1 sinx μ z ν cotgx 3 arctgx 4

α_Matematika a Rhinoceros

6 9

Rhinoceros a matematikaΩ

x π cosx 2 φ

arcsinx tgx 0 5 y 7 arccosx 8

zpracoval David Seidler
vedoucí práce RNDr. Vladimíra Hájková, Ph.D.
Fakulta architektury ČVUT v Praze 2013

MOŽNOSTI MATH PLUGINU

- zobrazení parametricky popsaných křivek
- zobrazení parametricky popsaných ploch
- vytváření knihovny vlastních tvarů
- možnost dalšího rozvíjení křivek a ploch v prostředí Rhina

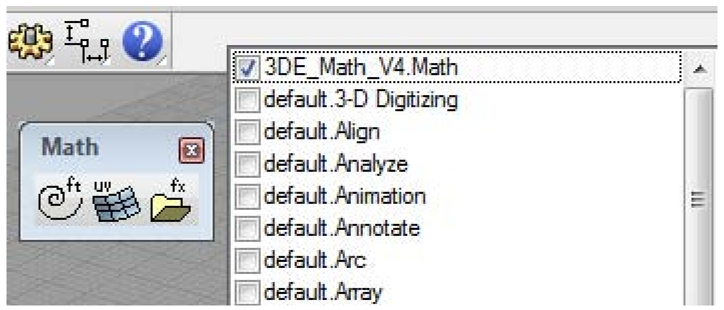
MATH PLUGIN - ZPROVOZNĚNÍ

Program Math Plugin je doplňková aplikace Rhina. Funguje ve verzích Rhino 4 a Rhino 5 na 32 a 64 bitovém systému Windows. Je třeba jej stáhnout a implementovat do Rhina dle následujících kroků:

1. Stáhnout plugin zde.
2. Rozbalit stažený soubor třeba do složky matematika.
3. Zapnout Rhino a přetáhnout soubor Math_3DE do prostředí Rhina. Implementuje plugin.
4. Přetáhnout soubor 3DE_Math.rui (3DE_Math.tb) do prostředí Rhina 5 (Rhina 4 SR9). Zobrazí ikony.

Pro starší verze Rhina (jedná se o verze Rhino 4 Service Release 8 a nižní) je třeba stáhnout starší verzi pluginu a postupovat dle následujících kroků:

1. Stáhnout starší verzi pluginu zde.
2. Rozbalit stažený soubor třeba do složky matematika.
3. Zapnout Rhino a přetáhnout soubor Math_3DE do prostředí Rhina. Implementuje plugin.
4. Přetáhnout soubor 3DE_Math_V4.tb do prostředí Rhina. Přidá možnost zobrazení panelu s ikonami.
5. Pravým klikem myši na řádek s ikonama Rhina vyvolat nabídku panelů a zapnout panel s ikonami MathPluginu (Obr 1).



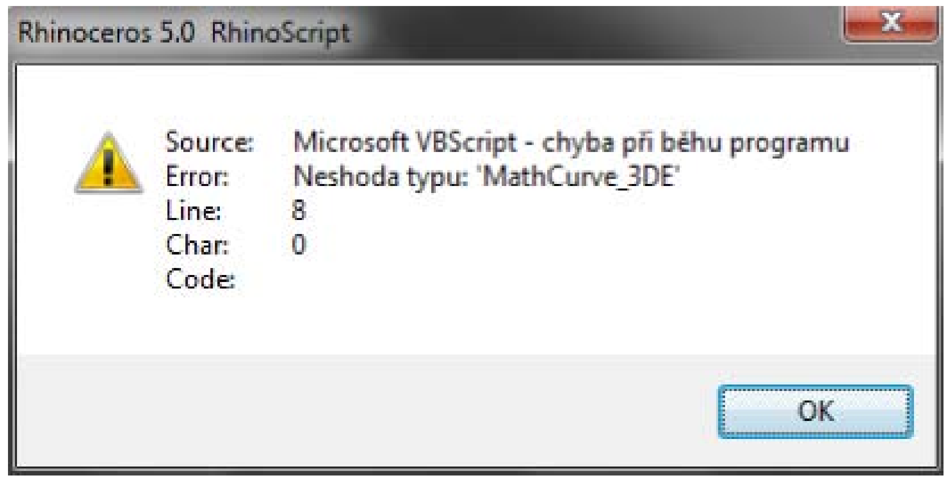
Obr. 1

Řešení problémů se spuštěním pluginu je popsáno na další straně.

POTÍŽE SE SPUŠTĚNÍM

V případě objevení chybové hlášky (Obr. 2) postupujte takto:

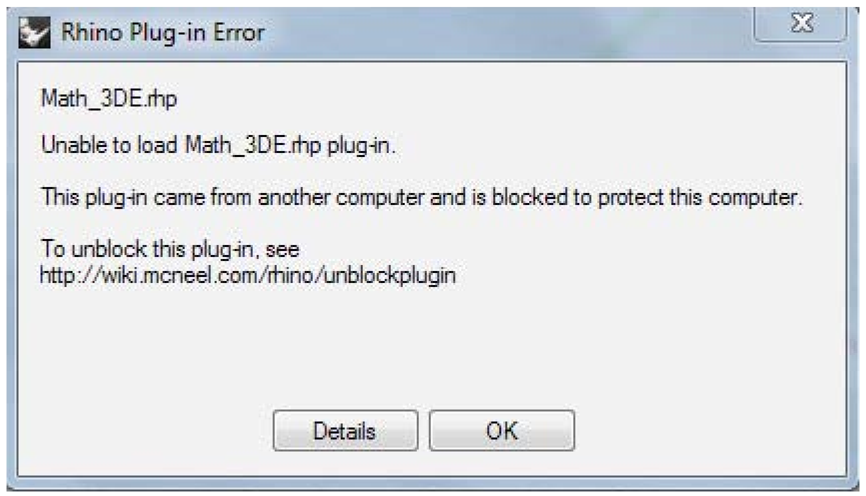
1. Stejnými kroky implementovat MathPlugin do Rhina.
2. Vyvolat jakýkoliv příkaz MathPluginu (např. mathcurve).
3. Po objevení chybové hlášky napsat do příkazového řádku Rhina příkaz Math_3DE .



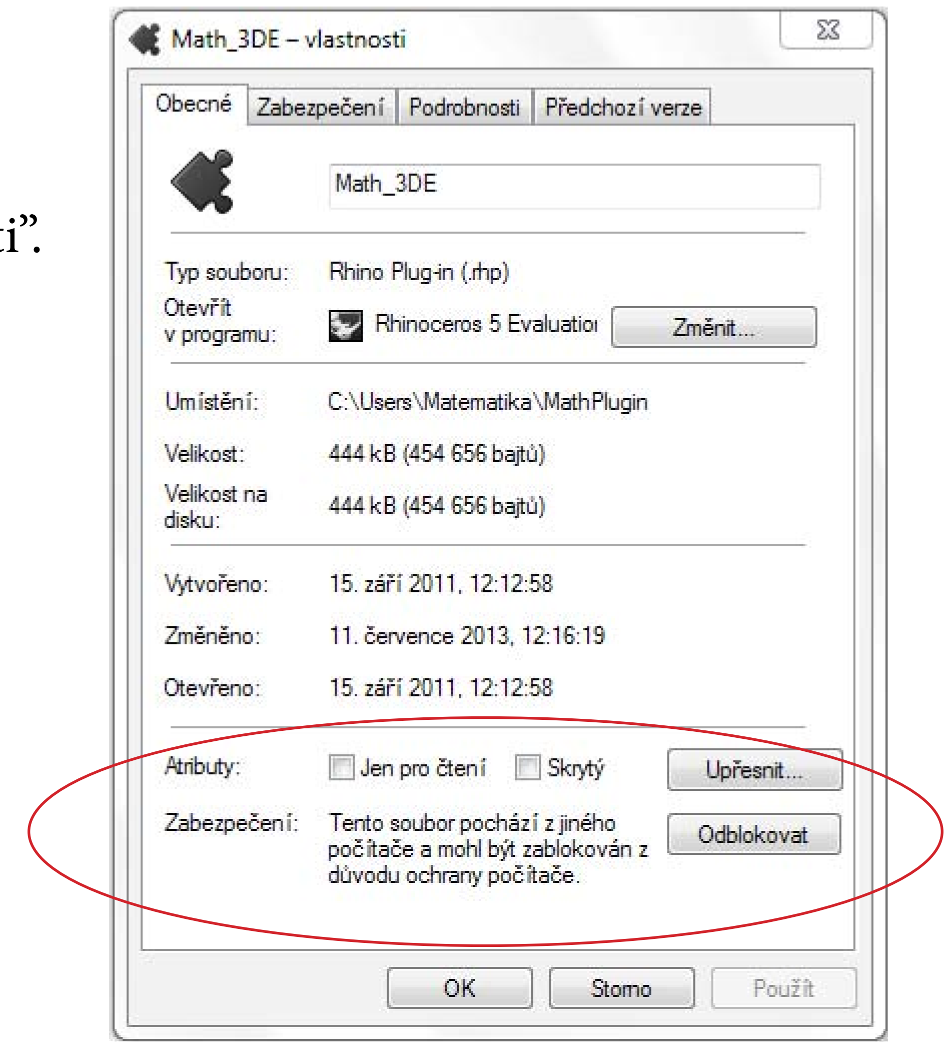
Obr. 2

V případě objevení chybové hlášky (Obr. 3) postupujte takto:

1. Zavřete Rhino.
2. Pravým klikem myši na soubor Math_3DE vyvolat kontextové menu a vybrat "Vlastnosti".
3. Objeví se dialogové okno (Obr. 4), ve kterém kliknout na "Odblokovat".
4. Zapnout Rhino a implementovat plugin.



