FUNKCE

LINEÁRNÍ FUNKCE

f: y = ax + b; a,b ∈ R

D(f) = R

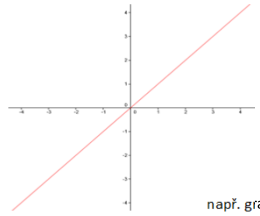
H(f) = R

H(f) = {b} pro a = 0

- pro **a** kladné rostoucí, pro **a** záporné klesající
- lichá pro b = 0
- prostá funkce, pokud není konstantní
- není omezená ani shora ani zdola, pokud není konstantní
- konstatní pro a = 0

$\lim_{x\to-\infty} x = -\infty$

$\lim_{x\to+\infty} x = +\infty$



např. graf funkce y = x

KVADRATICKÉ FUNKCE

f: y = ax² + bx + c; a,b,c ∈ R, a≠0

D(f) = R

pro a > 0

H(f) = $\left\langle \frac{-b^2+4ac}{4a}; \infty\right)$

pro a < 0

H(f) = $\left(-\infty; \frac{-b^2+4ac}{4a}\right\rangle$

- kv. funkce není na svém def. oboru ani rostoucí, ani klesající

Pro **a** kladné je tato funkce na intervalu $\left(-\infty; \frac{-b}{2a}\right)$ klesající a na intervalu $\left(\frac{-b}{2a}; \infty\right)$ rostoucí.

Pro **a** záporné je tato funkce na intervalu $\left(-\infty; \frac{-b}{2a}\right)$ rostoucí a na intervalu $\left(\frac{-b}{2a}; \infty\right)$ klesající.

- obecně není kv. funkce ani sudá, ani lichá

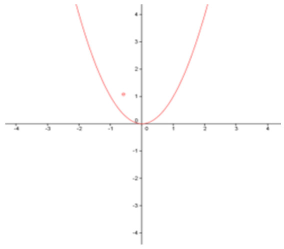
Pro hodnotu koeficientu **b=0** (tzn. funkce ve tvaru y=ax^2+c) je kv.funkce sudá.

- není prostá
- není periodická
- pro hodnoty a>0 je kv. funkce omezená zdola a pro hodnoty koeficientu a<0 je kv. funkce omezená shora

$\lim_{x\to-\infty} x^2 = +\infty$

$\lim_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$

$\lim_{x\to 0} x^2 = 0$



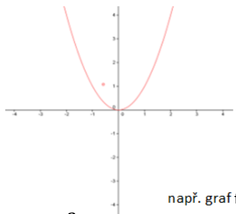
např. graf funkce y = x^2

grafem kvadratické funkce je parabola s osou rovnoběžnou s osou y a vrcholem V[-b/(2a), c-b^2/(4a)]

MOCNINNÉ FUNKCE

s přirozeným exponentem f: y = xⁿ, n ∈ N

	n - sudé	n - liché
D(f) = R pro n - sudé H(f) = ⟨0;∞) pro n - liché H(f) = R	- klesající na intervalu (−∞;0⟩ a rostoucí na intervalu ⟨0;∞) - sudá - není prostá - omezená zdola	- rostoucí na celém definičním oboru - lichá - je prostá - není omezená

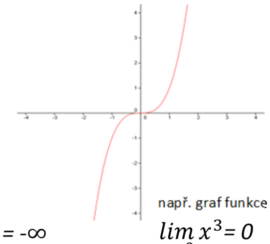


např. graf funkce y = x^2

$\lim_{x\to-\infty} x^2 = +\infty$

$\lim_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$

$\lim_{x\to 0} x^2 = 0$



např. graf funkce y = x^3

$\lim_{x\to-\infty} x^3 = -\infty$

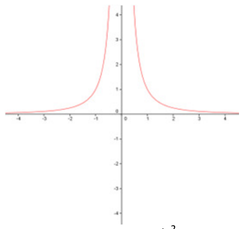
$\lim_{x\to+\infty} x^3 = +\infty$

$\lim_{x\to 0} x^3 = 0$

s celým záporným exponentem f: y = x⁻ⁿ, n ∈ N

(Speciální případ n = 1 - NEPŘÍMÁ ÚMĚRNOST - grafem hyperbola)

	n - sudé	n - liché
D(f) = R-{0} pro n - sudé H(f) = (0;∞) pro n - liché H(f) = (−∞;0) ∪ (0;∞)	- klesající na intervalu (0;∞) a rostoucí na intervalu (−∞;0) - sudá - není prostá - omezená zdola	- klesající na intervalu (−∞;0) a (0;∞), ne však na celém def. oboru - lichá - je prostá - není omezená

