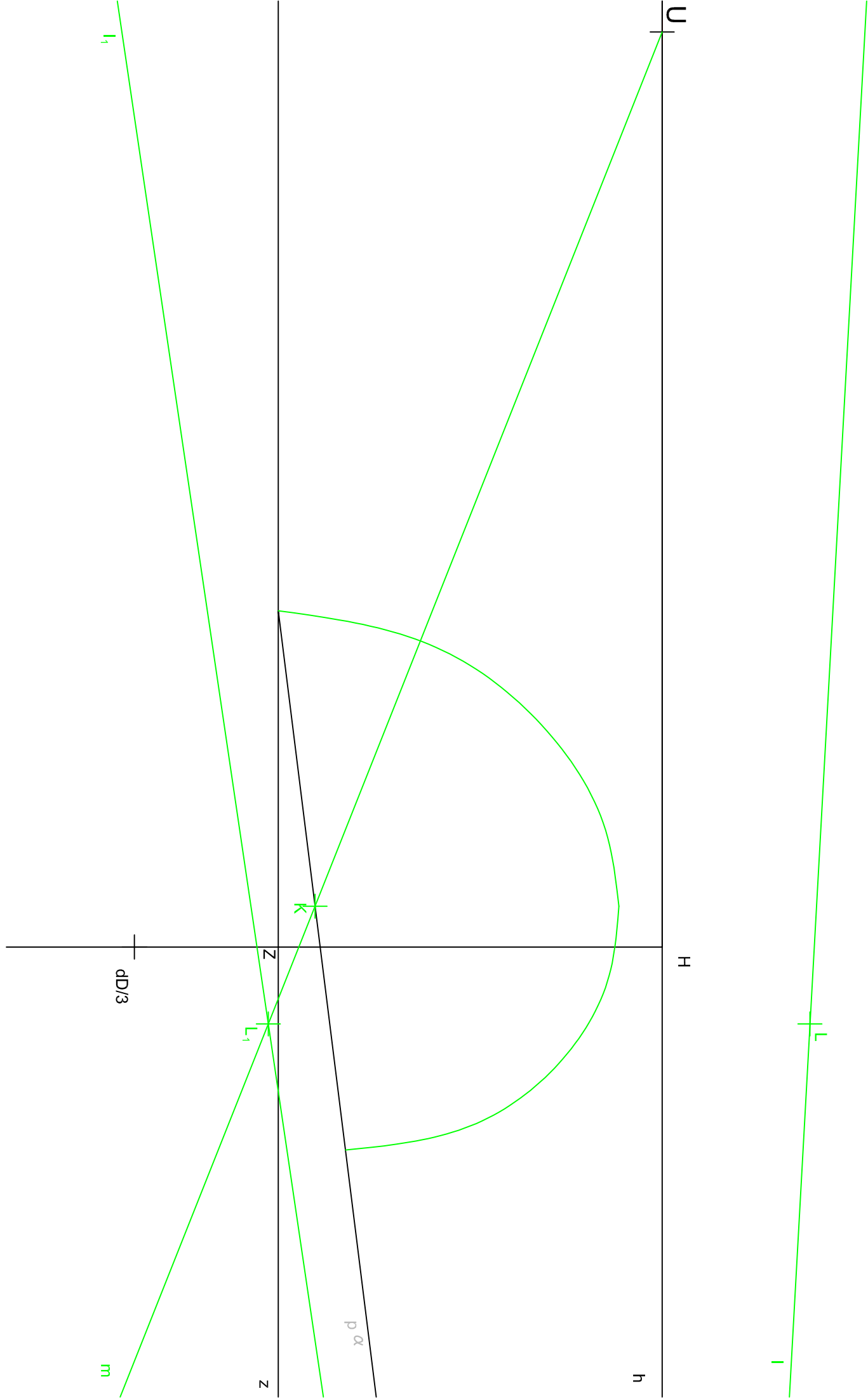
Postup:

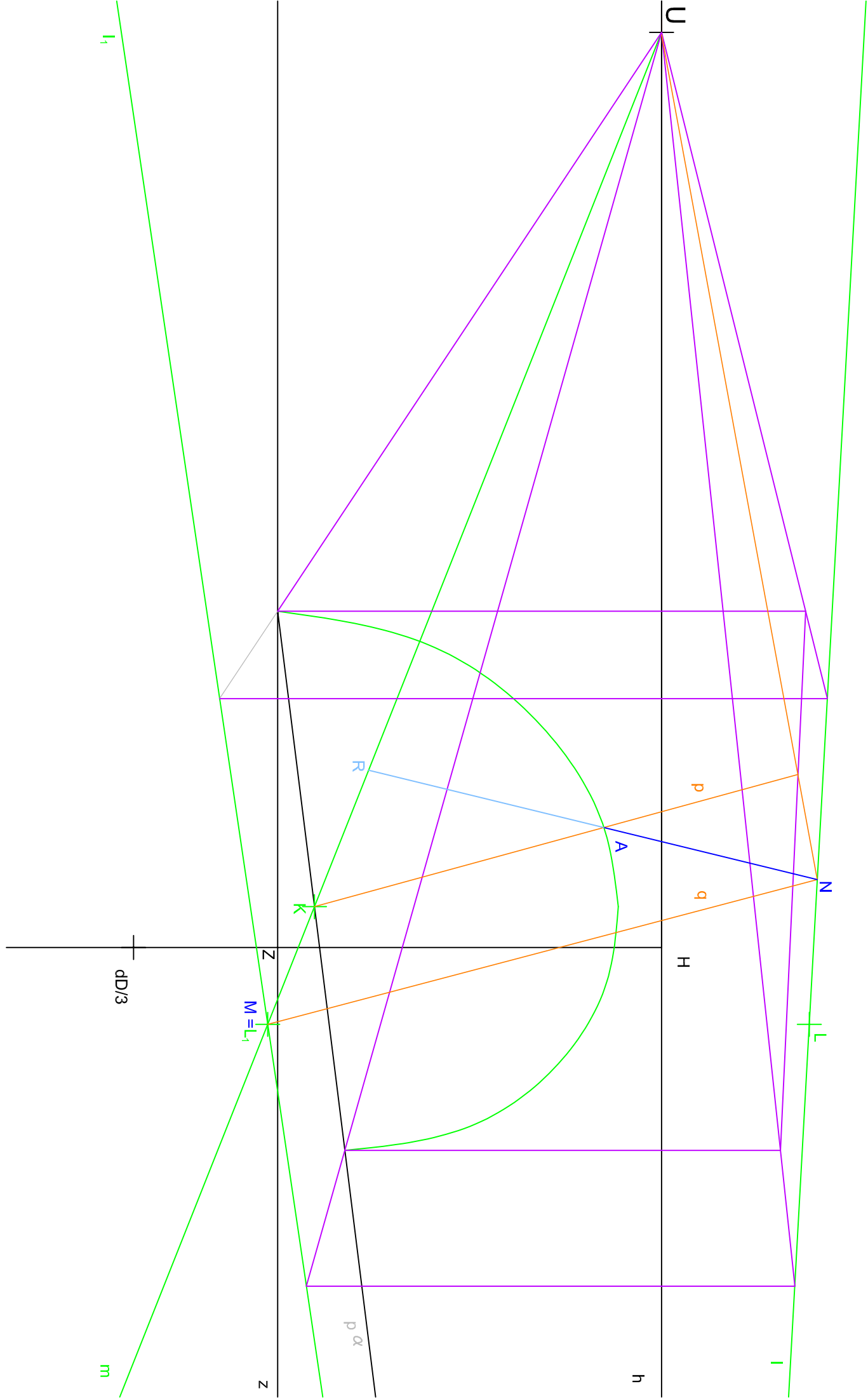
1) Vyneseme si zadání, řídicí křivky jsou: půlkružnice  $k$ , přímka  $l$  a  $m$ .

2) Postupujeme jako v př.3.

3) Problém je jen se zobrazením přímek rovnoběžných (přímky  $p$  a  $q$ ), zde použijeme opsaný kvádr. V přední stěně je umístěna přímka  $l$  (zde hrana kvádrů), v zadní stěně půlkružnice  $k$ . Boční stěny jsou rovnoběžné ve skutečnosti s přímkou  $m$ , tedy obrazy bočních hran a obraz přímky  $m$  mají společný úběžník  $U$ . Výšku a šířku kvádrů je možno volit.







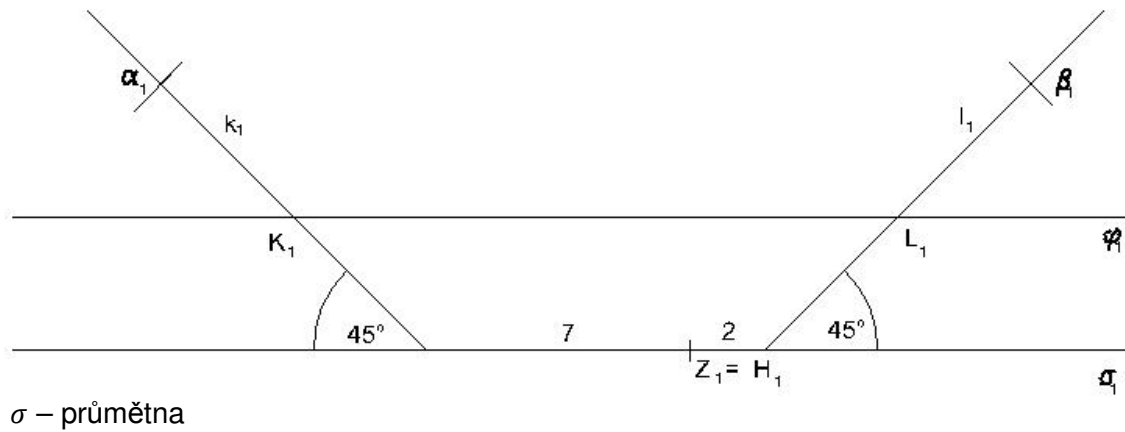


10. A4 na šířku

LP: H [18, 16],  $v_h = 9$ ,  $d = 28$

Zobrazte část plochy nazývané **cylindroid** (zobrazte část mezi rovinami  $\alpha$  a  $\beta$ ). Plocha je určena těmito řídicími útvary:

- a) horní půlkružnice  $k(K, r = 5)$  v rovině  $\alpha$ ,  $\alpha$  je kolmá k základní rovině  $\pi$ ,  $K \in \pi$ ,
- b) horní půlkružnice  $l(L, r = 5)$  v rovině  $\beta$ ,  $\beta \perp \pi$ ,  $L$  nad  $\pi$ ,  $|L_1L| = 5$ ,
- c) nevlastní přímka určena rovinou  $\varphi$ ,  $KL \subset \varphi$ ,  $\varphi \perp \pi$ .



Postup:

- 1) Vyneseme zadání, řídicí křivky jsou půlkružnice  $k$  a  $l$  a nevlastní přímka zadaná rovinou  $\varphi$ .
- 2) Postupujeme jako v př.8.