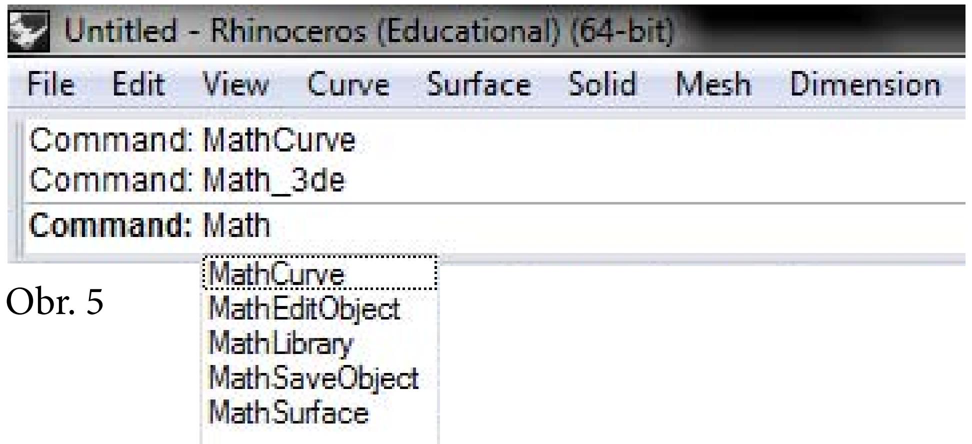
Obr. 3



Obr. 4

PRÁCE S MATH PLUGINEM

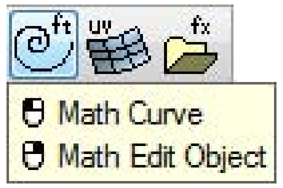
V prostředí Rhina lze funkce MathPluginu spustit jak zadáním příkazu do příkazového řádku (Obr. 5), tak kliknutím na příslušnou ikonu pluginu (Obr. 6).



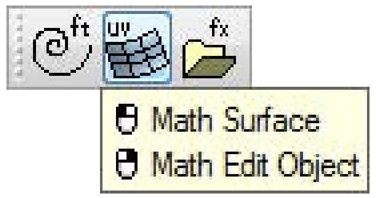
Obr. 5

Obr. 6

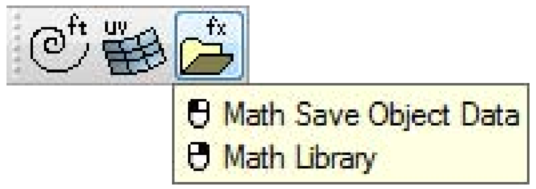
Levé kliknutí vyvolá okno pro zadávání křivek.
Pravé kliknutí vyvolá editaci předpisu již vykreslené křivky.



Levé kliknutí vyvolá okno pro zadávání ploch.
Pravé kliknutí vyvolá okno pro editaci předpisu již vykreslené plochy.



Levé kliknutí uloží vykreslený objekt.
Pravé kliknutí vyvolá knihovnu tvarů.



Seznam příkazů:

MathCurve	Vložení parametricky popsané křivky
MathSurface	Vložení parametricky popsané plochy
MathSaveObject	Uložení tvaru a parametrického zápisu do knihovny tvarů
MathLibrary	Vyvolání knihovny tvarů
MathEditObject	Úprava parametrického zápisu objektu

Určete typ kuželosečky a napište její parametrický popis. Kuželosečka je dána rovnicí $4x^2 + 9y^2 - 40x + 36y + 100 = 0$.

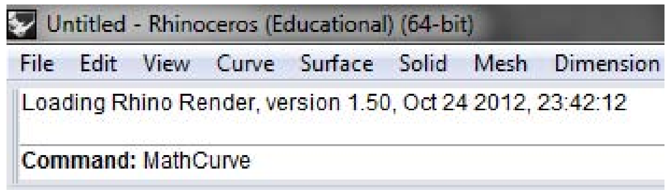
$$4x^2 + 9y^2 - 40x + 36y + 100 = 0$$

$$\frac{(x-5)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{4} = 1$$

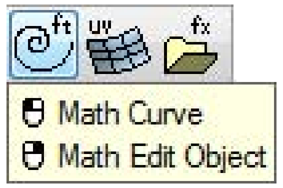
$$S[5,-2],\ F\left[5-\sqrt{5},-2\right],\ E\left[5+\sqrt{5},-2\right],\ a=3,\ b=2$$

$$k(t) = [5 - 3\cos(t), -2 - 2\sin(t)]\ t \in \langle 0, 2\pi \rangle$$

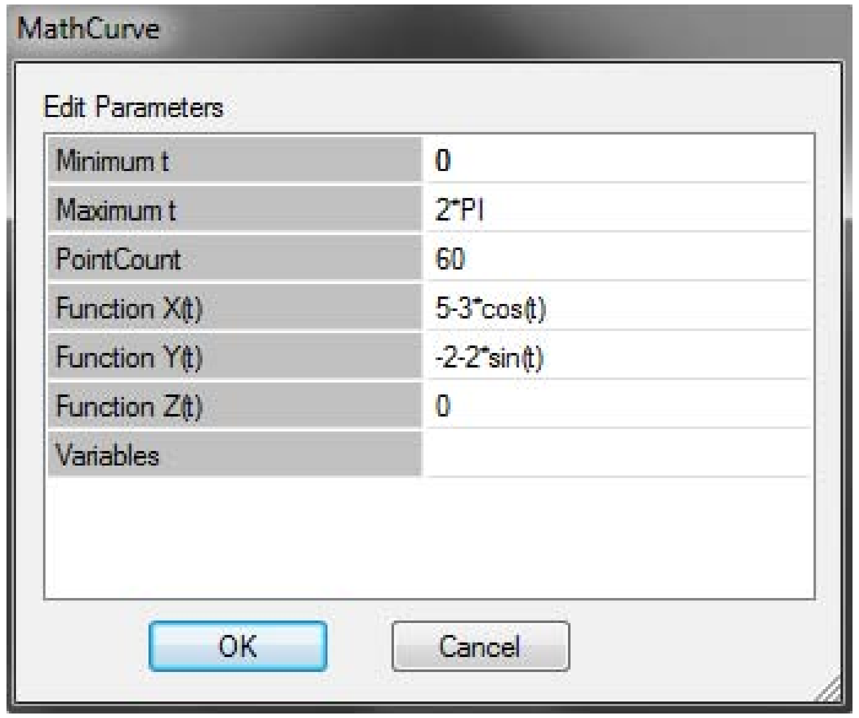
Příkaz MathCurve:



Levý klik myší na ikonu:



Prostředí MathPluginu pro křivky používá pro parametr písmeno *t* (pro plochy písmena *u* a *v*).
V řádku PointCount se nastavuje počet bodů, pomocí kterých se křivka vykresluje. Větší číslo bude znamenat plynulejší vykreslení křivky.



MathPlugin_Křivka

Minimum t	0
Maximum t	2*pi
PointCount	60
Function X(t)	5-3*cos(t)
Function Y(t)	-2-2*sin(t)
Function Z(t)	0
Variables	

Vykreslená křivka s přidanou soustavou souřadnou:

MATEMATICKÉ ZÁPISY

Konstanty

π	pi

Používané znaky

^	ctrl+alt+3

Aritmetické operace

umocňování	2^3
odmocňování	2^(1/3)
násobení	2*3
dělení	2/3
sčítání	2+3
odčítání	2-3

Logaritmické

Přirozený logaritmus	log(t)
Exponenciální funce	exp(t)

Goniometrické

sin(t)	sin(t)
cos(t)	cos(t)
tg(t)	tan(t)
cotg(t)	cotan(t)

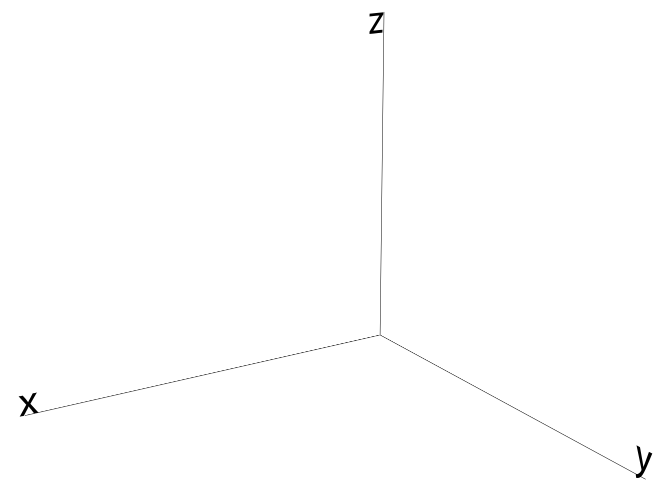
Cyklometrické

arcsin(t)	arcsin(t)
arccos(t)	arccos(t)
arctg(t)	atn(t)
arccotg(t)	pi/2-atn(t)

Hyperbolické

sinh(t)	hsin(t), sinh(t)
cosh(t)	hcos(t)

Pro názornost jsou k objektům dokresleny a popsány souřadnicové osy:

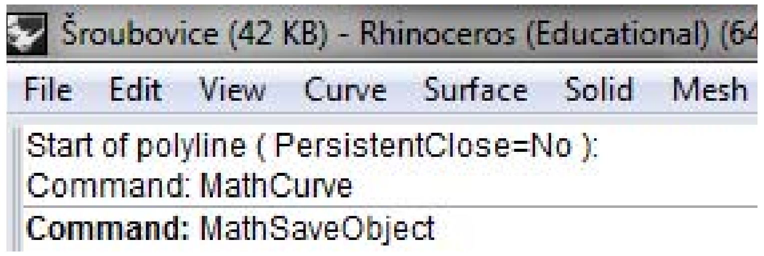


PRÁCE S KNIHOVNOU TVARŮ

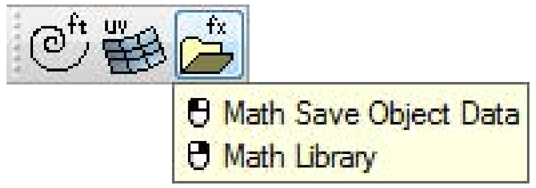
UKLÁDÁNÍ OBJEKTŮ

Tvary a jejich zápisy v MathPluginu lze ukládat do knihovny tvarů.