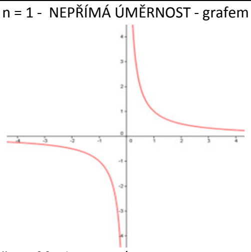


např. graf funkce y = 1/x^2

$\lim_{x\to-\infty} 1/x^2 = 0$

$\lim_{x\to+\infty} 1/x^2 = 0$

$\lim_{x\to 0} 1/x^2 = +\infty$



např. graf funkce y = 1/x

$\lim_{x\to-\infty} 1/x = 0$

$\lim_{x\to+\infty} 1/x = 0$

$\lim_{x\to 0+} 1/x = +\infty$

$\lim_{x\to 0-} 1/x = -\infty$

$\lim_{x\to 0} 1/x$ neexistuje

EXPONENCIÁLNÍ FUNKCE

f: y = a^x , a je kladné číslo různé od 1

D(f) = R

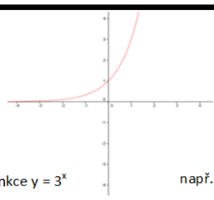
H(f) = (0;∞)

- pro a > 1 rostoucí, pro a ϵ (0;1) klesající
- ani sudá ani lichá
- prostá funkce
- zdola omezená

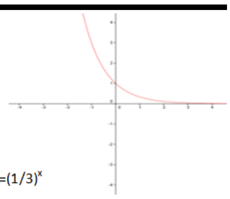
$\lim_{x\to-\infty} 3^x = 0$

$\lim_{x\to+\infty} 3^x = +\infty$

$\lim_{x\to 0} 3^x = 1$



např. graf funkce y = 3^x



např. graf funkce y =(1/3)^x

f: y = e^x , e = 2,718 281 828...

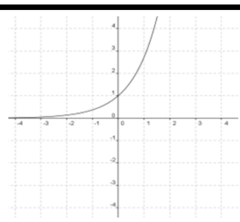
D(f) = R

H(f) = (0;∞)

$\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$

$\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty$

$\lim_{x\to 0} e^x = 1$



graf funkce y =e^x

GONIOMETRICKÉ FUNKCE

f: y = sin x

D(f) = R

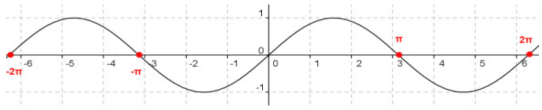
H(f) = $\langle -1; 1 \rangle$

- rostoucí na int. $\langle -\pi/2 + 2k\pi, \pi/2 + 2k\pi \rangle$, klesající na int. $\langle \pi/2 + 2k\pi, 3\pi/2 + 2k\pi \rangle, k \in Z$
- lichá funkce
- není prostá
- je periodická, základní perioda 2π
- omezená zdola číslem -1 a shora číslem 1

$\lim_{x\to-\infty} \sin x$ *neexistuje*

$\lim_{x\to+\infty} \sin x$ *neexistuje*

graf funkce y =sinx



f: y = cos x

D(f) = R

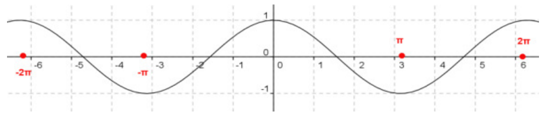
H(f) = $\langle -1; 1 \rangle$

- rostoucí na int. $\langle -\pi + 2k\pi, 2k\pi \rangle$, klesající na int. $\langle 2k\pi, \pi + 2k\pi \rangle, k \in Z$
- sudá funkce
- není prostá
- je periodická, základní perioda 2π
- omezená zdola číslem -1 a shora číslem 1

$\lim_{x\to-\infty} \cos x$ *neexistuje*

$\lim_{x\to+\infty} \cos x$ *neexistuje*

graf funkce y =cosx



f: y = tg x = sin x/cos x

D(f)=$U_{k\epsilon Z}$(-π/2 + kπ, π/2 +kπ)

