Analytická geometrie – přímky, roviny (opakování středoškolské látky)

1. Jsou dány body $A[1,3]$, $B[5,1]$ a $C[6,4]$. Napište obecnou rovnici
   a) přímky AB,
   b) osy úsečky AB,
   c) přímky, na které leží výška v_c trojúhelníka ABC,
   d) přímky, na které leží těžnice t_c trojúhelníka ABC.

2. Jsou dány bod $A[2,1]$ a přímka $p: 2x+3y=0$. Napište obecnou rovnici
   a) přímky m, která prochází bodem A a je rovnoběžná s přímkou p,
   b) přímky k, která prochází bodem A a je kolmá k přímce p.

3. Je dána přímka $p(t)=[3t,-1+2t], t\in \boldsymbol{R}$. Určete vzájemnou polohu přímky p
   a) a přímky $a(s)=[-1+2s,3-s], s\in \boldsymbol{R}$,
   b) a přímky $b(u)=[3+\frac{3}{2}u,3+u], u\in \boldsymbol{R}$,
   c) a přímky $c(v)=[6+\frac{3}{2}v,3+v], v\in \boldsymbol{R}$.

4. Je dána přímka $p: 2x-3y-3=0$. Určete vzájemnou polohu přímky p
   a) a přímky $a: x+2y-5=0$,
   b) a přímky $b: 4x-6y+6=0$,
   c) a přímky $c: -4x+6y+6=0$.

5. Napište rovnici roviny α zadané bodem $A[3,4,-5]$ a normálovým vektorem $\vec{n}=(-2,3,7)$.

6. Určete jakou polohu vzhledem k souřadnicovým rovinám zaujímají roviny:
   a) $\alpha: 2x-3y+z=0$,
   b) $\beta: z=2$,
   c) $\gamma: 2x+y=0$,
   d) $\delta: x-2y+5=0$,
   e) $\varepsilon: y=-3$,
   a) $\varsigma: x+y+z=k, k\neq 0$.

7. Napište rovnice přímky l procházející body $A[4,2,-1]$, $B[2,5,0]$. Určete:
   a) zda body $C[6,-1,-2]$ a $D[2,5,0]$ leží na přímce l,
   b) průsečík Q přímky l s rovinou $\nu(x,z)$.

8. Jsou dány body $A[2,3,-4]$ a $B[0,4,2]$. Popište
   a) přímku AB,
   b) polopřímku $\overrightarrow{AB}$,
   c) úsečku AB.

9. Napište parametrické rovnice přímky l, která je průsečnicí rovin $\alpha: 2x-3y-3z-9=0$ a $\beta: x-2y+z+3=0$.

10. Určete průsečík přímky $l(t)=[2-t,3-3t,2+2t], t\in \boldsymbol{R}$ s rovinou $\alpha: 2x-y+3z+7=0$.

11. Napište rovnici roviny určené bodem $A[5,-1,0]$ a přímkou $l(t)=[3+t,2-3t,-1+4t], t\in \boldsymbol{R}$.

12. Napište rovnici roviny procházející přímkou $l(t)=[1+2t,\,-3-t,\,-2+5t],\, t\in \boldsymbol{R}$ a kolmé k rovině $x+y-3z+7=0$.

13. Napište rovnici roviny procházející bodem $A[4,3,-1]$ a kolmé k přímce $l(t)=[1+t,\ 2+2t,\ 5+3t],\, t\in \boldsymbol{R}$.

14. Jsou dány body $A[3,1,4]$, $B[5,2,2]$ a $C[3,4,8]$. Určete plošný obsah trojúhelníka ABC. Vypočítejte velikost výšky v_c.

15. Jsou dány body $A[1,3,-2]$ a $B[7,-4,4]$. Napište obecnou rovnici roviny β, která prochází bodem B a je kolmá k přímce AB.

16. Jsou dány body $A[3,-2,1]$ a $B[1,4,0]$. Napište obecnou rovnici roviny α, která prochází počátkem O soustavy souřadné a body A, B.

17. Určete vzájemnou polohu přímky $k(t)=[1+2t,-3-t,-2+5t],\, t\in \boldsymbol{R}$ a roviny $\alpha: 4x+3y-z+3=0$.

18. Jsou dány přímka $k(t)=[2+5t,\ 3+t,\ -1+2t],\, t\in \boldsymbol{R}$ a rovina $\beta: x+4y-3z+7=0$.
Napište obecnou rovnici roviny α, která prochází přímkou k a je kolmá k rovině β.

19. Jsou dány přímka $k(t)=[-5+3t,\ 2+t,\ 4t],\, t\in \boldsymbol{R}$ a rovina $\beta: x+y-z+15=0$.
Napište obecnou rovnici roviny α, která prochází přímkou k a je rovnoběžná s rovinou β.

20. Je dán bod $A[4,-7,5]$. Napište obecnou rovnici roviny, která
    a) je určena bodem A a souřadnicovou osou x,
    b) prochází bodem A a je kolmá k souřadnicové ose z,
    c) prochází bodem A a je rovnoběžná s nárysnou $\nu(x,z)$.

21. Popište množinu společných bodů rovin α a β, $\alpha: 2x-3y-3z-9=0$, $\beta: x-2y+z+3=0$.

22. Napište obecnou rovnici roviny α, která je určena bodem $A[5,-1,0]$ a přímkou $k(t)=[3+t,\ 2-3t,-1+4t],\, t\in \boldsymbol{R}$.

23. Napište obecnou rovnici roviny, která prochází bodem $A[4,3,-1]$ a je kolmá k přímce $p(t)=[1+t,\ 2+2t, 5+3t],\, t\in \boldsymbol{R}$.

24. Určete hodnotu parametru m tak, aby přímka
$p(t)=[-1+3t,\ 2+mt,-3-2t],\, t\in \boldsymbol{R}$
byla rovnoběžná s rovinou $\alpha: x-3y+6z+7=0$.

25. Určete hodnoty parametrů a a b tak, aby přímka p byla kolmá k rovině ρ,
$p(t)=[2+at,\ -1+4t, 5-3t],\, t\in \boldsymbol{R}$, $\rho: 3x-2y-bz+15=0$.
Napište souřadnice průsečíku Q přímky p a roviny ρ.

Kuželosečky

26. Určete typ kuželosečky, napište souřadnice středu /vrcholů, ohnisek, velikosti poloos /parametru, rovnice os / řídící přímky / asymptot. Napište parametrické vyjádření těchto kuželoseček.
    a) $4x^2 + 9y^2 - 40x + 36y + 100 = 0$,
    b) $9x^2 - 16y^2 - 54x - 64y - 127 = 0$,
    c) $x^2 + y^2 - 8x + 6y = 0$,
    d) $4x^2 - y^2 + 8x - 2y + 3 = 0$,
    e) $x^2 - y^2 - 4x - 6y - 5 = 0$,
    f) $2x^2 + 3y^2 + 8x - 6y + 11 = 0$,
    g) $9x^2 - y^2 + 2y + 8 = 0$,
    h) $y^2 - 20x - 8y + 56 = 0$,
    i) $2x^2 + 6x - y - 1 = 0$,
    j) $x^2 + y^2 + 4y + 5 = 0$.

27. Napište rovnici elipsy, která se dotýká osy x v bodě $A[-4,0]$ a osy y v bodě $B[0,-3]$. Osy elipsy jsou rovnoběžné se souřadnicovými osami.

28. Napište rovnici elipsy, která má ohniska $F_1[3,1]$, $F_2[5,1]$ a vrchol $A[7,1]$.

29. Napište rovnici hyperboly, která má vrcholy $A[0,-3]$, $B[-4,-3]$ a ohnisko $F[-5,-3]$.

30. Napište rovnici hyperboly, víte-li, že její asymptoty mají rovnice $y = 2x$ a $y = -2x$ a jeden její vrchol je bod $A[3,0]$.

31. Napište rovnici paraboly, která má
    a) vrchol $V[2,-5]$ a řídící přímku $x = 4$,
    b) vrchol $V[2,-5]$ a řídící přímku $y = -6$,
    c) ohnisko $F[3,-1]$ a řídící přímku $x = 1$,
    d) ohnisko $F[3,-1]$ a řídící přímku $y = 5$.

32. Napište rovnice paraboly procházející bodem $L[4,5]$, tečna ve vrcholu má rovnici $y - 1 = 0$ a osa má rovnici $x - 2 = 0$.

33. Napište souřadnice společných bodů přímky $p(t) = [1+3t, -t]$, $t \in \boldsymbol{R}$ a elipsy $(x-1)^2 + 3y^2 = 12$.

34. Napište souřadnice společných bodů přímky $p: x - 2y + 5 = 0$ a paraboly $y^2 = 2x + 6$.

35. Kružnice k je dána středem $S[2,-1]$ a tečnou $m: 4x - 3y - 36 = 0$. Napište souřadnice bodu dotyku kružnice k a tečny m. Dále napište středovou rovnici kružnice k.

36. Elipsa je dána středem $S[2,2]$, ohniskem $F[0,2]$ a velikostí vedlejší poloosy $b=2$.

a) Napište obecnou rovnici elipsy ve středovém tvaru a její parametrické vyjádření.

b) Napište obecné rovnice tečen elipsy v jejích průsečících se souřadnicovými osami.

37. Hyperbola je dána středem $S[2,-3]$, ohniskem $F[2,2]$ a velikostí hlavní poloosy $a=3$.
Napište obecnou rovnici hyperboly ve středovém tvaru a její parametrické vyjádření. Dále napište souřadnice vrcholů a obecné rovnice asymptot hyperboly.

38. Parabola je dána vrcholem $V[3,2]$ a ohniskem $F[3,0]$.
Napište obecné rovnice tečny a normály v průsečíku paraboly s osou y.

39. Hyperbola je dána ohnisky $F_1[1,11]$ a $F_2[1,1]$ a velikostí vedlejší poloosy $b=4$.
Napište obecnou rovnici hyperboly ve středovém tvaru a její parametrické vyjádření.

40. Napište obecnou rovnici ve vrcholovém tvaru a parametrické vyjádření paraboly s vrcholem $V[2,-1]$ a řídící přímkou $x=3$. Dále napište

a) souřadnice ohniska a obecnou rovnici osy paraboly,

b) souřadnice průsečíku P paraboly s osou x,

c) obecnou rovnici tečny paraboly v bodě P.

Křivky

41. Je dána křivka $k(t)=\left[t^3-3t^2,\ \ln t-t\right],\ t\in(0,\infty)$. Napište

a) souřadnice bodů, ve kterých má křivka tečny rovnoběžné s osou x,

b) souřadnice bodů, ve kterých má křivka tečny rovnoběžné s osou y,

c) parametrické rovnice tečen a normál ve všech výše uvedených bodech.