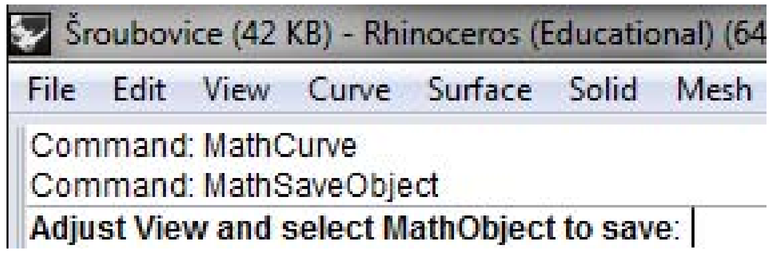
Příkaz MathSaveObject:



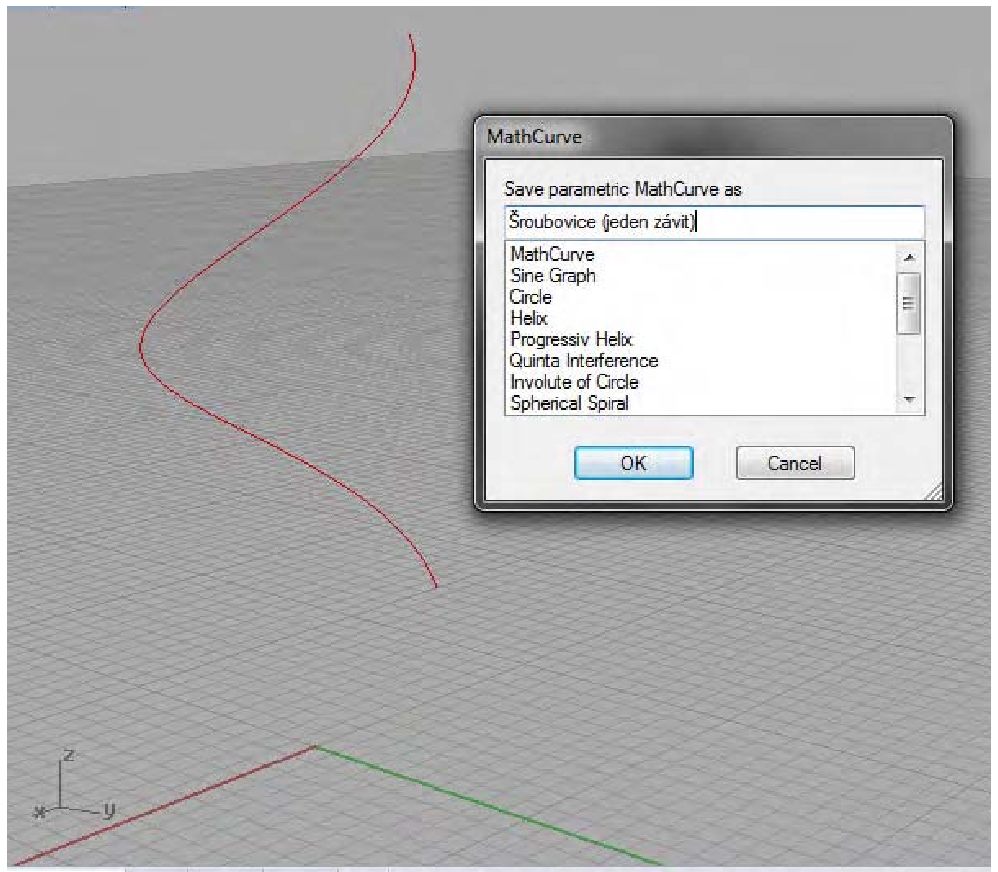
Levý klik myší na ikonu:



Nastavím pohled pro uložení a vyberu objekt:



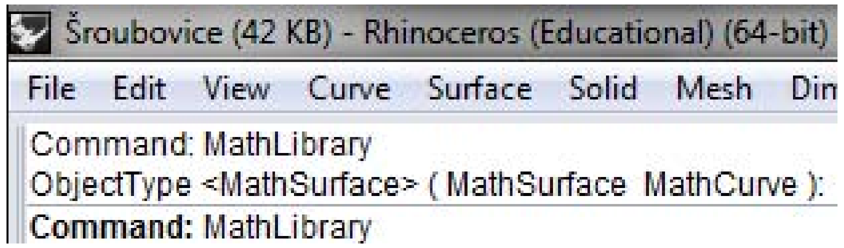
Pojmenuju objekt pro uložení:



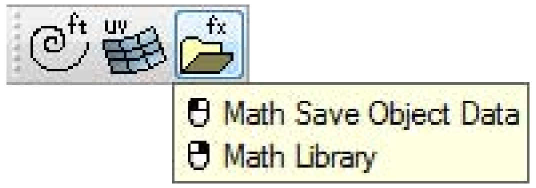
VYVOLÁNÍ OBJEKTŮ Z KNIHOVNY

Objekty lze dále z knihovny vyvolávat a vkládat do prostředí Rhina.

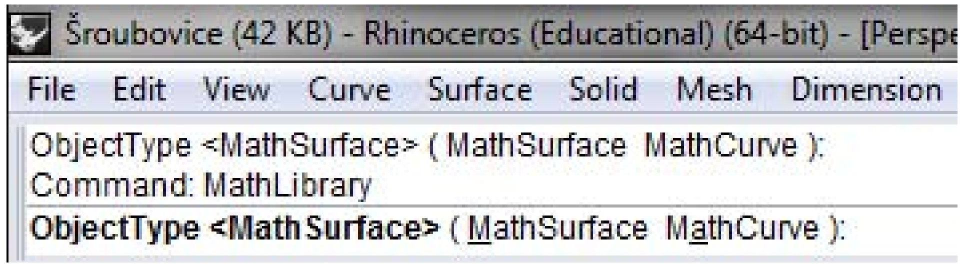
Příkaz MathLibrary:



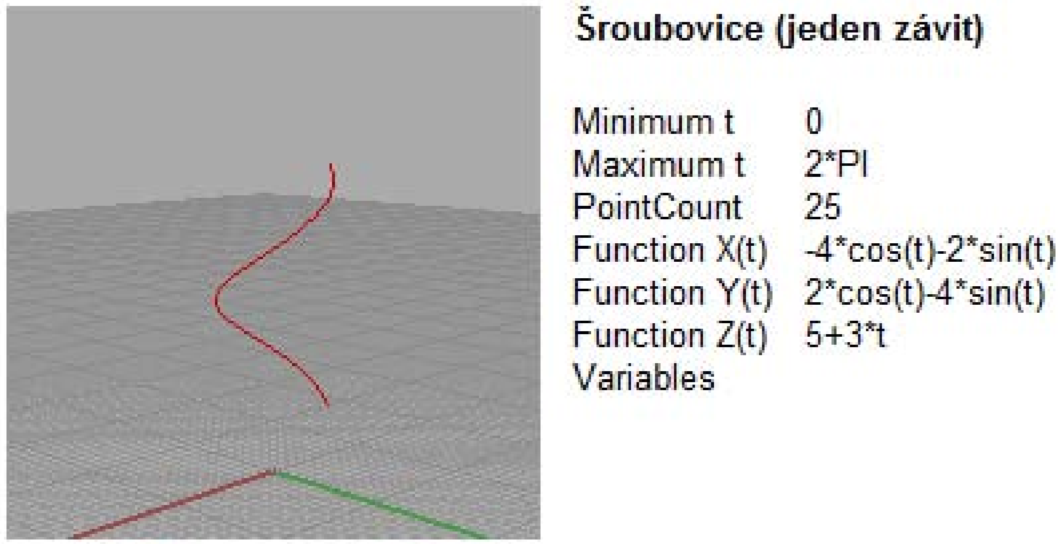
Pravý klik myší na ikonu:



Zvolím typ objektu, který chci vyvolat (m-plocha, a-křivka):



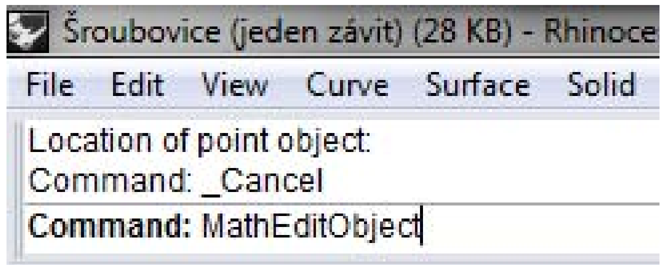
Objekty jsou uložené v knihovně s předem nastaveným pohledem a se svým parametrickým popisem. Kliknutím na obrázek vložím objekt do prostředí Rhina:



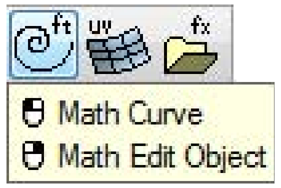
EDITACE OBJEKTŮ

Rovnice zobrazených objektů můžeme později upravit nebo úplně přepsat.