H(f) = $(-\infty; \infty)$

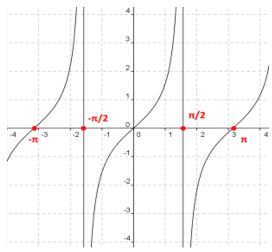
- rostoucí na každém z intervalů (-π/2 + kπ, π/2 + kπ), kϵZ
- lichá funkce
- není prostá
- je periodická, základní perioda π
- není omezená

$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}+} tg\, x = -\infty$

$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-} tg\, x = +\infty$

$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} tg\, x$ *neexistuje*

asymptoty:
x=π/2+kπ, kϵZ



graf funkce y =tgx

f: y = cotg x = cos x/sin x

D(f) = $U_{k\epsilon Z}$(kπ, (k+1)π)

H(f) = $(-\infty; \infty)$

- klesající na každém z intervalů (kπ, (k+1)π), kϵZ
- lichá funkce
- není prostá
- je periodická, základní perioda π
- není omezená

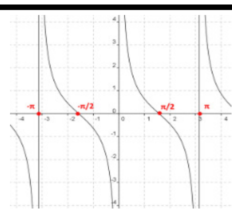
$\lim_{x\to0+} cotg\, x = +\infty$

$\lim_{x\to0-} cotg\, x = -\infty$

$\lim_{x\to0} cotg\, x = neexistuje$

asymptoty:
x= kπ, kϵZ

graf funkce y =cotgx



INVERZNÍ FUNKCE

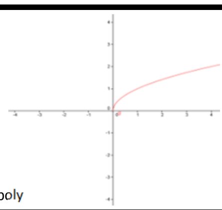
druhá odmocnina f: y = $X^{1/2} = \sqrt{X}$

D(f) = $\langle 0; \infty)$

H(f) = $\langle 0; \infty)$

- rostoucí funkce
- ani sudá, ani lichá
- je prostá
- omezená zdola

$\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x} = +\infty$



graf funkce y = $x^{1/2}$

grafem je polovina paraboly

inverzní k funkci x^2 zúžené na interval $\langle 0;\infty)$

třetí odmocnina f: y = $X^{1/3} = \sqrt[3]{X}$

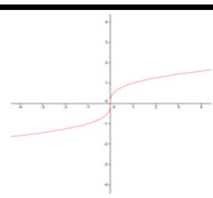
D(f) = R

H(f) = R

- rostoucí funkce
- lichá funkce
- je prostá
- není omezená

$\lim_{x\to+\infty} \sqrt[3]{x} = +\infty$

$\lim_{x\to-\infty} \sqrt[3]{x} = -\infty$



graf funkce y = $x^{1/3}$

inverzní k funkci x^3

logaritmické funkce f: y = $\log_a x$, a je kladné číslo různé od 1

D(f) = $(0; \infty)$

H(f) = R

- pro a > 1 rostoucí, pro a ϵ (0;1) klesající
- ani sudá, ani lichá
- je prostá
- není omezená

$\log_2 1 = 0$

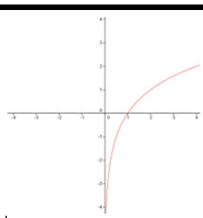
$\log_2 2 = 1$

$\lim_{x\to+\infty} \log_2 x = +\infty$

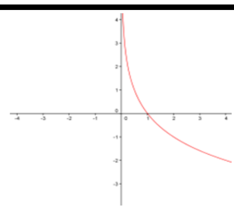
$\lim_{x\to0+} \log_2 x = -\infty$

$\lim_{x\to+\infty} \log_{1/2} x = -\infty$

$\lim_{x\to0+} \log_{1/2} x = +\infty$



graf funkce y = $\log_2 x$



graf funkce y = $\log_{1/2} x$

inverzní k funkci a^x

přirozený logaritmus f: y = $\log_e x$ = ln x

D(f) = $(0; \infty)$

H(f) = R

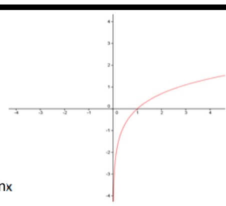
- rostoucí funkce
- ani sudá, ani lichá
- je prostá
- není omezená