42. Je dána křivka $k(t)=\left[4-t^2,\ 2t^2-8t,\ 3t-t^3\right],\ t\in \boldsymbol{R}$. Napište

a) souřadnice bodů, ve kterých má křivka tečny rovnoběžné s nárysnou $\nu(x,z)$,

b) souřadnice bodů, ve kterých má křivka tečny rovnoběžné s bokorysnou $\mu(y,z)$,

c) rovnice tečen a obecné rovnice normálových rovin ve všech výše uvedených bodech.

43. Je dána křivka $k(t)=\left[2t^2-4,\ 5t^2,\ t+3\right],\ t\in \boldsymbol{R}$. Napište souřadnice průsečíků křivky k s rovinou $\alpha: 2x-y+z+5=0$. Dále napište rovnice tečen křivky a obecné rovnice normálových rovin křivky v těchto průsečících.

44. Je dána křivka $k(t)=\left[3\cos t,\ 3\sin t\right],\ t\in\langle 0,2\pi\rangle$. Napište souřadnice průsečíků křivky k s přímkou $y=\sqrt{3}\,x$. Dále napište obecné rovnice tečen a normál křivky v těchto průsečících.

45. Je dána křivka $k(t)=\left[\sin(2t),\ \cos(2t)-1,\ 2\cos t-1\right],\ t\in\langle-\pi,\pi\rangle$. Napište souřadnice průsečíků křivky k s půdorysnou $\pi(x,y)$. Dále napište rovnice tečen křivky a obecné rovnice normálových rovin křivky v těchto průsečících.

46. Je dána křivka $k(t) = [\operatorname{tg}(2t),\ 2\cos^2 t],\ t \in (-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$.
   a) Určete asymptoty křivky a napište jejich obecné rovnice.
   b) Napište parametrické rovnice tečen v bodech $A = k(\frac{\pi}{6})$ a $B = k(-\frac{\pi}{6})$.

47. Je dána křivka $k(t) = \left[\frac{1}{t^2+1},\ t \cdot \ln(t^2),\ \frac{t^2}{t^2+1}\right],\ t \in \boldsymbol{R} - \{0\}$.
   a) Určete asymptoty křivky a napište jejich rovnice.
   b) Určete průsečíky křivky s nárysnou $\nu(x,z)$ a napište rovnice tečen v těchto průsečících.
   c) Pokud tyto tečny určují rovinu α, napište její rovnici.
   d) Určete průsečíky křivky s rovinou α.

48. Je dána křivka $k(t) = [1+\cos t,\ (1+\cos t)\cdot \sin t\ ],\ t \in < 0, 2\pi >$
   a) Určete souřadnice singulárních bodů křivky.
   b) Napište obecnou rovnici tečny l v bodě křivky, jehož $x-$ová souřadnice je 2.

49. Je dána křivka $k(t) = [(\ln t)^2,\ t\cdot \ln t - t,\ t - \ln t\ ],\ t \in (0,10)$.
   Napište obecnou rovnici roviny, která je určena singulárním bodem křivky a tečnou křivky v jejím průsečíku s nárysnou $\nu(x,z)$.

50. Je dána cykloida $k(t) = [\ a\cdot(t - \sin t),\ a\cdot(1-\cos t)\ ],\ t \in < 0, 4\pi >, a > 0$. Napište
   a) souřadnice singulárních bodů křivky,
   b) souřadnice bodů, ve kterých má křivka tečny rovnoběžné s osou x,
   c) obecné rovnice tečen křivky v bodech z b).

51. Je dána křivka $k(t) = \left[\frac{2t}{t^2+1},\ \frac{2t^2}{t^2+1},\ \frac{2t^2}{t^2+1}\ \right],\ t \in \boldsymbol{R}$.
   a) Zjistěte, zda má křivka asymptoty. Pokud ano, popište je.
   b) Napište souřadnice bodů, ve kterých má křivka tečny rovnoběžné s bokorysnou $\mu(y,z)$.

52. Je dána křivka $k(t) = [2\operatorname{cotg} t,\ 2\sin^2 t],\ t \in (0,\pi)$.
   a) Zjistěte, zda má křivka asymptoty. Pokud ano, napište jejich obecné rovnice.
   b) Napište obecné rovnice tečen křivky v bodech $k(\frac{\pi}{4})$ a $k(\frac{3\pi}{4})$.
   c) Jsou-li tečny z b) různoběžné, zjistěte, zda jejich průsečík je bodem dané křivky.

53. Je dána křivka $k(t) = [\ 3\cos t,\ 4\sin t,\ 2t\ ],\ t \in < 0, 2\pi >$. Napište
   a) souřadnice bodů, ve kterých má křivka tečny rovnoběžné s nárysnou $\nu(x,z)$,
   b) rovnice tečen křivky v bodech z a),
   c) souřadnice průsečíků tečen z b) s půdorysnou $\pi(x,y)$,
   d) rovnice přímky procházející průsečíky z c).

54. Je dána křivka $k(t) = \left[t^2 + \frac{t^3}{3},\ 3t^2 + t,\ t^3 - 12t\ \right],\ t \in \boldsymbol{R}$. Napište
   a) souřadnice bodů, ve kterých má křivka tečny rovnoběžné s osou y,
   b) souřadnice bodů, ve kterých má křivka tečny rovnoběžné s osou x,
   c) popište tečny z a) i b).

55. Je dána křivka $k(t)=\left[4-t^2,\ t(t^2-1)\right],\ t\in<-1,3>$. Napište

a) souřadnice průsečíků křivky s osami x a y,

b) obecnou rovnici přímky, která spojuje body křivky na osách x a y; vyberte body, které jsou nejblíže počátku soustavy souřadnic.

56. Je dána křivka $k(t)=\left[\dfrac{\cos t}{1+\sin^2 t},\ \dfrac{\sin t\cdot\cos t}{1+\sin^2 t}\right],\ t\in<-\frac{\pi}{4},\frac{7\pi}{4}>$

a) Napište souřadnice všech průsečíků křivky s osou x.

b) Napište obecné rovnice tečen v bodech křivky z a).

57. Je dána křivka $k(t)=\left[t^4,\ -8t^2,\ 12\ln t\right],\ t\in(0,\infty)$.

Napište souřadnice bodů, ve kterých má křivka tečny rovnoběžné s rovinou $\alpha(A,B,C)$, kde $A[1,0,0]$, $B[0,1,0]$, $C[0,0,1]$.

58. Je dána křivka $k(t)=\left[2\sin^2 t,\ 2\sin^2 t\cdot\mathrm{tg}\,t\right],\ t\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$.

a) Napište souřadnice singulárních bodů křivky.

b) Určete tečny křivky v průsečících křivky s přímkou $x=1$. Jsou-li tečny různoběžné, napište souřadnice jejich průsečíků.

59. Je dána křivka $k(t)=\left[\sin(2t),\ 1-\cos(2t),\ 2\cos t\right],\ t\in<0,2\pi>$. Napište souřadnice vektoru, který je kolmý k rovině určené tečnami křivky v bodě $A[0,2,0]$.

60. Je dána křivka $k(t)=\left[2\cos t-\cos(2t),\ 2\sin t-\cos(2t)\right],\ t\in<0,2\pi>$.

a) Napište souřadnice průsečíků křivky a přímky $x=y$.

b) Napište obecné rovnice tečen a normál v bodech z a).

61. Je dána křivka $k(t)=\left[t,\ t^2,\ e^t\right],\ t\in\boldsymbol{R}$.

a) Napište obecnou rovnici normálové roviny α křivky k v jejím průsečíku s osou z.

b) Popište průsečnici roviny α s půdorysnou $\pi(x,y)$.

62. Osa šroubového pohybu je souřadnicová osa y, redukovaná výška závitu je $v_0=2$.

Napište parametrické vyjádření jednoho závitu ($t\in<0,2\pi>$)

a) pravotočivé šroubovice bodu $A[0,4,-5]$,

b) levotočivé šroubovice bodu $A[0,4,-5]$.

Bod A nechť je krajním bodem závitu.

63. Osa pravotočivého šroubového pohybu je souřadnicová osa x, výška závitu $v=6$.

Napište

a) parametrické vyjádření jednoho závitu ($t\in<0,2\pi>$) šroubovice k bodu $A[-3,0,4]$,

b) obecné rovnice normálových rovin šroubovice k v bodech $k(\frac{\pi}{2})$ a $k(\pi)$,

c) souřadnice průsečíku Q šroubovice k s bokorysnou $\mu(y,z)$.

64. Je dána šroubovice $k(t)=\left[4\cos t,\ -4\sin t,\ 2t\right]$, $t\in \boldsymbol{R}$. Napište souřadnice průsečíku Q tečny l šroubovice v bodě $A=k(\frac{\pi}{2})$ s půdorysnou $\pi(x,y)$.

65. Je dána křivka $k(t)=\left[t^2+2t,\ -3t,\ t^3-t\right]$, $t\in \boldsymbol{R}$. Napište
a) rovnice tečny křivky v bodě $A=k(-1)$,
b) obecnou rovnici normálové roviny křivky k v bodě A.

66. Osa pravotočivého šroubového pohybu je souřadnicová osa z, redukovaná výška závitu je $v_0=3$.
Napište parametrické vyjádření jednoho závitu ($t\in<0,2\pi>$) šroubovice bodu $A[6,-3,2]$, bod A nechť je krajním bodem závitu.
Dále napište rovnice tečny a obecnou rovnici normálové roviny v prostředním bodě B popsaného závitu šroubovice.

Plochy kvadratické

67. Určete, jaká plocha je popsána rovnicí (napište přesný název plochy).
a) $x^2+y^2+z^2-6x+8y+2z+10=0$,
b) $9x^2+36y^2+4z^2-18x-144y+117=0$,
c) $y^2+4y-8z+12=0$,
d) $9x^2+36y^2-4z^2-9=0$,
e) $x^2+y^2-2x-8z+17=0$,
f) $x^2+y^2+10x-24=0$,
g) $4x^2+y^2+z^2-8x+4y-6z+17=0$,
h) $x^2+4y^2=9z^2$,
i) $x^2-4y^2=z$,
j) $9x^2-4y^2-4z^2+90x-16y-64z-47=0$,
k) $x^2-4y^2-4z^2-2x-16z-19=0$,
l) $y^2-z^2=0$,
m) $x^2-y^2+2x+2y=0$.

68. Určete, jaká plocha je popsána rovnicí (napište přesný název plochy). Napište parametrické vyjádření křivek plochy v zadaných rovinách, napište názvy těchto křivek.
a) $4x^2-y^2+4z^2+8x-2y+8z-42=0$, $\alpha: x=-1$, $\beta: y=0$, $\gamma: z=-1$,
b) $9x^2+4y^2-4z^2-36x-24y-8z+32=0$, $\alpha: y=3$, $\beta: z=-1$,
c) $4x^2-3y^2-24x-6y-24z-15=0$, $\alpha: y=-1$, $\beta: z=0$,
d) $16x^2+9y^2-36y-108=0$, $\alpha: x=0$, $\beta: z=4$,
e) $25x^2+150x-4z+233=0$, $\alpha: y=0$, $\beta: x=-1$,
f) $9x^2+4y^2+90x-24y-36z+333=0$, $\alpha: x=-5$, $\beta: z=3$,
g) $4y^2-13x-24y+10=0$, $\alpha: z=5$, $\beta: x=-2$, $\gamma: x=2$,
h) $9x^2+16y^2+4z^2-54x+64y-16z+17=0$, $\alpha: y=1$, $\beta: z=2$.