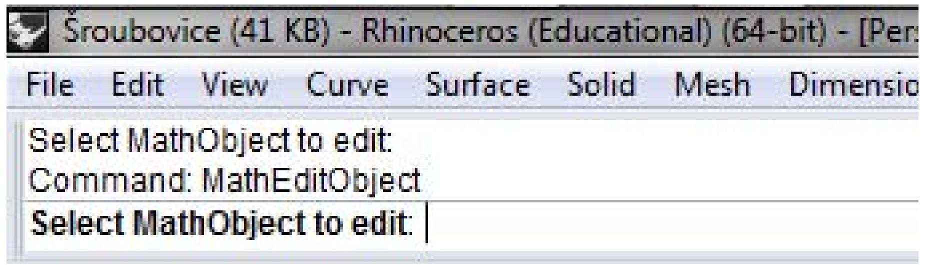
Příkaz MathEditObject:



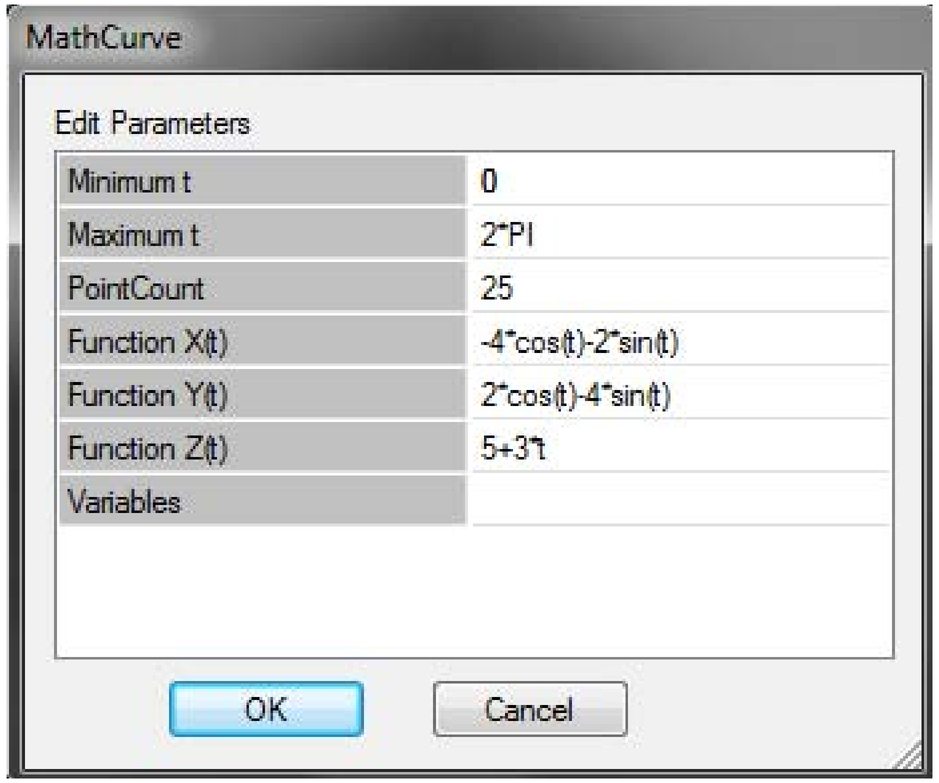
Pravý klik myší na ikonu:



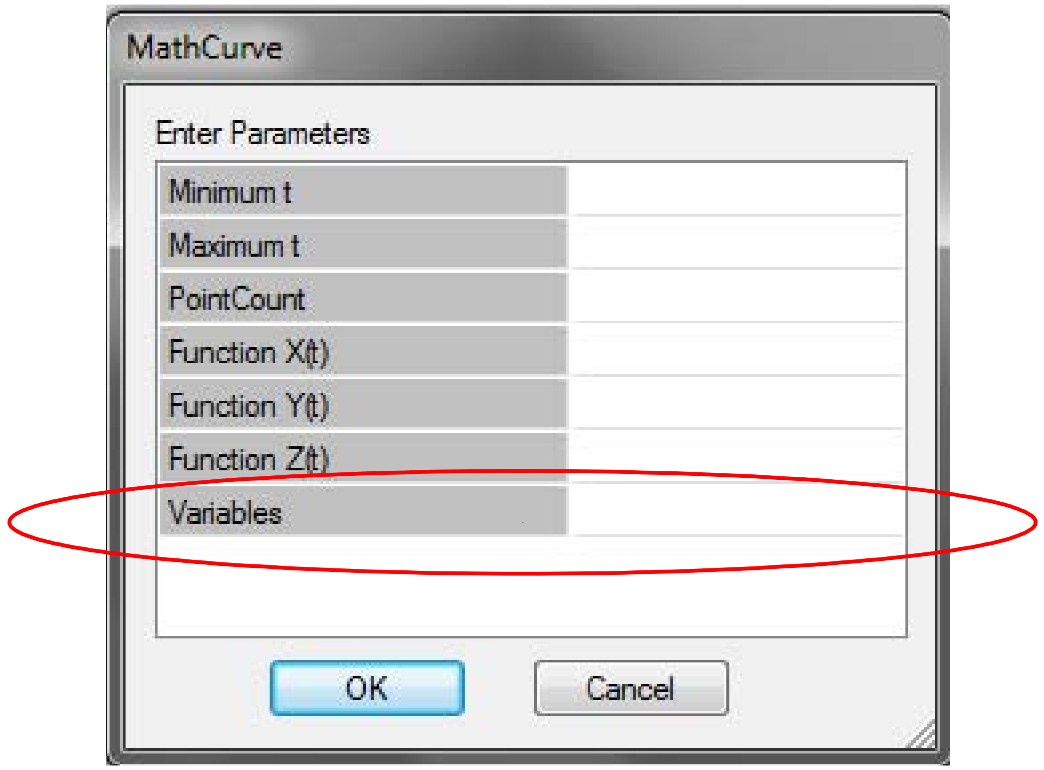
Vybereme objekt v Rhinu, jehož rovnici chceme editovat:



Zobrazí se známá tabulka pro zadávání parametrických popisů:

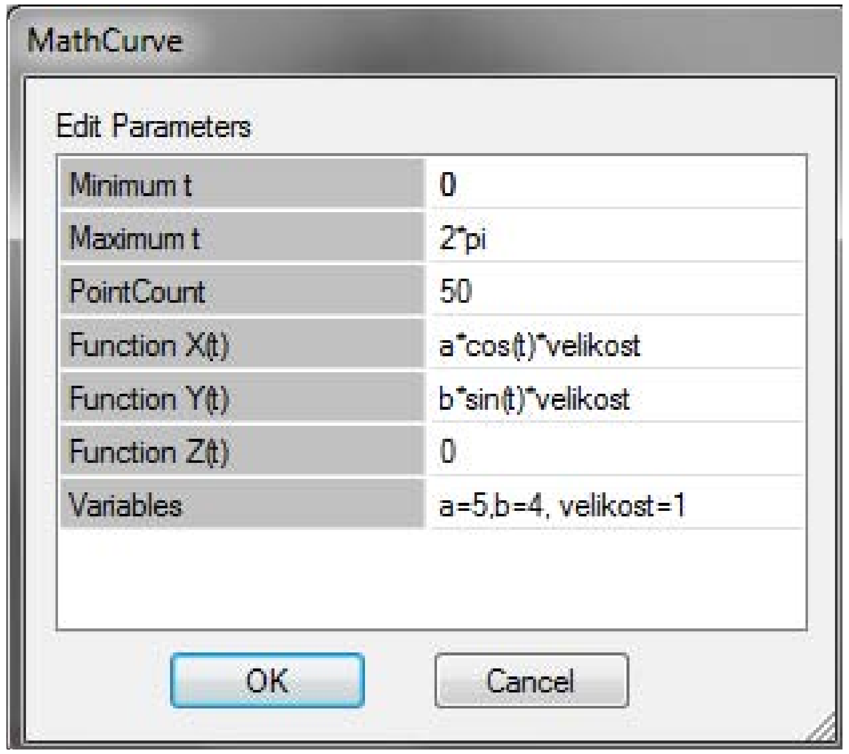


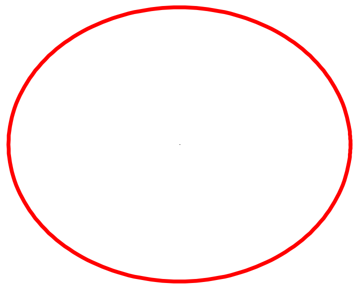
VARIABLES



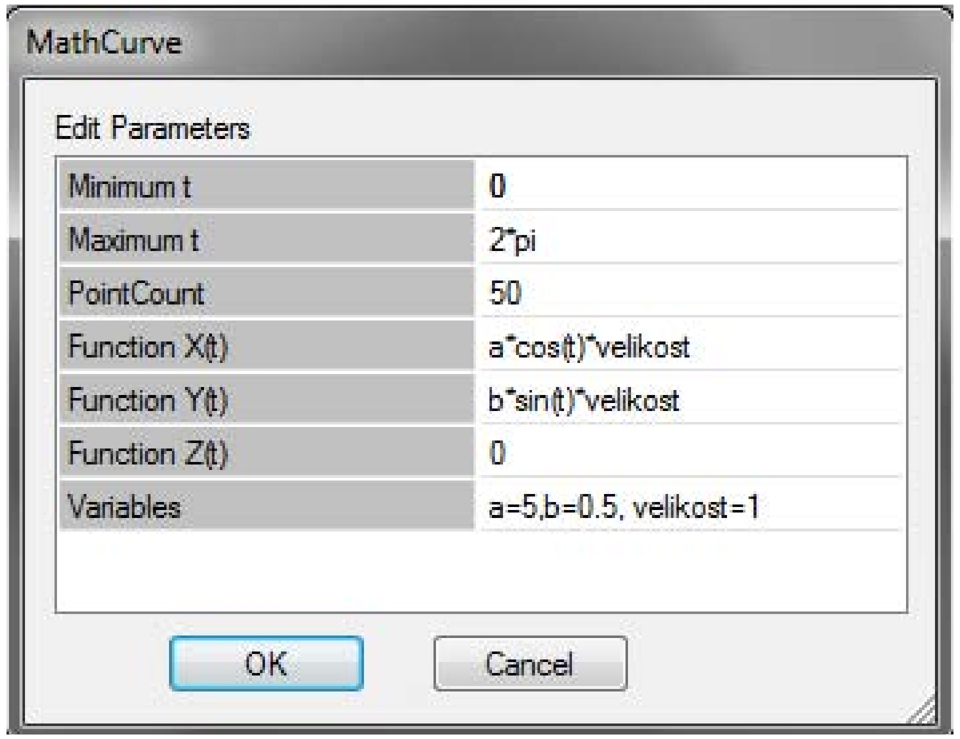
K parametrickému popisu objektu je možno přidat libovolnou proměnnou, která se specifikuje v řádku VARIABLES.