$\lim_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$

$\lim_{x\to0+} \ln x = -\infty$

ln 1 = 0

ln e = 1



graf funkce y = lnx

inverzní k funkci e^x

CYKLOMETRICKÉ FUNKCE

f: y = arcsin x

D(f) = $\langle -1; 1\rangle$

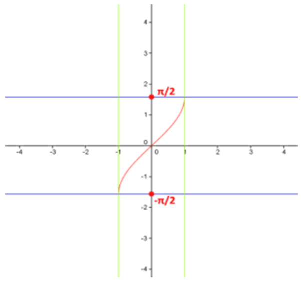
H(f) = $\langle -\pi/2; \pi/2\rangle$

- rostoucí funkce
- lichá funkce
- je prostá
- není periodická
- zdola omezená číslem -π/2, shora omezená číslem π/2

arcsin(1) = π/2

arcsin(-1) = -π/2

arcsin(0) = 0



graf funkce y = arcsinx

inverzní k funkci sinx zúžené na interval $\langle -\pi/2;\pi/2\rangle$

f: y = arccos x

D(f) = $\langle -1; 1\rangle$

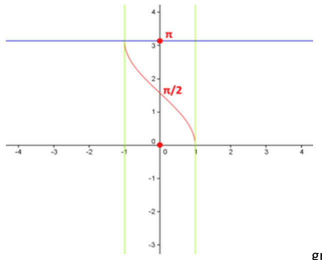
H(f) = $\langle 0; \pi\rangle$

- klesající funkce
- ani sudá, ani lichá
- je prostá
- není periodická
- zdola omezená číslem 0, shora omezená číslem π

arccos(0) = π/2

arccos(1) = 0

arccos(-1) = π



graf funkce y = arccosx

inverzní k funkci cosx zúžené na interval $\langle 0;\pi\rangle$

f: y = arctg x

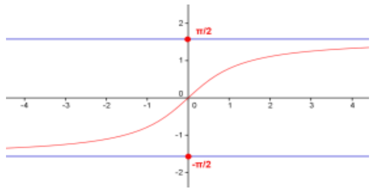
D(f) = R

H(f) = $(-\pi/2; \pi/2)$

- rostoucí funkce
- lichá funkce
- je prostá
- není periodická
- zdola omezená číslem -π/2, shora omezená číslem π/2

$\lim_{x\to-\infty} arctgx = -\pi/2$

$\lim_{x\to+\infty} arctgx = \pi/2$



y = π/2

vodorovná asymptota u +∞

y = -π/2

vodorovná asymptota u -∞

arctg(0) = 0

graf funkce y = arctgx

inverzní k funkci tgx zúžené na interval $(-\pi/2;\pi/2)$

f: y = arccotg x

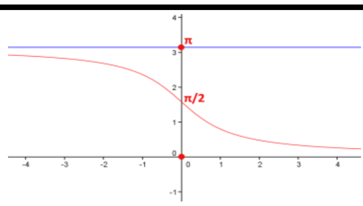
D(f) = R

H(f) = $(0; \pi)$

- klesající funkce
- ani sudá, ani lichá
- je prostá
- není periodická
- zdola omezená číslem 0, shora omezená číslem π

$\lim_{x\to-\infty} arccotgx = \pi$

$\lim_{x\to+\infty} arccotgx = 0$



y = 0

vodorovná asymptota u +∞

y = π

vodorovná asymptota u -∞

arccotg(0) = π/2

graf funkce y = arccotgx

inverzní k funkci cotgx zúžené na interval $(0;\pi)$

HYPERBOLICKÉ FUNKCE

f: y = sinh x

D(f) = R

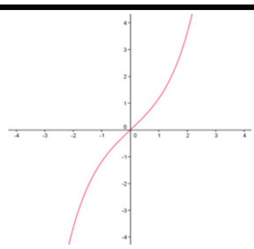
H(f) = R

- rostoucí funkce
- lichá funkce
- je prostá
- není periodická
- není omezená

$\lim_{x\to-\infty} \sinh x = -\infty$

$\lim_{x\to+\infty} \sinh x = +\infty$

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$



graf funkce y = sinh x

f: y = cosh x

D(f) = R

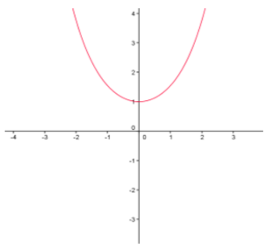
H(f) = $\langle 1; \infty)$

- rostoucí na int. $\langle 0;\infty)$, klesající na int. $(-\infty;0)$
- sudá funkce
- není prostá
- není periodická
- zdola omezená číslem 1

$\lim_{x\to-\infty} \cosh x = +\infty$

$\lim_{x\to+\infty} \cosh x = +\infty$

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$



graf funkce y = cosh x