Plochy

69. Je dána plocha $p(t,s)$. Napište obecné rovnice tečných rovin plochy v zadaných bodech.
   a) $p(t,s)=\left[3t(1-s),t^2(1-s),t^2s\right],t\in\boldsymbol{R},\ s\in\boldsymbol{R},\ A[0,0,4]$,
   b) $p(t,s)=\left[t\cos s,(t-4)^2,t\sin s\right],t\in\boldsymbol{R},\ s\in<0,2\pi>,\ A=p(0,0),B=p(8,\frac{\pi}{2})$,
   c) $p(t,s)=\left[t-\dfrac{t^3}{3}+ts^2,s-\dfrac{s^3}{3}+st^2,t^2-s^2\right],t\in<-3,3>,s\in<-3,3>$, $A[0,0,0],B[0,0,3]$,
   d) $p(t,s)=\left[(t-3)^2,t\sin s,2t\cos s\right],t\in\boldsymbol{R},\ s\in<0,2\pi>,\ A=p(0,0)$, $B=p(6,\pi)$,
   e) $p(t,s)=\left[4(1-s)(\frac{t^2}{9}-1),t(1-\frac{s}{2}),4s\right],t\in\boldsymbol{R},\ s\in\boldsymbol{R},\ A[0,0,8]$,
   f) $p(t,s)=\left[(3+t\cos\frac{s}{2})\cos s,(3+t\cos\frac{s}{2})\sin s,t\sin\frac{s}{2}\right],t\in\boldsymbol{R},\ s\in<0,2\pi>$, $A=p(1,\pi)$,
   g) $p(t,s)=[s\cosh t,\cosh t+s\sinh t,st],t\in\boldsymbol{R},\ s\in\boldsymbol{R},\ A[3,1,0],B=p(0,0)$,
   h) $p(t,s)=\left[t(1-s),2t^2s+5,(t^2+3)(s+2)\right],t\in\boldsymbol{R},\ s\in\boldsymbol{R},\ A=p(0,1)$, $B=p(1,-1)$.

70. Trojosý elipsoid $\dfrac{(x-2)^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}+\dfrac{(z+1)^2}{3}=1$ má parametrické vyjádření $p(t,s)=[2+2\cos t\cos s,3\cos t\sin s,-1+\sqrt{3}\sin t],t\in<-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}>,s\in<0,2\pi>$. Napište obecné rovnice tečných rovin v bodech $A[3,0,\frac{1}{2}]$ a $B=p(0,\frac{\pi}{6})$, dále popište příslušné normálové přímky v těchto bodech.

71. Rotační jednodílný hyperboloid $\dfrac{(x+1)^2}{4}+\dfrac{(y-1)^2}{4}-\dfrac{(z+2)^2}{16}=1$ má parametrické vyjádření $p(t,s)=[-1+2\cosh t\cos s,1+2\cosh t\sin s,-2+4\sinh t],t\in\boldsymbol{R}$, $s\in<0,2\pi>$. Napište obecné rovnice tečných rovin v bodech $A[-1,3,-2]$ a $B=p(0,\frac{\pi}{6})$, dále popište příslušné normálové přímky v těchto bodech.

72. Je dána kulová plocha $\kappa:(x-3)^2+y^2+(z+\sqrt{2})^2=16$. Dále je dána rovina $\alpha: x+y+\sqrt{2}z+5=0$.
   Označte A a B průsečíky zadané plochy s přímkou q, která prochází středem plochy a je kolmá k rovině α.
   Napište obecné rovnice tečných rovin v bodech A a B, dále popište příslušné normálové přímky v těchto bodech.

73. Eliptický konoid (viz příklad 85.) má parametrické vyjádření $p(t,s)=[7+7\cos t,(5-5s)\sin t,(7+7\cos t)s],t\in<\pi,2\pi>,s\in<0,1>$.
   Napište obecnou rovnici tečné roviny plochy v bodě $A[7,-\frac{5}{2},\frac{7}{2}]$ a popište příslušnou normálovou přímku v tomto bodě.

Plochy rotační

Rotační plocha je určena osou rotace o a křivkou k (křivka k neleží v rovině kolmé k ose o).
Každý bod křivky k se při rotaci pohybuje po tzv. rovnoběžkové kružnici, která leží v rovině kolmé k ose o, její střed leží na ose o.

Doporučený postup pro získání parametrického popisu rotační plochy p:

1. napíšeme parametrické vyjádření křivky k
   $k(t), t \in I$
2. zvolíme libovolný bod K na křivce k (t_0 je libovolné, ale v dalším kroku pevně fixované číslo z I)
   $K = k(t_0)$
3. napíšeme parametrické vyjádření rovnoběžkové kružnice m bodu K
   $m(s), s \in J$
4. měníme bod K křivky k
   (uvolníme fixované t_0, v popisu m zaměníme $t_0 \leftrightarrow t$)
   napíšeme parametrické vyjádření plochy p
   $p(t,s), t \in I, s \in J$

74. Napište parametrické vyjádření rotační plochy $p(t,s)$, která vznikne rotací zadané křivky k kolem osy rotace o:
   a) k je přímka určená body $P[0,0,4]$ a $Q[5,12,0]$, osa rotace je souřadnicová osa y,
   b) k je úsečka s krajními body $B[0,2,1]$ a $C[0,5,4]$, osa rotace je souřadnicová osa z,
   c) k je elipsa $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ v půdorysně $\pi(x,y)$, osa rotace je souřadnicová osa x,
   d) k je elipsa $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ v půdorysně $\pi(x,y)$, osa rotace je souřadnicová osa y,
   e) k je hyperbola $\frac{x^2}{25}-\frac{z^2}{16}=1$ v nárysně $\nu(x,z)$, osa rotace je souřadnicová osa x,
   f) k je hyperbola $\frac{x^2}{25}-\frac{z^2}{16}=1$ v nárysně $\nu(x,z)$, osa rotace je souřadnicová osa z,
   g) k je přímka $y=5x$ ($x \in \boldsymbol{R}$) v půdorysně $\pi(x,y)$, osa rotace je souřadnicová osa y,
   h) k je část paraboly $z=2x^2$ ($z \in <0,8>$) v nárysně $\nu(x,z)$, osa rotace je souřadnicová osa z,
   i) v půdorysně $\pi(x,y)$ je dána elipsa, bod $S[4,2,0]$ je její střed, hlavní osa je rovnoběžná s osou x, velikost hlavní poloosy je $a=8$, velikost vedlejší poloosy je $b=6$, křivka k je <u>část elipsy</u> před bokorysnou ($x-$ové souřadnice bodů jsou nezáporné), osa rotace je souřadnicová osa y,
   j) k je úsečka s krajními body $B[4,0,0]$ a $V[4,3,5]$, osa rotace je osa $o, V \in o$, $o \perp \pi$.

Plochy šroubové

Šroubová plocha je určena šroubovým pohybem, s osou o a výškou v, a křivkou k (křivka k neleží na jedné rotační válcové ploše s osou rotace o).
Každý bod křivky k se při šroubování pohybuje po šroubovici, všechny tyto šroubovice mají stejnou osu o, stejný smysl a stejnou výšku závitu v.

Doporučený postup pro získání parametrického popisu šroubové plochy p:

1. napíšeme parametrické vyjádření křivky k
   $k(t), t \in I$
2. zvolíme libovolný bod K na křivce k (t_0 je libovolné, ale v dalším kroku pevně fixované číslo z I)
   $K = k(t_0)$
3. napíšeme parametrické vyjádření šroubovice l bodu K
   $l(s), s \in J$
4. měníme bod K křivky k
   (uvolníme fixované t_0, v popisu l zaměníme $t_0 \leftrightarrow t$)
   napíšeme parametrické vyjádření plochy p
   $p(t,s), t \in I, s \in J$

75. Napište parametrické vyjádření šroubové plochy $p(t,s)$, která vznikne šroubovým pohybem zadané křivky k:

a) k je elipsa $\frac{(y-4)^2}{4} + \frac{(z-3)^2}{9} = 1$ v bokorysně $\mu(y,z)$, osa pravotočivého šroubového pohybu je souřadnicová osa y, výška závitu je $v = 12$,

b) k je elipsa $\frac{(y-4)^2}{4} + \frac{(z-3)^2}{9} = 1$ v bokorysně $\mu(y,z)$, osa levotočivého šroubového pohybu je souřadnicová osa y, výška závitu je $v = 12$,

c) k je část paraboly $z = (x-2)^2$ $(x \in <1, 3>)$ v rovině $\alpha: y = 5$, osa pravotočivého šroubového pohybu je souřadnicová osa y, redukovaná výška závitu je $v_0 = 10$,

d) k je část paraboly $z = (x-2)^2$ $(x \in <1, 3>)$ v rovině $\alpha: y = 5$, osa levotočivého šroubového pohybu je souřadnicová osa y, redukovaná výška závitu je $v_0 = 10$,

e) k je kružnice $(x-2)^2 + z^2 = 1$ v nárysně $\nu(x,z)$, osa pravotočivého šroubového pohybu je souřadnicová osa y, redukovaná výška závitu je $v_0 = \frac{3}{2}$,

f) v půdorysně $\pi(x,y)$ je dána kružnice, bod $S\left[4,\sqrt{3},0\right]$ je její střed, poloměr je $r = 2$, uvažujte <u>část kružnice</u>, body této části kružnice mají nezáporné $y-$ové souřadnice, osa pravotočivého šroubového pohybu je souřadnicová osa z, výška závitu je $v = 30$,

g) k je parabola v nárysně $\nu(x,z)$, bod $V\left[0,0,4\right]$ je její vrchol, osa paraboly je rovnoběžná s osou x, bod $P\left[4,0,0\right]$ je bodem paraboly, uvažujte <u>část paraboly</u> mezi body P a $Q\left[4,0,8\right]$, osa levotočivého šroubového pohybu je souřadnicová osa x, redukovaná výška závitu je $v_0 = 3$, popište <u>jeden závit šroubové plochy</u>.

76. Osa levotočivého šroubového pohybu je souřadnicová osa y, redukovaná výška závitu je $v_0 = 3$. Napište parametrické vyjádření <u>jednoho závitu</u> plochy tečen šroubovice bodu $P[-5,2,0]$.
Napište souřadnice průsečíku Q tečny šroubovice v bodě P s nárysnou $\nu(x,z)$.

77. Osa pravotočivého šroubového pohybu je souřadnicová osa z, redukovaná výška závitu je $v_0 = 2$. Napište parametrické vyjádření <u>jednoho závitu</u> plochy tečen šroubovice bodu $P[4,0,0]$.