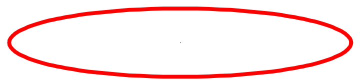
PŘÍKLAD POUŽITÍ VARIABLES



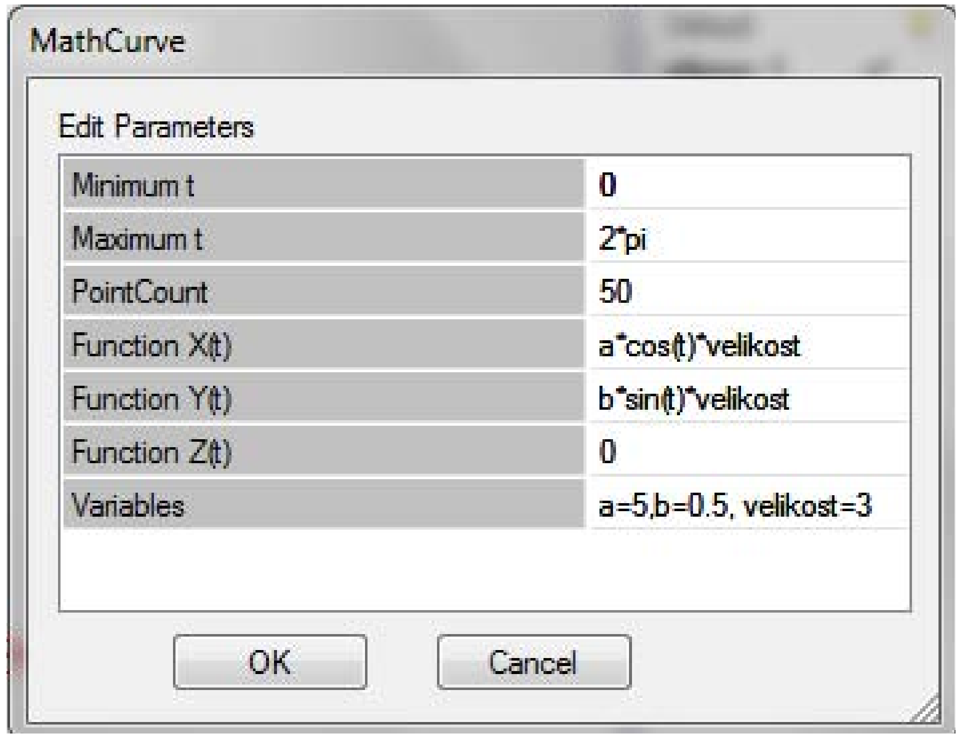


Elipsa $k(t) = [a\cos(t), b\sin(t)]\ t \in \langle 0, 2\pi \rangle$, kde *a*, *b* jsou velikosti poloos, konktretizované v řádku variables (pro proměnou lze použít jakékoliv písmeno. Pro zpřehlednění se můžou místo proměnných psát celá slova (např. *velikost*).





Elipsa se změněnou hodnotou vedlejší poloosy místo 4 na 0,5.



Zvětšení elipsy změnou hodnoty proměnné *velikost* z 1 na 3.

ŠROUBOVICE

Napište parametrické vyjádření dvou závitů ($t \in \langle 0,4\pi \rangle$) šroubovice bodu A [-4,2,5]. Pravotočivý šroubový pohyb je určen osou o, $o = z$, redukovanou výškou závitu $v_0 = 3$.

VÝPOČET

Půdorysem je kružnice:

$$m(t)=\left[-4\cos(t)-2\sin(t),2\cos(t)-4\sin(t),0\right],\ t\in\langle 0,2\pi\rangle$$

Kružnice procházející bodem A:

$$l(t)=\left[-4\cos(t)-2\sin(t),2\cos(t)-4\sin(t),5\right],\ t\in\langle 0,2\pi\rangle$$

Dva závity šroubovice bodu A:

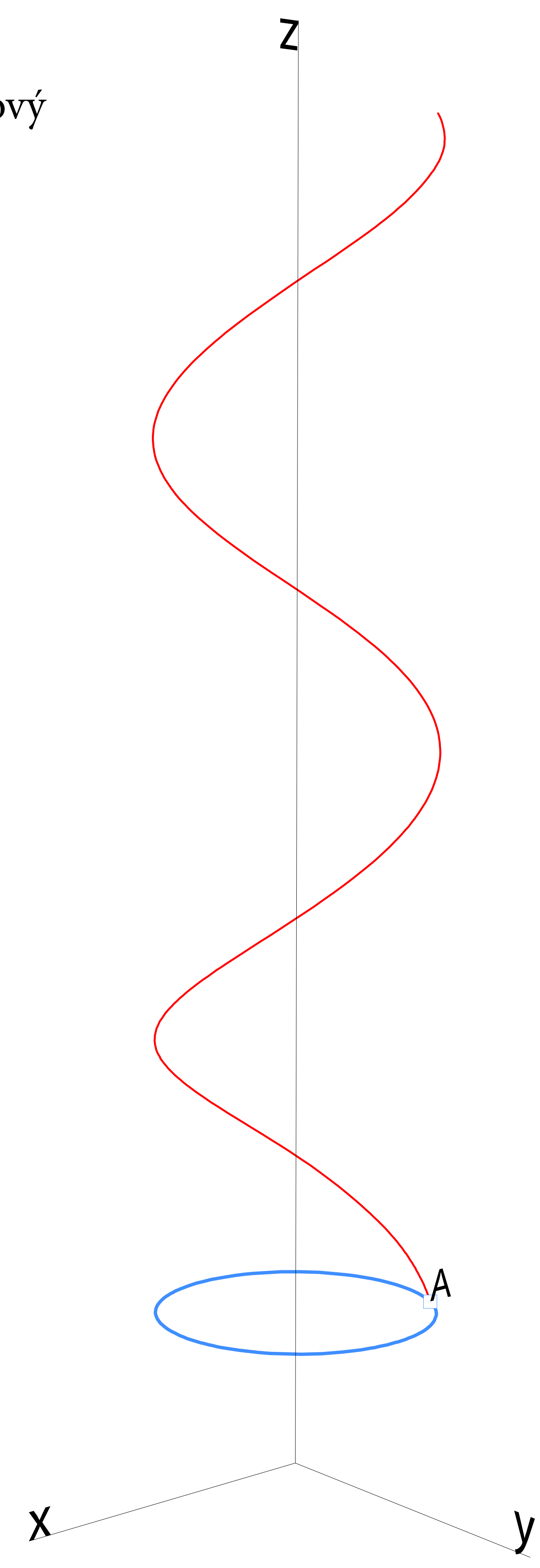
$$k(t)=\left[-4\cos(t)-2\sin(t),2\cos(t)-4\sin(t),5+3t\right],\ t\in\langle 0,4\pi\rangle$$

MathPlugin_kružnice

Minimum t	0
Maximum t	2*pi
PointCount	25
Function X(t)	-4*cos(t)-2*sin(t)
Function Y(t)	2*cos(t)-4*sin(t)
Function Z(t)	5
Variables	

MathPlugin_šroubovice

Minimum t	0
Maximum t	4*pi
PointCount	25
Function X(t)	-4*cos(t)-2*sin(t)
Function Y(t)	2*cos(t)-4*sin(t)
Function Z(t)	5+3*t
Variables	



KŘIVKA, TEČNA, NORMÁLOVÁ ROVINA

Je dána křivka $k(t) = [t^2 + 2t, -3t, t^3 - t]$, $t \in R$. Popište tečnu v bodě $A=k(-1)$ a obecnou rovnici normálové roviny α v bodě A.

VÝPOČET

$k(-1) = A[-1,3,0]$

$k'(t) = (2t+2, -3, 3t^2 - 1)$

$k'(-1) = (0,-3,2)$

Tečna v bodě A:

$l(t) = [-1, 3-3t, 2t],\ t \in R$

Obecná rovnice normálové roviny α:

$\overrightarrow{n_\alpha} = k'(-1)$

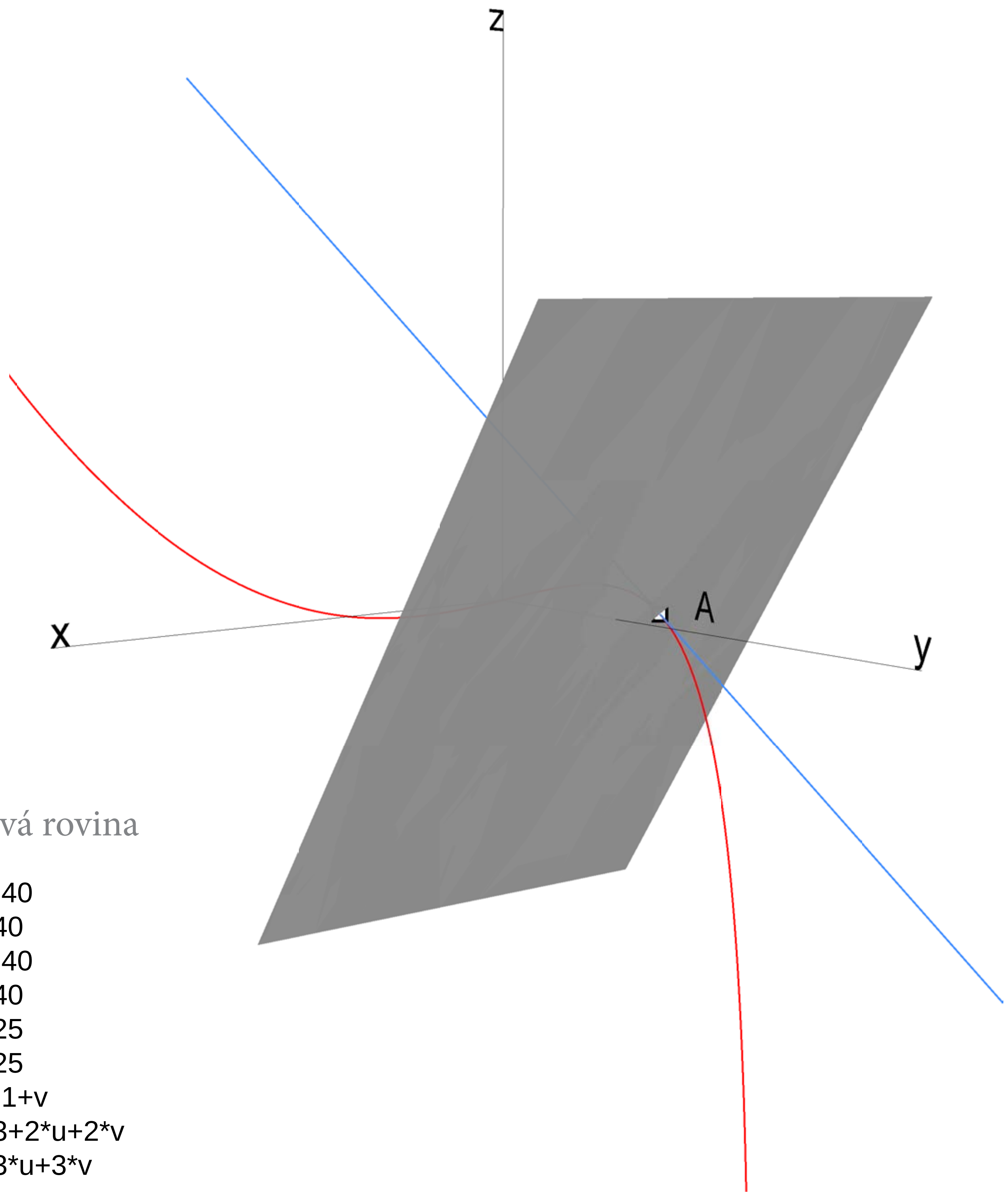
$\alpha:\ -3y + 2z + 9 = 0$

Libovolné lineárně nezávislé vektory roviny α kolmé k normálovému vektoru roviny (skalární součin je roven nule):

$(0,2,3)$ a $(1,2,3)$

Parametrický popis normálové roviny α pro MathPlugin:

$\alpha(u,v) = [-1+v, 3+2u+2v, 3u+3v],\ u \in R,\ v \in R$



Rovina α je pro větší názornost upravena v prostředí Rhina

MathPlugin_křivka

Minimum t	-10
Maximum t	10
PointCount	25
Function X(t)	t^2+2*t
Function Y(t)	-3*t
Function Z(t)	t^3-t
Variables	

MathPlugin_tečna

Minimum t	-20
Maximum t	20
PointCount	25
Function X(t)	-1
Function Y(t)	3-3*t
Function Z(t)	2*t
Variables	

MathPlugin_normálová rovina

Minimum u	-40
Maximum u	40
Minimum v	-40
Maximum v	40
PointCount u	25
PointCount v	25
Funcion X(u,v)	-1+v
Function Y (u,v)	3+2*u+2*v
Function Z (u,v)	3*u+3*v
Variables	

PŘÍMKOVÉ PLOCHY

Přímková plocha je určena těmito řídícími křivkami a) kružnice k v půdorysně π (x,y), $x^2+y^2 = 25$, b) přímka q procházející bodem Q [0,0,8] a rovnoběžná s osou x, c) přímka l procházející bodem P [0,0,15] a rovnoběžná s osou y. Napište parametrické vyjádření části plochy mezi řídící křivkou k a řídící přímkou q.

VÝPOČET

$$k(u) = [5\cos(u), 5\sin(u), 0],\ u \in \langle 0, 2\pi \rangle$$

$$q(t) = [t, 0, 8],\ t \in R$$

$$l(s) = [0, s, 15],\ s \in R$$

$$K = k(u_0) = [5\cos(u_0), 5\sin(u_0), 0]$$

$$\alpha(l, K)$$

$$\vec{l} = (0,1,0)$$

$$\overrightarrow{PK} = (5\cos(u_0), 5\sin(u_0), -15) \sim (\cos(u_0), \sin(u_0), -3)$$

$$\vec{l} \times \overrightarrow{KP} = (3, 0, \cos t_0)$$

$$\alpha : 3x + \cos(u_0) z - 15\cos(u_0) = 0$$

$$\alpha \cap q = L = \left[\frac{7}{3}\cos(u_0), 0, 8\right]$$

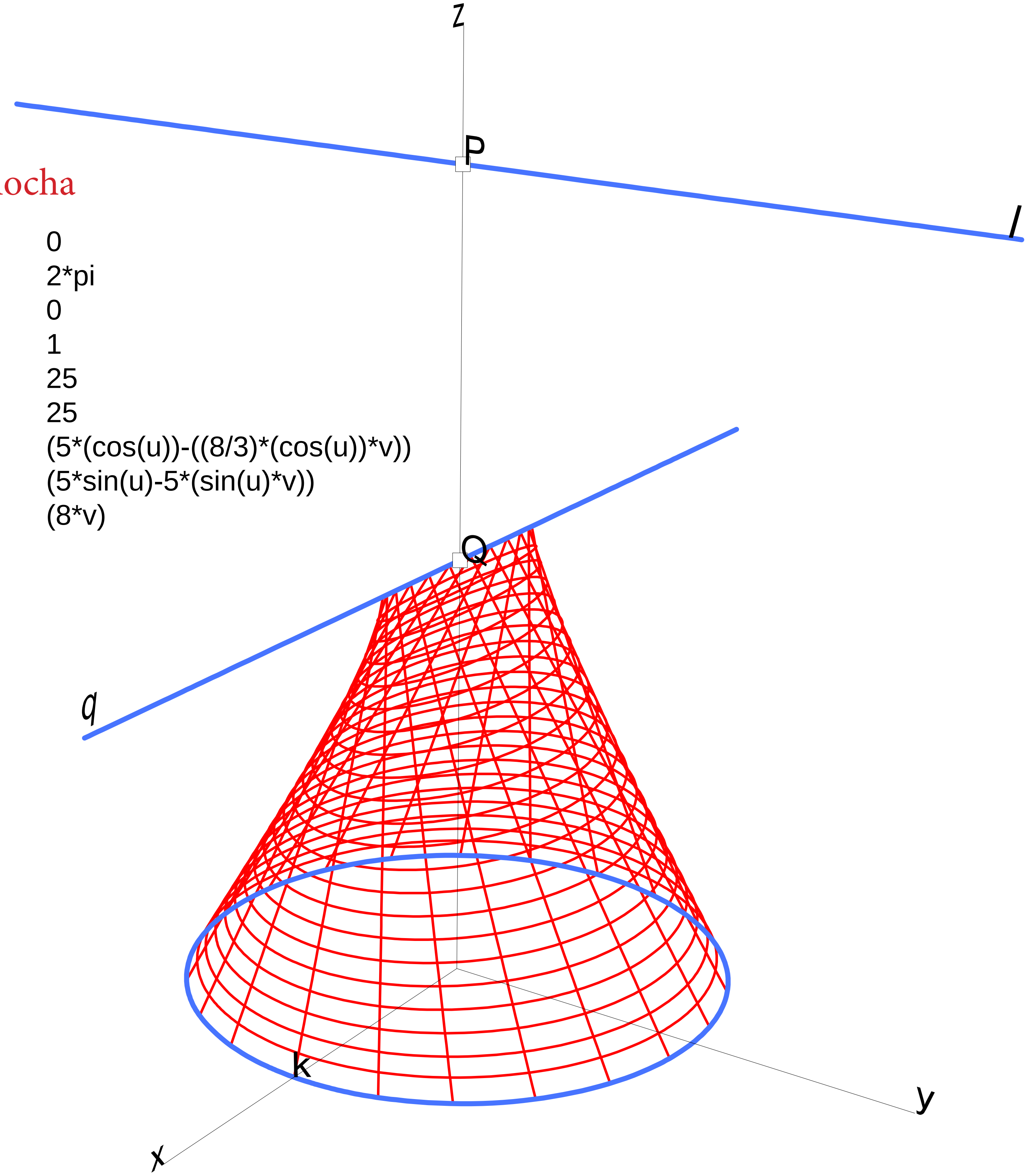
$$\overrightarrow{KL} = L - K = \left(-\frac{8}{3}\cos(u_0), -5\sin(u_0), 8\right)$$

$$p(u,v) = \left[5\cos(u) - \frac{8}{3} v\cos(u), 5\sin(u) - 5v\sin(u), 8v\right]\ u \in \langle 0, 2\pi \rangle, v \in \langle 0, 1 \rangle$$