78. Osa pravotočivého šroubového pohybu je souřadnicová osa x, redukovaná výška závitu je $v_0 = 3$. Napište parametrické vyjádření <u>jednoho závitu</u> plochy tečen šroubovice bodu $P[2,3,4]$.

Konoidy

Konoidy jsou přímkové plochy určené třemi řídícími křivkami:

a) řídící křivka k,
b) řídící přímka l,
c) řídící nevlastní přímka m, která je určena řídící rovinou φ.

Tvořící přímky konoidu protínají všechny řídící křivky, tj. protínají křivku k a přímku l a jsou rovnoběžné s řídící rovinou φ.

Doporučený postup pro získání parametrického popisu konoidu p:

1. napíšeme parametrické vyjádření křivky k
   $k(t),\ t \in I$
   napíšeme parametrické vyjádření přímky l
   $l(u),\ u \in \boldsymbol{R}$
   napíšeme obecnou rovnici řídící roviny φ (obvykle vedenou bodem $O[0,0,0]$)
   $\varphi: ax + by + cz = 0$
2. zvolíme libovolný bod K na křivce k (t_0 je libovolné, ale v dalším kroku pevně fixované číslo z I)
   $K = k(t_0)$
3. napíšeme obecnou rovnici roviny α, která prochází bodem K a je rovnoběžná s řídící rovinou φ
   $\alpha: K \in \alpha, \alpha \parallel \varphi$
   $ax + by + cz + d = 0$ (d určíme dosazením souřadnic bodu K)
4. napíšeme souřadnice průsečíku L přímky l s rovinou α
   $L = l \cap \alpha$
5. napíšeme parametrické vyjádření přímky q, určené body K a L
   $q = KL,\ q(s),\ s \in \boldsymbol{R}$ ($s \in J$ pro úsečku KL)
6. měníme bod K křivky k (zároveň se mění bod L přímky l)
   (uvolníme fixované t_0, v popisu q zaměníme $t_0 \leftrightarrow t$)
   napíšeme parametrické vyjádření plochy p
   $p(t,s),\ t \in I,\ s \in J$

79. V nárysně $\nu(x,z)$ je dána kružnice $(x-6)^2+z^2=36$, uvažujte půlkružnici nad půdorysnou (body této půlkružnice mají nezáporné $z-$ové souřadnice).
Kruhový konoid je určen těmito řídícími útvary:
a) řídící křivka k je zadaná půlkružnice,
b) řídící přímka je přímka $l=PQ$, $P[8,9,0]$, $Q[0,9,8]$,
c) řídící rovina φ je bokorysna $\mu(y,z)$.
Napište parametrické vyjádření konoidu.

80. V rovině α rovnoběžné s nárysnou $\nu(x,z)$ je dána kružnice o středu $S[0,7,0]$ a poloměru $r=3$, uvažujte půlkružnici nad půdorysnou (body této půlkružnice mají
nezáporné $z-$ové souřadnice).
Kruhový konoid je určen těmito řídícími útvary:
a) řídící křivka k je zadaná půlkružnice,
b) řídící přímka je přímka $l=PQ$, $P[5,0,0]$, $Q[0,0,5]$,
c) řídící rovina φ je půdorysna $\pi(x,y)$.
Napište parametrické vyjádření konoidu.

81. V nárysně $\nu(x,z)$ je dána hyperbola $\frac{z^2}{9}-\frac{(x-6)^2}{4}=1$, uvažujte větev hyperboly nad půdorysnou (body této větve mají nezáporné $z-$ové souřadnice).
Hyperbolický konoid je určen těmito řídícími útvary:
a) řídící křivka k je zadaná větev hyperboly,
b) řídící přímka je přímka $l=PQ$, $P[0,6,0]$, $Q[12,6,6]$,
c) řídící rovina φ je bokorysna $\mu(y,z)$.
Napište parametrické vyjádření konoidu.

82. V půdorysně $\pi(x,y)$ je dána kružnice $(x-2)^2+(y-2)^2=4$.
Kruhový konoid je určen těmito řídícími útvary:
a) řídící křivka k je zadaná kružnice,
b) řídící přímka l prochází bodem $P[2,0,0]$ a je rovnoběžná s osou z,
c) řídící rovina je rovina $\varphi: y+z=0$.
Napište parametrické vyjádření konoidu.

83. V bokorysně $\mu(y,z)$ je dána parabola, bod $V[0,8,0]$ je vrchol, bod $F[0,8,2]$ je ohnisko paraboly.
Parabolický konoid je určen těmito řídícími útvary:
a) řídící křivka k je zadaná parabola,
b) řídící přímka je přímka $l=PQ$, $P[5,3,4]$, $Q[0,0,7]$,
c) řídící rovina φ je nárysna $\nu(x,z)$.
Napište parametrické vyjádření konoidu.

84. Speciální konoid (hyperbolický paraboloid) je určen těmito řídícími útvary:
a) řídící křivka je přímka $k=AB$, $A[0,0,5]$, $B[0,5,0]$,
b) řídící přímka je přímka $l=CD$, $C[5,0,0]$, $D[5,5,2]$,
c) řídící rovina φ je nárysna $\nu(x,z)$.
Napište parametrické vyjádření části konoidu mezi přímkami k a l.

85. V půdorysně $\pi(x,y)$ je dána elipsa, bod $S[7,0,0]$ je střed, hlavní osa je osa x, velikost hlavní poloosy je $a=7$, velikost vedlejší poloosy je $b=5$. Uvažujte polovinu elipsy za nárysnou (body této části mají záporné a nulové $y-$ové souřadnice).
Eliptický konoid je určen těmito řídícími útvary:
   a) řídící křivka k je zadaná polovina elipsy,
   b) řídící přímka je přímka $l=OP$, $O[0,0,0]$, $P[1,0,1]$,
   c) řídící rovina je bokorysna $\mu(y,z)$.

   Napište parametrické vyjádření části konoidu mezi půlelipsou a přímkou l.

86. V půdorysně $\pi(x,y)$ je dána elipsa, bod $S[4,5,0]$ je střed, bod $A[4,0,0]$ je hlavní vrchol, bod $C[0,5,0]$ je vedlejší vrchol.
Eliptický konoid je určen těmito řídícími útvary:
   a) řídící křivka k je zadaná elipsa,
   b) řídící přímka l prochází bodem A a je rovnoběžná s osou z,
   c) řídící rovina je rovina $\varphi: y+z=0$.

   Napište parametrické vyjádření části konoidu mezi elipsou k a přímkou l.

87. V nárysně $\nu(x,z)$ je dána parabola, bod $V[6,0,4]$ je vrchol, osa je rovnoběžná s osou x, bod $O[0,0,0]$ je bodem paraboly. Uvažujte část paraboly před bokorysnou (body této části mají nezáporné $x-$ové souřadnice).
Parabolický konoid je určen těmito řídícími útvary:
   a) řídící křivka k je zadaná část paraboly,
   b) řídící přímka l prochází bodem $P[0,6,0]$ a je rovnoběžná s osou z,
   c) řídící rovina je půdorysna $\pi(x,y)$.

   Napište parametrické vyjádření části konoidu mezi křivkou k a přímkou l.

88. Hyperbolický paraboloid je určen zborceným čtyřúhelníkem $ABCD$, $A[0,0,6]$, $B[0,7,0]$, $C[5,7,2]$, $D[5,0,0]$.
Napište parametrické vyjádření části hyperbolického paraboloidu, která je ohraničena zborceným čtyřúhelníkem $ABCD$.

Plochy přímkové (obecné)

Obecné přímkové plochy jsou určeny třemi řídícími křivkami k, l a m. Tvořící přímky plochy protínají všechny tři zadané křivky.
Speciálním případem těchto ploch jsou konoidy, dvě ze zadaných křivek jsou přímky, jedna vlastní a jedna nevlastní (určená řídící rovinou).

89. Štramberská trúba je určena těmito řídícími křivkami:
   a) řídící křivka k je kružnice $x^2+y^2=16$ v půdorysně $\pi(x,y)$,
   b) řídící přímka l prochází bodem $P[0,0,7]$ a je rovnoběžná s osou x,
   c) řídící přímka m prochází bodem $M[0,0,12]$ a je rovnoběžná s osou y.

   Tvořící přímky této plochy protínají všechny tři řídící křivky k, l a m.
   Napište parametrické vyjádření části této plochy mezi kružnicí k a přímkou m.

Plochy translační

Translační plochy vznikají posunem (translací) jedné řídící křivky k po druhé řídící křivce l, tyto dvě křivky mají společný bod P. Stejnou plochu získáme translací křivky l po křivce k.
Na ploše jsou dva systémy křivek, křivky jednoho systému jsou shodné s křivkou k, křivky druhého systému jsou shodné s křivkou l.

Doporučený postup pro získání parametrického popisu translační plochy p:

1. napíšeme parametrické vyjádření řídící křivky k
   $k(t)$, $t \in I$
   napíšeme parametrické vyjádření řídící křivky l
   $l(s)$, $s \in J$

2. zvolíme libovolný bod K na křivce k (t_0 je libovolné, ale v dalším kroku pevně fixované číslo z I) $K = k(t_0)$	zvolíme libovolný bod L na křivce l (s_0 je libovolné, ale v dalším kroku pevně fixované číslo z J) $L = l(s_0)$
3. přesuneme křivku l do bodu K $q(s) = l(s) + (K - P)$, $s \in J$	přesuneme křivku k do bodu L $\overline{q}(t) = k(t) + (L - P)$, $t \in I$
4. měníme bod K křivky k (uvolníme fixované t_0, v popisu q zaměníme $t_0 \leftrightarrow t$)	měníme bod K křivky k (uvolníme fixované s_0, v popisu $\overline{q}$ zaměníme $s_0 \leftrightarrow s$)

napíšeme parametrické vyjádření plochy p: $p(t, s)$, $t \in I$, $s \in J$

Pozn.: Je-li místo jedné řídící křivky zadána pomocná křivka m, můžeme s jejím využitím buď popsat chybějící řídící křivku nebo vytvořit potřebný vektor posunutí.

90. Popište parametricky část roviny (rovnoběžník), kterou lze vytvořit posunutím (translací) úsečky $k(t) = [3 - t, 2 + 3t, 4 + t]$, $t \in \langle 0, 4 \rangle$ po úsečce $l(s) = [3 + 3s, 2 - s, 4 + 2s]$, $s \in \langle -5, 3 \rangle$. Napište obecnou rovnici roviny, ve které rovnoběžník leží.
Pozn.: Stejný rovnoběžník vznikne translací úsečky l po úsečce k.