MathPlugin_plocha

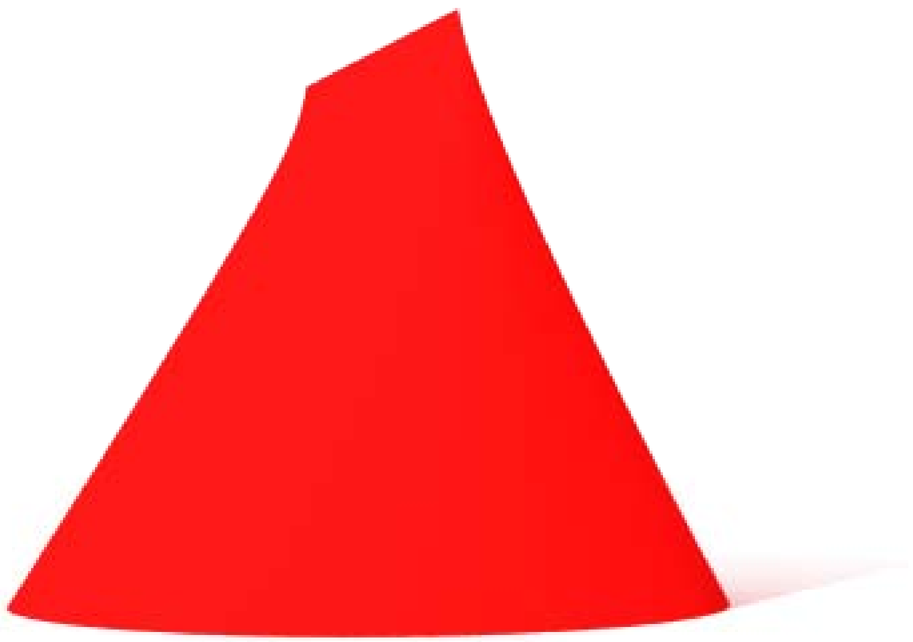
Minimum u	0
Maximum u	2*pi
Minimum v	0
Maximum v	1
PointCount u	25
PointCount v	25
Funcion X(u,v)	(5*(cos(u))-((8/3)*(cos(u))*v))
Function Y (u,v)	(5*sin(u)-5*(sin(u)*v))
Function Z (u,v)	(8*v)
Variables	

	MathPlugin_kružnice	přímka q	přímka l
Minimum t	0	-10	-10
Maximum t	2*pi	10	10
PointCount	25	5	5
Function X(t)	5*cos(t)	t	0
Function Y(t)	5*sin(t)	0	t
Function Z(t)	0	8	15
Variables			



Plocha se nazývá Štramberská trúba

KAMIL HILBERT - ZASTŘEŠENÍ ŠTRAMBERSKÉ TRÚBY



Obr. 7

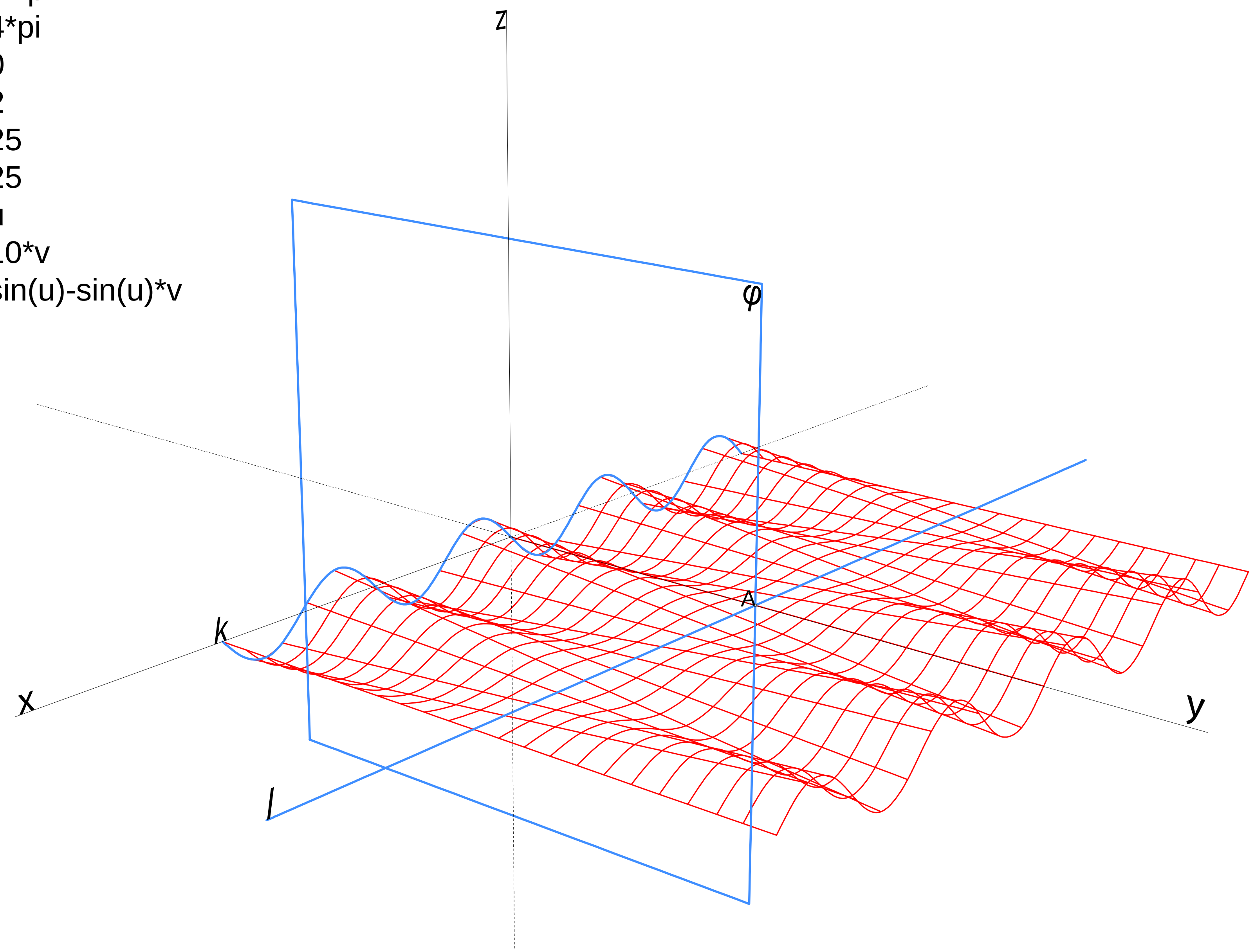
Přímková plocha je určena těmito řídícími útvary a) křivka k, která je grafem funkce z=sin(x) v nárysně ν (x,z), b) přímka l rovnoběžná s x a procházející bodem $A[0,10,0]$ c) řídící rovina φ: $x = 0$. Napište parametrický popis dané přímkové plochy.

VÝPOČET

$$k(u)=\left[u,0,\sin(u)\right],\ u\in\langle -4\pi,4\pi\rangle$$
$$l(s)=\left[s,10,0\right],\ s\in R$$
$$K=k(u_0)=\left[u_0,0,\sin(u_0)\right]$$
$$\alpha\|\varphi\wedge K\in\alpha$$
$$\alpha: x-u_0=0$$
$$\alpha\cap l=L$$
$$L\left[u_0,10,0\right]$$
$$\overrightarrow{KL}=L-K=\left(0,10,-\sin(u_0)\right)$$
$$p(u,v)=\left[u,\ 10v,\ (1-v)\sin(u)\right],\ u\in\langle -4\pi,4\pi\rangle, v\in\langle 0,2\rangle$$

MathPlugin_plocha

Minimum u	-4*pi
Maximum u	4*pi
Minimum v	0
Maximum v	2
PointCount u	25
PointCount v	25
Funcion X(u,v)	u
Function Y (u,v)	10*v
Function Z (u,v)	sin(u)-sin(u)*v
Variables	



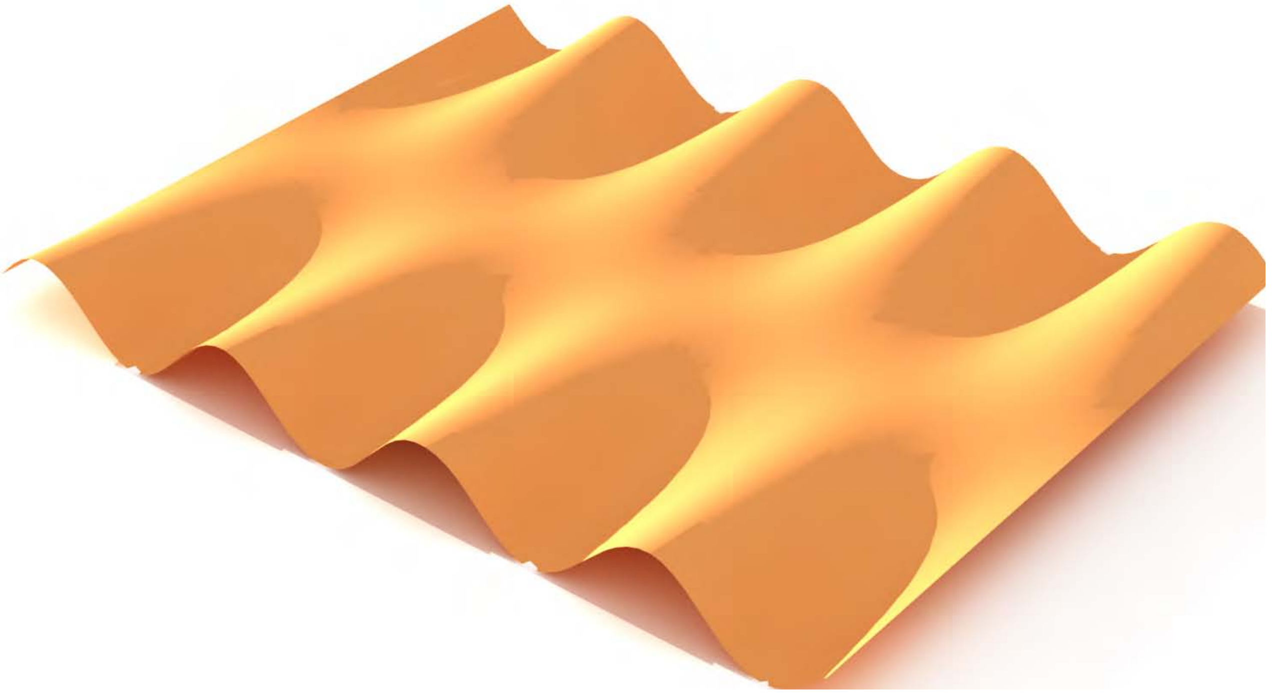
Plocha je vlnkový konoid

MathPlugin_křivka k		přímka l
Minimum t	-4*pi	-20
Maximum t	4*pi	20
PointCount	30	30
Function X(t)	t	t
Function Y(t)	0	10
Function Z(t)	sin(t)	0
Variables		