91. V rovině $z = 10$ je dána hyperbola $\dfrac{(x-2)^2}{4} - \dfrac{(y+3)^2}{9} = 1$. Uvažujte <u>část hyperboly</u>, body této části mají záporné nebo nulové $x-$ové souřadnice.
Napište parametrické vyjádření translační plochy, která vznikne translací vybrané části hyperboly po přímce $l(s) = [5s, -3 - 6s, 10 + 3s]$, $s \in \boldsymbol{R}$.
Translační plocha je část kvadratické plochy, napište název této kvadratické plochy.

92. Část kruho-parabolické translační plochy je určena řídícími křivkami:
   a) půlkružnice $k: (x-5)^2 + y^2 = 25$ v rovině $z = 11$, $y-$ové souřadnice bodů půlkružnice jsou nezáporné,
   b) část paraboly $l: (y+3)^2 = z - 2$ v rovině $x = 0$, body této části mají $z-$ové souřadnice menší nebo rovny 11.

Plocha vznikne translací půlkružnice po parabole nebo translací paraboly po půlkružnici.
Napište parametrické vyjádření části plochy.

93. Napište parametrické vyjádření části parabolicko-hyperbolické translační plochy určené řídícími křivkami:

   a) část paraboly $k: \ 2(x+1)^2 = z-4$ v rovině $y=0$, body této části mají $z-$ové souřadnice menší nebo rovny 12,
   b) jedna větev l hyperboly $\dfrac{(z-2)^2}{4} - \dfrac{y^2}{9} = 1$ v rovině $x=-1$, body vybrané větve mají $z-$ové souřadnice větší než 2.

94. Napište parametrické vyjádření části kruho-parabolické translační plochy určené řídícími křivkami:

   a) část paraboly $k: \ 4(x+1)^2 = y-2$ v rovině $z=3$, body této části mají $y-$ové souřadnice menší nebo rovny 18,
   b) půlkružnice $l: \ (x-3)^2 + z^2 = 25$ v rovině $y=2$, $z-$ové souřadnice bodů půlkružnice jsou nezáporné.

95. Napište parametrické vyjádření hyperbolicko-eliptické translační plochy, jejíž řídící křivky jsou jedna větev hyperboly k a polovina elipsy l.

   Elipsa l leží v rovině v rovině $y=0$ a má rovnici $\dfrac{(x-2)^2}{4} + \dfrac{(z-2)^2}{9} = 1$, pro body poloviny elipsy jsou $z-$ové souřadnice větší nebo rovny 2.
   Při translaci elipsy l po větvi hyperboly k se střed elipsy pohybuje po větvi hyperboly $m: \dfrac{(x-4)^2}{4} - \dfrac{y^2}{16} = 1$ v rovině $z=2$ ($x-$ové souřadnice bodů větve jsou menší než 4).
   Pozn.: Větev hyperboly m neleží na translační ploše.

96. Napište parametrické vyjádření parabolicko-eliptické translační plochy, jejíž řídící křivky jsou část paraboly l a polovina elipsy k.

   Parabola l leží v rovině $z=0$ a má rovnici $x^2 = 4(3-y)$, uvažujte část paraboly, pro body této části jsou $y-$ové souřadnice nezáporné.
   Při translaci paraboly l po polovině elipsy k se ohnisko paraboly pohybuje po polovině elipsy $m: \dfrac{y^2}{4} + \dfrac{z^2}{9} = 1$ v rovině $x=0$ ($z-$ové souřadnice bodů jsou nezáporné).
   Napište parametrické vyjádření části translační plochy.
   Pozn.: Polovina elipsy m neleží na translační ploše.

97. Napište parametrické vyjádření kruho-hyperbolické translační plochy určené řídícími křivkami:

   a) kružnice $k: \ (x-7)^2 + (z-7)^2 = 4$ v rovině $y=2$,
   b) jedna větev l: hyperboly $\dfrac{(x-3)^2}{4} - \dfrac{(y-2)^2}{25} = 1$ v rovině $z=7$.

98. Napište parametrické vyjádření kruho-eliptické translační plochy určené řídícími křivkami:

   a) kružnice $k: \ (x-2)^2 + z^2 = 4$ v rovině $y=-1$,
   b) elipsa $l: \ \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{(y+1)^2}{9} = 1$ v rovině $z=2$.

99. Napište parametrické vyjádření části translační plochy, která je určena řídícími křivkami:

a) část cykloidy $k(t) = [t - \sin t, 1 - \cos t, 0], t \in < 0, 2\pi >$,

b) polovina elipsy $l: \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} = 1$ v rovině $x = \pi$ ($z-$ové souřadnice bodů jsou nezáporné).

100. Napište parametrické vyjádření části translační plochy, která je určena řídícími křivkami:

a) část asteroidy $k(t) = [2(\cos t)^3, 2(\sin t)^3, 0], t \in < 0, \pi >$,

b) část paraboly $l: z = 2x^2$ ($x \in < 0, 2 >$) v rovině $y = 2$.

101. Napište parametrické vyjádření hyperbolicko-parabolické translační plochy, jejíž řídící křivky jsou jedna větev hyperboly k a parabola l.
Hyperbola k leží v půdorysně $\pi(x, y)$, bod $S\left[4,3,0\right]$ je její střed, její hlavní osa je rovnoběžná s osou x, velikost hlavní poloosy je $a = 2$, velikost vedlejší poloosy je $b = 4$. Uvažujte větev hyperboly, která neprotíná osu y.
Parabola l leží v nárysně $\nu(x, z)$, její vrchol V je průsečík vybrané větve hyperboly s osou x. Řídící přímka paraboly je přímka d:
$d(u) = [u, 0, -\frac{1}{2}], u \in \boldsymbol{R}$.

102. Napište parametrické vyjádření elipticko-parabolické translační plochy, jejíž řídící křivky jsou část paraboly k a elipsa l.
Parabola k leží v půdorysně $\pi(x, y)$, bod $V\left[6,3,0\right]$ je její vrchol, bod $F\left[6,4,0\right]$ je její ohnisko. Uvažujte část paraboly mezi jejím průsečíkem P s osou y a bodem Q, který je souměrný k bodu P podle osy paraboly.
Elipsa l leží v rovině $\alpha: x = 6$, bod $S\left[6,3,6\right]$ je její střed, bod $C\left[6,6,6\right]$ je její vedlejší vrchol.

103. Napište parametrické vyjádření translační plochy, jejíž řídící křivky jsou elipsa l a 2 závity šroubovice k.
Elipsa l leží v rovině rovnoběžné s bokorysnou $\mu(y, z)$, bod $S\left[3,8,0\right]$ je její střed, bod $A\left[3,5,0\right]$ je její hlavní vrchol, velikost vedlejší poloosy je $b = 2$.
Osa pravotočivé šroubovice k bodu A je osa z, redukovaná výška závitu $v_0 = 2$.
Uvažujte 2 závity nad půdorysnou $\pi(x, y)$, bod A je jeden krajní bod.

104. Napište parametrické vyjádření kruho-hyperbolické translační plochy, jejíž řídící křivky jsou kružnice l a jedna větev hyperboly k.
Hyperbola k leží v rovině $\alpha: z = 5$, bod $S\left[3, 3\sqrt{3}, 5\right]$ je její střed, hlavní osa je rovnoběžná s osou x, velikost hlavní poloosy je $a = 2$, velikost vedlejší poloosy je $b = 3$. Uvažujte tu větev hyperboly, která <u>ne</u>protíná bokorysnu $\mu(y, z)$.
Kružnice l leží v nárysně $\nu(x, z)$ a její průměr je úsečka spojující průsečíky hyperboly k s nárysnou $\nu(x, z)$.

Výsledky:

Analytická geometrie – přímky, roviny

1. a) $x+2y-7=0$, b) $2x-y-4=0$, c) $2x-y-8=0$, d) $2x-3y=0$.
2. a) $2x+3y-7=0$, b) $3x-2y-4=0$.
3. a) přímky p a a jsou různoběžné, společný bod je bod $P[3,1]$,
   b) přímky p a b jsou rovnoběžné a rúzné ,
   c) přímky p a c jsou totožné.
4. a) přímky p a a jsou různoběžné, společný bod je bod $P[3,1]$,
   b) přímky p a b jsou rovnoběžné a rúzné,
   c) přímky p a c jsou totožné.
5. $\alpha : -2x+3y+7z+29=0$
6. a) $O[0,0,0] \in \alpha$, rovina α prochází počátkem soustavy souřadnic,
   b) $\beta \parallel \pi(x,y), \beta \perp z$, rovina β je rovnoběžná s půdorysnou, tj. je kolmá k ose z,
   c) $\gamma \perp \pi(x,y), O[0,0,0] \in \gamma$, rovina γ je kolmá k půdorysně a prochází počátkem,
   d) $\delta \parallel z, \delta \perp \pi(x,y)$, rovina δ je rovnoběžná s osou z, tj. je kolmá k půdorysně,
   e) $\varepsilon \parallel \nu(x,z), \varepsilon \perp y$, rovina ε je rovnoběžná s nárysnou, tj. je kolmá k ose y,
   f) rovina ζ protíná osy x, y a z postupně v bodech $X[k,0,0]$, $Y[0,k,0]$
      a $Z[0,0,k]$, tj. vytíná na osách stejné úseky (vzhledem k počátku).
7. $l(t)=[4-2t, 2+3t, -1+t], t \in \boldsymbol{R}$
   a) $C \in l, D \notin l$,
   b) $Q\left[\frac{16}{3}, 0, -\frac{5}{3}\right]$.
8. a) $p(t)=[2-2t, 3+t, -4+6t], t \in \boldsymbol{R}$, b) $t \in <0, \infty)$, c) $t \in <0,1>$.
9. $l(t)=[9t, 5t, -3+t], t \in \boldsymbol{R}$
10. $Q[4,9,-2]$
11. $9x+7y+3z-38=0$
12. $-2x+11y+3z+41=0$
13. $x+2y+3z-7=0$
14. Plošný obsah trojúhelníka je $5\sqrt{2}$, velikost výšky v_c je $\frac{10\sqrt{2}}{3}$.
15. $\beta : 6x-7y+6z-94=0$
16. $\alpha : 4x-y-14z=0$
17. Přímka k leží v rovině α.
18. $\alpha : 11x-17y-19z+10=0$
19. Přímka k je rovnoběžná s rovinou β, $\alpha : x+y-z+3=0$.
20. a) $5y+7z=0$, b) $z=5$, c) $y=-7$.
21. Průsečnice rovin α a β je přímka $p(t)=[9t, 5t, -3+t], t \in \boldsymbol{R}$.
22. $\alpha : 9x+7y+3z-38=0$
23. $x+2y+3z-7=0$
24. $m=-3$
25. $a=-6, b=-\frac{3}{2}$, $Q[-4,3,2]$

Kuželosečky

26. a) $\frac{(x-5)^2}{9}+\frac{(y+2)^2}{4}=1$, elipsa: $S[5,-2]$, $F_1\left[5-\sqrt{5},-2\right]$, $F_2\left[5+\sqrt{5},-2\right]$, $a=3$, $b=2$, $o_h: y=-2$, $o_v: x=5$, $k(t)=[5+3\cos t,\ -2+2\sin t]$, $t\in<0,2\pi>$,

    b) $\frac{(x-3)^2}{16}-\frac{(y+2)^2}{9}=1$, hyperbola: $S[3,-2]$, $F_1[-2,-2]$, $F_2[8,-2]$, $a=4$, $b=3$, $o_h: y=-2$, $o_v: x=3$, $a_1: 3x-4y-17=0$, $a_2: 3x+4y-1=0$
    $k(t)=[3\pm 4\cosh t,\ -2+3\sinh t]$, $t\in \boldsymbol{R}$,

    c) $(x-4)^2+(y+3)^2=25$, kružnice: $S[4,-3]$, $r=5$,
    $k(t)=[4+5\cos t,\ -3+5\sin t]$, $t\in<0,2\pi>$,

    d) $4(x+1)^2-(y+1)^2=0$, 2 různoběžné přímky, průsečík je $P[-1,-1]$.
    $l: 2x-y+1=0$, $l(t)=[-1+t,\ -1+2t]$, $t\in \boldsymbol{R}$,
    $m: 2x+y+3=0$, $m(t)=[-1+t,\ -1-2t]$, $t\in \boldsymbol{R}$,

    e) $(x-2)^2-(y+3)^2=0$, 2 různoběžné přímky, průsečík je $P[2,-3]$.
    $l: x-y-5=0$, $l(t)=[2+t,\ -3+t]$, $t\in \boldsymbol{R}$,
    $m: x+y+1=0$, $m(t)=[2+t,\ -3-t]$, $t\in \boldsymbol{R}$,

    f) $2(x+2)^2+3(y-1)^2=0$, jeden bod $P[-2,1]$.

    g) $\frac{(y-1)^2}{9}-x^2=1$, hyperbola: $S[0,1]$, $F_1\left[0,1-\sqrt{10}\right]$, $F_2\left[0,1+\sqrt{10}\right]$, $a=3$, $b=1$, $o_h: x=0$, $o_v: y=1$, $a_1: 3x+y-1=0$, $a_2: 3x-y+1=0$
    $k(t)=[\sinh t,\ 1\pm 3\cosh t]$, $t\in \boldsymbol{R}$,

    h) $(y-4)^2=20(x-2)$, parabola: $V[2,4]$, $F[7,4]$, $p=10$, $o: y=4$, $d: x=-3$,
    $k(t)=\left[2+\frac{t^2}{20},\ 4+t\right]$, $t\in \boldsymbol{R}$,

    i) $(x+\frac{3}{2})^2=\frac{1}{2}(y+\frac{11}{2})$, parabola: $V\left[-\frac{3}{2},-\frac{11}{2}\right]$, $F\left[-\frac{3}{2},-\frac{43}{8}\right]$, $p=\frac{1}{4}$, $o: x=-\frac{3}{2}$,
    $d: y=-\frac{45}{8}$, $k(t)=\left[t-\frac{3}{2},\ 2t^2-\frac{11}{2}\right]$, $t\in \boldsymbol{R}$,

    j) $x^2+(y+2)^2=-1$, prázdná množina.

27. $\frac{(x+4)^2}{16}+\frac{(y+3)^2}{9}=1$
28. $\frac{(x-4)^2}{9}+\frac{(y-1)^2}{8}=1$
29. $\frac{(x+2)^2}{4}-\frac{(y+3)^2}{5}=1$
30. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{36}=1$
31. a) $(y+5)^2=-8(x-2)$,
    b) $(x-2)^2=4(y+5)$,
    c) $(y+1)^2=4(x-2)$,
    d) $(x-3)^2=-12(y-2)$.
32. $(x-2)^2=y-1$
33. Přímka p je sečnou zadané elipsy, společné body jsou $P[4,-1]$ a $Q[-2,1]$.
34. Přímka p je tečnou zadané paraboly, bod dotyku je $T[-1,2]$.
35. Bod dotyku je bod $T[6,-4]$, $(x-2)^2+(y+1)^2=25$.
36. a) $\frac{(x-2)^2}{8}+\frac{(y-2)^2}{4}=1$, $k(t)=\left[2+2\sqrt{2}\cos t,\ 2+2\sin t\right]$, $t\in<0,2\pi>$,
    b) $N=k(\frac{3\pi}{4})=\left[0,2+\sqrt{2}\right]$, $p_N: x-\sqrt{2}y+2\sqrt{2}+2=0$,
    $M=k(\frac{5\pi}{4})=\left[0,2-\sqrt{2}\right]$, $p_M: x+\sqrt{2}y-2\sqrt{2}+2=0$,
    $C=k(\frac{3\pi}{2})=[2,0]$, $p_C: y=0$.

37. $\frac{(y+3)^2}{9}-\frac{(x-2)^2}{16}=1$, $k(t)=\left[2+4\sinh t,\,-3\pm 3\cosh t\right], t\in \boldsymbol{R}$, $A[2,0], B[2,-6]$,
asymptoty: $3x-4y-18=0$, $3x+4y+6=0$.

38. $(x-3)^2=-8(y-2)$, $k(t)=\left[t+3,\,-\frac{t^2}{8}+2\right], t\in \boldsymbol{R}$, $A=k(-3)=\left[0,\frac{7}{8}\right]$,
tečna: $3x-4y+\frac{7}{8}=0$, normála: $4x+3y-\frac{21}{8}=0$.

39. $\frac{(y-6)^2}{9}-\frac{(x-1)^2}{16}=1$, $k(t)=\left[1+4\sinh t,\,6\pm 3\cosh t\right], t\in \boldsymbol{R}$.

40. $(y+1)^2=-4(x-2)$, $k(t)=\left[2-\frac{t^2}{4},\,t-1\right], t\in \boldsymbol{R}$,
a) $F[1,-1], o: y=-1$,
b) $P=k(1)=[\frac{7}{4},0]$,
c) $2x+y-\frac{7}{2}=0$.

Křivky

41. a) $A=k(1)=[-2,-1]$, b) $B=k(2)=[-4,\ln 2-2]$, c) tečna v bodě
$A: l_A(s)=[s,-1], s\in \boldsymbol{R}$, normála v bodě $A: n_A(u)=[-2,u], u\in \boldsymbol{R}$, tečna v bodě
$B: l_B(s)=[-4,s], s\in \boldsymbol{R}$, normála v bodě $B: n_B(u)=[u,\ln 2-2], u\in \boldsymbol{R}$.

42. a) $A=k(2)=[0,-8,-2], \vec{u}_A=k'(2)=(-4,0,-9)$,
b) $B=k(0)=[4,0,0], \vec{u}_B=k'(0)=(0,-8,3)$,
c) tečna v bodě $A: l(s)=[-4s,-8,-2-9s], s\in \boldsymbol{R}$, normálová rovina v bodě
$A: 4x+9z+18=0$, tečna v bodě $B: m(s)=[4,-8s,3s], s\in \boldsymbol{R}$, normálová rovina v bodě $B: -8y+3z=0$.

43. $A=k(0)=[-4,0,3], \vec{u}_A=k'(0)=(0,0,1)$,
tečna v bodě $A: l(s)=[-4,0,3+s], s\in \boldsymbol{R}$, normálová rovina v bodě $A: z=3$
$B=k(1)=[-2,5,4], \vec{u}_B=k'(1)=(4,10,1)$,
tečna v bodě $B: m(s)=[-2+4s,5+10s,4+s], s\in \boldsymbol{R}$, normálová rovina v bodě
$B: 4x+10y+z-46=0$.

44. $A=k(\frac{\pi}{3})=[\frac{3}{2},\frac{3\sqrt{3}}{2}]$, tečna v bodě $A: x+\sqrt{3}y-6=0$, normála v bodě
$A: y=\sqrt{3}x$,
$B=k(\frac{4\pi}{3})=[-\frac{3}{2},-\frac{3\sqrt{3}}{2}]$, tečna v bodě $B: x+\sqrt{3}y+6=0$, normála v bodě B:
$y=\sqrt{3}x$.

45. $A=k(\frac{\pi}{3})=[\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{3}{2},0]$, tečna v bodě $A: l(s)=[\frac{\sqrt{3}}{2}+s,-\frac{3}{2}+\sqrt{3}s,\sqrt{3}s], s\in \boldsymbol{R}$,
normálová rovina v bodě $A: x+\sqrt{3}y+\sqrt{3}z+\sqrt{3}=0$,
$B=k(-\frac{\pi}{3})=[-\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{3}{2},0]$, tečna v bodě $B: m(s)=[-\frac{\sqrt{3}}{2}-s,-\frac{3}{2}+\sqrt{3}s,\sqrt{3}s], s\in \boldsymbol{R}$,
normálová rovina v bodě $B: x-\sqrt{3}y-\sqrt{3}z-\sqrt{3}=0$.

46. a) $y=1$ (pro $t\to -\frac{\pi}{4}+$ i pro $t\to \frac{\pi}{4}-$),
b) $l(s)=[\sqrt{3}+8s,\frac{3}{2}-\sqrt{3}s], s\in \boldsymbol{R}$, $m(s)=[-\sqrt{3}+8s,\frac{3}{2}+\sqrt{3}s], s\in \boldsymbol{R}$.

47. a) asymptota je přímka $l(s)=[0,s,1], s\in \boldsymbol{R}$ (pro $t\to -\infty$ i pro $t\to +\infty$),
b) průsečíky jsou $P=k(1)=[\frac{1}{2},0,\frac{1}{2}], Q=k(-1)=[\frac{1}{2},0,\frac{1}{2}]$,
tečna v bodě P je přímka $p(s)=[\frac{1}{2}-s,4s,\frac{1}{2}+s], s\in \boldsymbol{R}$,
tečna v bodě Q je přímka $q(u)=[\frac{1}{2}+u,4u,\frac{1}{2}-u], u\in \boldsymbol{R}$,
c) $\alpha: x+z-1=0$,
d) křivka k leží v rovině α.

48. a) singulární bod je $k(\pi)=[0,0]$,
b) $k(0)=k(2\pi)=[2,0]$, tečna $l: x=2$.

49. Singulární bod je $k(1)=[0,-1,1]$, $\alpha: (e^2-3e+1)x+(3-e)y+(2-e)z+1=0$.

50. a) $k(0)=[0,0], k(2\pi)=[2\pi a, 0], k(4\pi)=[4\pi a, 0]$,

b) $[\pi a, 2a], [3\pi a, 2a]$,

c) $y=2a$.

51. a) neexistuje,

b) $k(1)=[1,1,1]$, $k(-1)=[-1,1,1]$.

52. a) $y=0$,

b) $x+2y-4=0$, $x-2y+4=0$.

c) $P=k(\frac{\pi}{2})=[0,2]$.