rovina φ

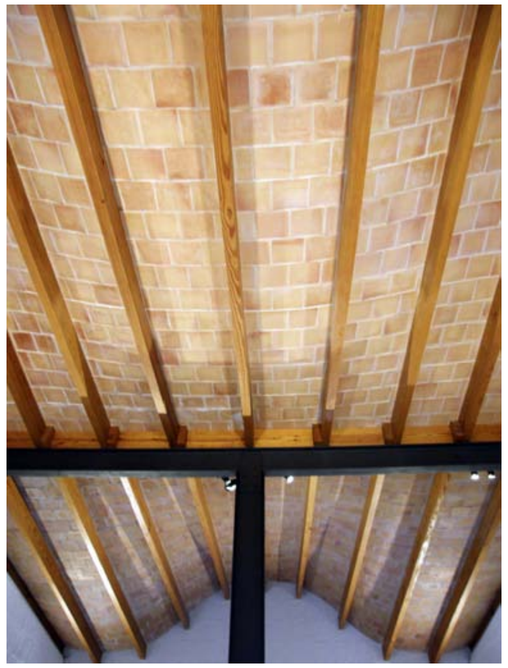
Minimum u	-10
Maximum u	10
Minimum v	-10
Maximum v	10
PointCount u	25
PointCount v	25
Funcion X(u,v)	0
Function Y (u,v)	v
Function Z (u,v)	u
Variables	

ANTONIO GAUDÍ - ŠKOLA V BARCELONĚ



Obr. 8

Obr. 9



Obr. 10

TRANSLAČNÍ PLOCHY

Translační plochy vznikají posunutím (translací) křivky *k* po křivce *l* nebo translací křivky *l* po křivce *k*. Na ploše jsou dva systémy křivek: 1. Křivky shodné s křivkou *k* v rovinách rovnoběžných s rovinou křivky *k*.

2. Křivky shodné s křivkou *l* v rovinách rovnoběžných s rovinou křivky *l*.

Translační plocha je určena křivkami *k* a *l* se společným bodem *V*[0,0,5]. Křivka *k* je kružnice v bokorysně μ (y, z). Bod *O*[0,0,0] je střed kružnice, kružnice prochází bodem *V*. Křivka *l* je část paraboly v nárysně ν (x,z), bod *V* je vrchol paraboly, osa paraboly je osa *z* a krajní body zvolené části paraboly jsou body *P*[6,0,11] a *Q*[-6,0,11]. Napište parametrické vyjádření této plochy a vymodelujte ji v Rhinu.

VÝPOČET

$$k(u)=[0,5\cos(u),5\sin(u)],\ u\in\langle 0,2\pi\rangle$$

$$l(v)=\left[v,0,\frac{v^2}{6}+5\right]\ v\in\langle -6,6\rangle$$

$$K=k(u_0)=\left[0,5\cos(u_0),5\sin(u_0)\right]$$

$V\rightarrow K$ bod V se posune do bodu K

vektor $K-V=\left(0,5\cos(u_0),5\sin(u_0)-5\right)$

posunutá křivka *l*:

$$q(v)=l(v)+\left(0,5\cos(u_0),5\sin(u_0)-5\right)$$

$$q(v)=\left[v,5\cos(u_0),\frac{v^2}{6}+5\sin(u_0)\right]$$

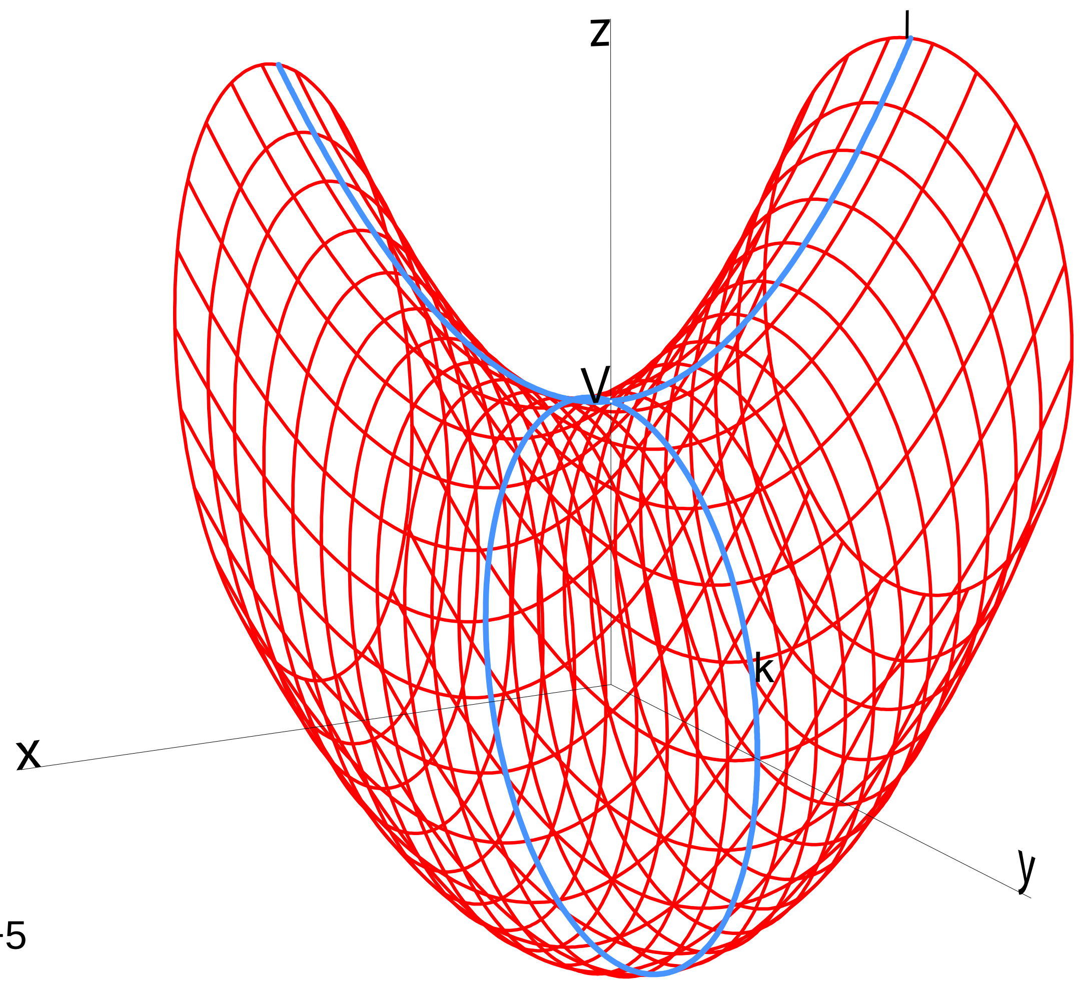
plocha:

$$p(u,v)=\left[v,5\cos(u),\frac{v^2}{6}+5\sin(u)\right],\ u\in\langle 0,2\pi\rangle,\ v\in\langle -6,6\rangle$$

MathPlugin_plocha

Minimum u	0
Maximum u	2*pi
Minimum v	-6
Maximum v	6
PointCount u	25
PointCount v	25
Funcion X(u,v)	v
Function Y (u,v)	5*cos(u)
Function Z (u,v)	(v^2)/6+5*sin(u)
Variables	

	MathPlugin_křivka *k*	křivka *l*
Minimum t	0	-6
Maximum t	2*pi	6
PointCount	25	25
Function X(t)	0	t
Function Y(t)	5*cos(t)	0
Function Z(t)	5*sin(t)	(t^2)/6+5
Variables		



Seznam vyobrazení:

Obr. 7:
Hromadová, Jana. Deskriptivní geometrie na MFF UK [online]. Vystaveno 1.9.2011 [cit. 2013-3-11].
Dostupné z: http://www.karlin.mff.cuni.cz/~jole/deskriptiva/fotky/Obr6.jpg

Obr. 8:
Song, Miss. Miss Song's Biology Blog [online]. Vystaveno 15.1.2010 [cit. 2013-3-15] Dostupné z:
http://media.lonelyplanet.com/lpimg/24694/24694-95/preview.jpg

Obr.9, Obr.10:
Seidler, David. Autorská fotografie.

Použité programy:

Rhinoceros 5
V-Ray 1.5 for Rhino
Adobe Acrobat 3D Version 8
Adobe InDesign CS6

Užitečné odkazy:

http://www.rhino3.de/
http://help.adobe.com/cs_CZ/acrobat/using/WS58a04a822e3e50102bd615109794195ff-7bfd.w.html
http://youtu.be/e42lkX4ph_g