53. a) $P=k(\frac{\pi}{2})=[0,4,\pi]$, $Q=k(\frac{3\pi}{2})=[0,-4,3\pi]$

b) tečna v bodě P je přímka $p(s)=[-3s,4,\pi+2s], s\in \boldsymbol{R}$,

tečna v bodě Q je přímka $q(u)=[3u,-4,3\pi+2u], u\in \boldsymbol{R}$,

c) $p\cap\pi=[\frac{3\pi}{2},4,0]$, $q\cap\pi=[-\frac{9\pi}{2},-4,0]$,

d) $m(v)=[\frac{3\pi}{2}+3\pi v, 4+4v, 0], v\in \boldsymbol{R}$.

54. a) $A=k(-2)=[\frac{4}{3},10,16]$,

b) bod na křivce neexistuje,

c) tečna v bodě A: $l(s)=[\frac{4}{3},10+s,16], s\in\boldsymbol{R}$.

55. a) průsečíky s osou x: $A=k(0)=[4,0], B=k(1)=[3,0], C=k(-1)=[3,0]$,

průsečíky s osou y: $D=k(2)=[0,6]$,

b) $p=BD: 2x+y-6=0$.

56. a) $P=[1,0], Q=[-1,0], R=S=[0,0]$,

b) $t_P: x=1, t_Q: x=-1, t_R: x-y=0, t_S: x+y=0$.

57. $k(\sqrt{3})=[9,-24,6\ln 3], k(1)=[1,-8,0]$.

58. a) $S=[0,0]$,

b) $[\frac{1}{2},0]$.

59. $\vec{n}=(0,1,0)$.

60. a) $A=k(\frac{\pi}{4})=[\sqrt{2},\sqrt{2}]$, $B=k(\frac{5\pi}{4})=[-\sqrt{2},-\sqrt{2}]$

b) tečna v bodě A je $(\sqrt{2}+2)x-(2-\sqrt{2})y-4=0$,

normála v bodě A je $(2-\sqrt{2})x+(2+\sqrt{2})y-4\sqrt{2}=0$,

tečna v bodě B je $(2-\sqrt{2})x-(2+\sqrt{2})y-4=0$,

normála v bodě B je $(2+\sqrt{2})x+(2-\sqrt{2})y+4\sqrt{2}=0$.

61. a) $x+z-1=0$,

b) $l(s)=[1,s,0], s\in \boldsymbol{R}$.

62. a) $k(t)=[-5\sin t, 4+2t, -5\cos t], t\in<0,2\pi>$,

b) $k(t)=[+5\sin t, 4+2t, -5\cos t], t\in<0,2\pi>$.

63. a) $k(t)=[-3+\frac{3}{\pi}t, -4\sin t, 4\cos t], t\in<0,2\pi>$,

b) $3x-4\pi\cdot z+\frac{9}{2}=0$, $3x+4\pi\cdot y=0$,

c) $[0,0,-4]$.

64. $l(s)=[2s,-4,\pi-s], s\in \boldsymbol{R}$, $A=k(\frac{\pi}{2})=[0,-4,\pi]$, $Q=[2\pi,-4,0]$.

65. $A=[-1,3,0]$,

a) $p(s)=[-1,3-3s,2s], s\in \boldsymbol{R}$,,

b) $3y-2z-9=0$.

66. $k(t)=[6\cos t+3\sin t, -3\cos t+6\sin t, 2+3t], t\in<0,2\pi>$,

$B=k(\pi)=[-6,3,2+3\pi]$,

tečna v bodě B je $p(s)=[-6+s, 3+2s, 2+3\pi-s], s\in \boldsymbol{R}$,

normálová rovina je $\alpha: x+2y-z+3\pi+2=0$.

Plochy kvadratické

67\. a) $(x-3)^2+(y+4)^2+(z+1)^2=16$, kulová plocha, střed $S\,[3,-4,-1]$, poloměr $r=4$,

b) $\dfrac{(x-1)^2}{4}+\dfrac{(y-2)^2}{1}+\dfrac{z^2}{9}=1$, trojosý elipsoid , střed $S\,[1,2,0]$,

c) $(y+2)^2=8(z-1)$, parabolická válcová plocha, povrchové přímky rovnoběžné s osou x,

d) $x^2+4y^2-\dfrac{4z^2}{9}=1$, jednodílný eliptický hyperboloid, střed $S\,[0,0,0]$, velikosti poloos $1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$,

e) $(x-1)^2+y^2=8(z-2)$, rotační paraboloid, vrchol $V\,[1,0,2]$, osa rotace $o(s)=[1,\,0,\,s], s\in \boldsymbol{R}$,

f) $(x+5)^2+y^2=49$, rotační válcová plocha, osa rotace $o(s)=[-5,\,0,\,s], s\in \boldsymbol{R}$,

g) $4(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=0$, jeden bod $[1,-2,3]$,

h) $x^2+4y^2-9z^2=0$, nerotační kuželová plocha, vrchol $V\,[0,0,0]$,

i) hyperbolický paraboloid, sedlový bod $[0,0,0]$,

j) $9(x+5)^2-4(y+2)^2-4(z+8)^2=0$, rotační kuželová plocha, vrchol $V\,[-5,-2,-8]$, osa rotace $o(s)=[s,-2,-8], s\in \boldsymbol{R}$,

k) $\dfrac{(x-1)^2}{4}-y^2-(z+2)^2=1$, dvoudílný rotační hyperboloid, střed $S\,[1,0,-2]$, osa rotace $o(s)=[s,\,0,-2], s\in \boldsymbol{R}$,

l) $(y-z)(y+z)=0$, dvě různoběžné roviny, jejich průsečnice je osa x, $[s,\,0,\,0], s\in \boldsymbol{R}$,

m) $(x+1)^2-(y-1)^2=0$, dvě různoběžné roviny $x+y=0$, $x-y+2=0$, průsečnice je přímka rovnoběžná s osou z, $l(s)=[-1,\,1,\,s], s\in \boldsymbol{R}$.

68\. a) $\dfrac{4(x+1)^2}{49}-\dfrac{(y+1)^2}{49}+\dfrac{4(z+1)^2}{49}=1$, rotační jednodílný hyperboloid,
v rovině α je hyperbola $[-1,-1+7\sinh t,-1\pm\frac{7}{2}\cosh t], t\in \boldsymbol{R}$,
v rovině β je kružnice $[-1+\frac{5\sqrt{2}}{2}\cos t,\,0,-1+\frac{5\sqrt{2}}{2}\sin t], t\in<0,\,2\pi>$,
v rovině γ je hyperbola $[-1\pm\frac{7}{2}\cosh t,-1+7\sinh t,-1], t\in \boldsymbol{R}$,

b) $\dfrac{(x-2)^2}{4}+\dfrac{(y-3)^2}{9}-\dfrac{(z+1)^2}{9}=1$, jednodílný eliptický hyperboloid,
v rovině α je hyperbola $[2\pm 2\cosh t,\,3,-1+3\sinh t], t\in \boldsymbol{R}$,
v rovině β je elipsa $[2+2\cos t,\,3+3\sin t,-1], t\in<0,\,2\pi>$,

c) $4(x-3)^2-3(y+1)^2=24(z+2)$, hyperbolický paraboloid,
v rovině α je parabola $[3+t,-1,\frac{t^2}{6}-2], t\in \boldsymbol{R}$,
v rovině β je hyperbola $[3\pm 2\sqrt{3}\cosh t,-1+4\sinh t,\,0], t\in \boldsymbol{R}$,

d) $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{(y-2)^2}{16}=1$, eliptická válcová plocha, povrchové přímky rovnoběžné s osou z, v rovině α jsou dvě přímky $[0,\,6,\,t], t\in \boldsymbol{R}$, $[0,-2,\,s], s\in \boldsymbol{R}$,
v rovině β je elipsa $[3\cos t,\,2+4\sin t,\,4], t\in<0,\,2\pi>$,

e) $25(x+3)^2 = 4(z-2)$, parabolická válcová plocha, povrchové přímky rovnoběžné s osou y,

v rovině α je parabola $[-3+t, 0, \frac{25t^2}{4}+2], t \in \boldsymbol{R}$,

v rovině β je přímka $[-1, t, 27], t \in \boldsymbol{R}$,

f) $9(x+5)^2 + 4(y-3)^2 = 36(z-2)$, eliptický paraboloid,

v rovině α je parabola $[-5, 3+t, \frac{t^2}{9}+2], t \in \boldsymbol{R}$,

v rovině β je elipsa $[-5+2\cos t, 3+3\sin t, 3], t \in <0, 2\pi>$,

g) $4(y-3)^2 = 13(x+2)$, parabolická válcová plocha, povrchové přímky rovnoběžné s osou z,

v rovině α je parabola $[\frac{4t^2}{13}-2, 3+t, 5], t \in \boldsymbol{R}$,

v rovině β je přímka $[-2, 3, t], t \in \boldsymbol{R}$,

v rovině γ jsou dvě přímky $[2, 3+\sqrt{13}, t], t \in \boldsymbol{R}$, $[2, 3-\sqrt{13}, s], s \in \boldsymbol{R}$,

h) $\dfrac{(x-3)^2}{16} + \dfrac{(y+2)^2}{9} + \dfrac{(z-2)^2}{36} = 1$, trojosý elipsoid,

v rovině α je bod $[3, 1, 2]$,

v rovině β je elipsa $[3+4\cos t, -2+3\sin t, 2], t \in <0, 2\pi>$.

Plochy

69. a) $A = p(2,1) = p(-2,1)$, v bodě A jsou 2 tečné roviny $\tau: 2x-3y=0$, $\sigma: 2x+3y=0$,

b) tečná rovina v bodě A neexistuje, $\tau_B: y-8z+48=0$,

c) $A[0,0,0] = p(0,0)$, $B[0,0,3] = p(-\sqrt{3}, 0) = p(\sqrt{3}, 0)$,
$\tau_A: z=0$, $\tau_B: \sqrt{3}x+z-3=0$, $\sigma_B: \sqrt{3}x-z+3=0$,

d) $A[9,0,0]$, tečná rovina v bodě A neexistuje, $B[9,0,-12]$, $\tau_B: x+3z+27=0$,

e) $A[0,0,8] = p(3,2) = p(-3,2)$, $\tau: 8y+3z-24=0$, $\sigma: 8y-3z+24=0$,

f) $A[-3,0,1]$, $\tau: 6x+y+18=0$,

g) $\tau_A: y-z-1=0$, tečná rovina v bodě B neexistuje,

h) tečná rovina v bodě A neexistuje, $\tau_B: 10x+5y-35=0$.

70. $A[3, 0, \frac{1}{2}] = p(\frac{\pi}{3}, 0) = p(\frac{\pi}{3}, 2\pi)$, $\tau_A: x+2z-4=0$, $l_A(u) = [3+u, 0, \frac{1}{2}+2u], u \in \boldsymbol{R}$,
$B = p(0, \frac{\pi}{6}) = [2+\sqrt{3}, \frac{3}{2}, -1]$, $\tau_B: 3\sqrt{3}x+2y-12-6\sqrt{3}=0$,
$l_B(v) = [2+\sqrt{3}+3\sqrt{3}v, \frac{3}{2}+2v, -1], v \in \boldsymbol{R}$.

71. $A[-1, 3, -2] = p(0, \frac{\pi}{2})$, $\tau_A: y-3=0$, $l_A(u) = [-1, 3+u, -2], u \in \boldsymbol{R}$,
$B = p(0, \frac{\pi}{6}) = [-1+\sqrt{3}, 2, -2]$, $\tau_B: \sqrt{3}x+y+\sqrt{3}-5=0$,
$l_B(v) = [-1+\sqrt{3}+\sqrt{3}v, 2+v, -2], v \in \boldsymbol{R}$.

72. Střed plochy je bod $S[3, 0, -\sqrt{2}]$, $q(v) = [3+v, v, -\sqrt{2}+\sqrt{2}v], v \in \boldsymbol{R}$,
$A[5, 2, \sqrt{2}]$, $\tau_A: x+y+\sqrt{2}z-9=0$, $l_A(u) = [5+u, 2+u, \sqrt{2}+\sqrt{2}u], u \in \boldsymbol{R}$,
$B = [1, -2, -3\sqrt{2}]$, $\tau_B: x+y+\sqrt{2}z+7=0$,
$l_B(w) = [1+w, -2+w, -3\sqrt{2}+\sqrt{2}w], w \in \boldsymbol{R}$.

73. $A = p(\frac{3\pi}{2}, \frac{1}{2})$, $\tau: 5x+14y-10z+35=0$, $l(u) = [7+5u, -\frac{5}{2}+14u, \frac{7}{2}-10u], u \in \boldsymbol{R}$.

Plochy rotační

74. a) $p(t,s)=[\sqrt{(5t)^2+(4-4t)^2}\sin s, 12t, \sqrt{(5t)^2+(4-4t)^2}\cos s]$ nebo
$p(t,s)=[5t\cos s+(4-4t)\sin s, 12t, (4-4t)\cos s-5t\sin s], t\in \boldsymbol{R}$,
$s\in<0, 2\pi>$, jednodílný hyperboloid,

b) $p(t,s)=[(2+3t)\cos s, (2+3t)\sin s, 1+3t], t\in<0,1>, s\in<0, 2\pi>$,
část rotační kuželové plochy,

c) $p(t,s)=[2\cos t, 3\sin t\cos s, 3\sin t\sin s], t\in<0, \pi>, s\in<0, 2\pi>$,
zploštělý elipsoid,

d) $p(t,s)=[2\cos t\cos s, 3\sin t, 2\cos t\sin s], t\in<\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}>, s\in<0, 2\pi>$,
protáhlý elipsoid,

e) $p(t,s)=[\pm 5\cosh t, 4\sinh t\cos s, 4\sinh t\sin s], t\in<0, \infty), s\in<0, 2\pi>$,
rotační dvoudílný hyperboloid,

f) $p(t,s)=[5\cosh t\cos s, 5\cosh t\sin s, 4\sinh t], t\in \boldsymbol{R}, s\in<0, 2\pi>$,
rotační jednodílný hyperboloid,

g) $p(t,s)=[t\cos s, 5t, t\sin s], t\in \boldsymbol{R}, s\in<0, 2\pi>$, rotační kuželová plocha,

h) $p(t,s)=[t\cos s, t\sin s, 2t^2], t\in<0, 2>, s\in<0, 2\pi>$, část rotačního paraboloidu,

i) $p(t,s)=[(4+8\cos t)\cos s, 2+6\sin t, (4+8\cos t)\sin s], t\in<\frac{-2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}>$,
$s\in<0, 2\pi>$,

j) $p(t,s)=[4+(3-3t)\cos s, 3+(3-3t)\sin s, 5t], t\in<0,1>, s\in<0, 2\pi>$.

Plochy šroubové

75. a) $p(t,s)=[(3+3\sin t)\sin s, 4+2\cos t+\frac{6}{\pi}s, (3+3\sin t)\cos s], t\in<0, 2\pi>, s\in \boldsymbol{R}$,

b) $p(t,s)=[-(3+3\sin t)\sin s, 4+2\cos t+\frac{6}{\pi}s, (3+3\sin t)\cos s], t\in<0, 2\pi>, s\in \boldsymbol{R}$,

c) $p(t,s)=[(2+t)\cos s+t^2\sin s, 5+10s, t^2\cos s-(2+t)\sin s], t\in<-1, 1>, s\in \boldsymbol{R}$,

d) $p(t,s)=[(2+t)\cos s-t^2\sin s, 5+10s, t^2\cos s+(2+t)\sin s], t\in<-1, 1>, s\in \boldsymbol{R}$,

e) $p(t,s)=[(2+\cos t)\cos s+\sin t\sin s, \frac{3}{2}s, \sin t\cos s-(2+\cos t)\sin s], t\in<0, 2\pi>$,
$s\in \boldsymbol{R}$,

f) $p(t,s)=[(4+2\cos t)\cos s-(\sqrt{3}+2\sin t)\sin s$,
$(\sqrt{3}+2\sin t)\cos s+(4+2\cos t)\sin s, \frac{15}{\pi}s], t\in<-\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}>, s\in \boldsymbol{R}$,

g) $p(t,s)=[\frac{t^2}{4}+3s, (4+t)\sin s, (4+t)\cos s], t\in<-4, 4>, s\in<0, 2\pi>$.

76. $p(t,s)=[-5\cos t+5s\sin t, 2+3t+3s, -5\sin t-5s\cos t], t\in<0, 2\pi>, s\in \boldsymbol{R}$,
$Q[-5, 0, \frac{10}{3}]$.

77. $p(t,s)=[4\cos t-4s\sin t, 4\sin t+4s\cos t, 2t+2s], t\in<0, 2\pi>, s\in \boldsymbol{R}$.

78. $p(t,s)=[2+3t+3s, 3\cos t-4\sin t-(3\sin t+4\cos t)s, 4\cos t+3\sin t+(-4\sin t+3\cos t)s]$,
$t\in<0, 2\pi>, s\in \boldsymbol{R}$.

Konoidy

79. $p(t,s)=[6+6\cos t, 9s, 6\sin t+(2-6\cos t-6\sin t)s], t\in <0, \pi>, s\in \boldsymbol{R}$.
80. $p(t,s)=[3\cos t+(5-3\sin t-3\cos t)s, 7-7s, 3\sin t], t\in <0,\pi>, s\in \boldsymbol{R}$.
81. $p(t,s)=[6+2\sinh t, 6s, 3\cosh t+(3+\sinh t-3\cosh t)s], t\in \boldsymbol{R},\ s\in \boldsymbol{R}$.
82. $p(t,s)=[2+2\cos t-2s\cos t, 2+2\sin t-(2+2\sin t)s, (2+2\sin t)s], t\in <0, 2\pi>$, $s\in \boldsymbol{R}$.
83. $p(t,s)=[\frac{5}{3}(8+t)s, 8+t, \frac{t^2}{8}-(1+t+\frac{t^2}{8})s], t\in \boldsymbol{R},\ s\in \boldsymbol{R}$.
84. $p(t,s)=[5s, 5t, 5-5t+(7t-5)s], t\in \boldsymbol{R},\ s\in <0,1>$.
85. $p(t,s)=[7+7\cos t, 5\sin t-5s\sin t, (7+7\cos t)s], t\in <\pi, 2\pi>, s\in <0,1>$.
86. $p(t,s)=[4+4\cos t-4s\cos t, (5+5\sin t)(1-s), (5+5\sin t)s], t\in <0, 2\pi>$, $s\in <0,1>$.
87. $p(t,s)=[-\frac{3}{8}t^2+6+(\frac{3}{8}t^2-6)s, 6s, 4+t], t\in <-4, 4>, s\in <0,1>$.
88. $p(t,s)=[5t, 7s, 6-6t+(8t-6)s], t\in <0,1>, s\in <0,1>$ nebo
    $p(t,s)=[5s, 7t, 6-6t+(8t-6)s], t\in <0,1>, s\in <0,1>$.

Plochy přímkové (obecné)

89. $p(t,s)=[4\cos t-4s\cos t, 4\sin t-\frac{48}{7}s\sin t, 12s], t\in <0, 2\pi>, s\in <0,1>$.

Plochy translační

90. $p(t,s)=[3-t+3s, 2+3t-s, 4+t+2s], t\in <0,4>, s\in <-5,3>$.
    Rovnoběžník leží v rovině $\alpha: 7x+5y-8z+1=0$.
91. $p(t,s)=[2-2\cosh t+5s, -3+3\sinh t-6s, 10+3s], t\in \boldsymbol{R}, s\in \boldsymbol{R}$.
    Plocha je částí hyperbolické válcové plochy.
92. $p(t,s)=[5+5\cos t, 5\sin t+s-3, 2+s^2], t\in <0,\pi>, s\in <-3,3>$.
93. $p(t,s)=[-1+t, 3\sinh s, 2t^2+2+2\cosh s], t\in <-2,2>, s\in \boldsymbol{R}$.
94. $p(t,s)=[3+t+5\cos s, 2+4t^2, 5\sin s], t\in <-2,2>, s\in <0,\pi>$.
95. $p(t,s)=[4-2\cosh s+2\cos t, 4\sinh s, 2+3\sin t], t\in <0,\pi>, s\in \boldsymbol{R}$.
96. $p(t,s)=[t, 1-\frac{t^2}{4}+2\cos s, 3\sin s], t\in <-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3}>, s\in <0,\pi>$.
97. $p(t,s)=[5+2\cosh t+2\cos s, 2+5\sinh t, 7+2\sin s], t\in \boldsymbol{R}, s\in <0, 2\pi>$.
98. $p(t,s)=[2\cos t+2\cos s, -1+3\sin s, 2\sin t], t\in <0, 2\pi>, s\in <0, 2\pi>$.
99. $p(t,s)=[t-\sin t, 2\cos s-\cos t-1, 3\sin s], t\in <0, 2\pi>, s\in <0,\pi>$.
100. $p(t,s)=[s+2\cos^3 t, 2\sin^3 t, 2s^2], t\in <0,\pi>, s\in <0,2>$.
101. $p(t,s)=[s+4+2\cosh t, 3+4\sinh t, \frac{s^2}{2}], t\in \boldsymbol{R},\ s\in \boldsymbol{R}$.
102. $p(t,s)=[s+6, 3+3\cos t+\frac{s^2}{4}, 6+6\sin t], t\in <0, 2\pi>,\ s\in <-6,6>$.
103. $p(t,s)=[3\cos t-5\sin t, 3+3\cos s+5\cos t+3\sin t, 2\sin s+2t], t\in <0, 4\pi>$, $s\in <0, 2\pi>$.
104. $p(t,s)=[-1+2\cosh t+4\cos s, 3\sqrt{3}+3\sinh t, 5+4\sin s], t\in \boldsymbol{R}, s\in <0, 2\pi>$.